

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДВУХ МЕТОДОВ ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

Сидорова О.И., Перевалова Л.Г., Воеводина М.С.  
Тверской государственный университет, г. Тверь

---

*Поступила в редакцию 25.03.2021, после переработки 15.04.2021.*

---

В данной статье сравниваются два подхода к формированию рискового портфеля ценных бумаг: модель Марковица и рыночная модель. На примере ценных бумаг российского фондового рынка за период 03.01.2019–24.03.2021 гг. производится формирование оптимальных портфелей в зависимости от отношения инвестора к риску. Сравнительный анализ характеристик портфелей, включая доходность, риск и VaR и проверка результатов на устойчивость осуществляется с помощью методов статистического моделирования.

**Ключевые слова:** портфель ценных бумаг, модель Марковица, коэффициент Шарпа, доходность, риск, VaR.

*Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2021. № 1. С. 48–58.*  
<https://doi.org/10.26456/vtprmk608>

### Введение

Формирование портфеля ценных бумаг является одной из основных задач финансового анализа. При выборе структуры оптимальных вложений финансовые эксперты осуществляют выбор из множества альтернатив, опираясь на анализ фундаментальных факторов, психологию рыночных игроков, собственный опыт или интуицию, причем субъективные мнения разных экспертов могут и не совпадать. Поэтому существует интерес к процедурам и методам, имеющим более строгое научное обоснование.

К настоящему моменту разработано множество подходов к формированию оптимальных портфелей, начиная от хорошо известной модели «доходность–риск» Марковица [2], до более сложных моделей, основанных на разных стоимостных мерах риска, включая VaR и CVaR, коэффициенты Шарпа, Трейнора, Рачева и прочее. Все эти модели сводятся к решению некоторой нелинейной оптимизационной задачи, которая в случае сложных мер и большого числа активов является весьма нетривиальной и затратной по времени. Кроме того для понимания сущности подобных характеристик необходим достаточный уровень знаний в области математической статистики, что для начинающего инвестора может стать серьезным препятствием для их использования.

---

© Сидорова О.И., Перевалова Л.Г., Воеводина М.С., 2021

Поэтому востребованы неоптимизационные инвестиционные модели, когда активы отбираются на основе пороговых значений определенных показателей риска. К таким моделям относится, метод формирования портфеля, опирающийся на рыночную модель [1].

В рамках данной статьи будет проведен сравнительный анализ 2-х подходов к формированию оптимального портфеля: модели Марковица с учетом предпочтений инвестора относительно риска и рыночной модели. В дальнейшем для этих портфелей будут использоваться сокращения *ПММ* и *ПРМ* соответственно. В качестве мер сравнения будут выступать такие характеристики портфеля как ожидаемая доходность, риск и VAR.

## 1. Портфель ценных бумаг и его характеристики

Под *портфелем ценных бумаг* обычно понимают финансовый актив, состоящий из некоторого количества присутствующих на рынке исходных ценных бумаг. Говоря формально, портфель — это вектор

$$\pi = (x_1, \dots, x_n)^T, \quad \sum_{k=1}^n x_k = 1, \quad (1)$$

где  $x_k$  — доля вложений в  $k$ -тый актив.

На  $x_k$  можно накладывать различные ограничения. Мы рассматриваем случай

$$0 \leq x_k \leq 1, \quad k = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Основными характеристиками портфеля являются *доходность*, *ожидаемая доходность* и *риск*, которые вычисляются по формулам

$$R_\pi = x^T \cdot R, \quad (3)$$

$$\mu_\pi = x^T \cdot \mu, \quad \sigma_\pi^2 = x^T \cdot \Sigma \cdot x, \quad (4)$$

где  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  — состав портфеля,  $R = (R_1, \dots, R_n)^T$  и  $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)^T$  — вектора доходностей и их ожидаемых значений,  $\Sigma = (\sigma_{ij})$  — матрица ковариаций доходностей.

В качестве статистических оценок ожидаемых доходностей и рисков обычно используются выборочные средние, дисперсии и ковариации

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_i &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_{it}, & \hat{\sigma}_{ii} &= \hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_{it} - \hat{\mu}_i)^2, \\ \hat{\sigma}_{ij} &= \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_{it} - \hat{\mu}_i) \cdot (R_{jt} - \hat{\mu}_j), & i &\neq j. \end{aligned} \quad (5)$$

Среднеквадратическое отклонение  $\sigma$  является «сглаживающей» характеристикой, приводящей к существенной недооценке возможных убытков в моменты рыночной нестабильности. Поэтому инвесторы также используют такую характеристику риска как VaR.

*VaR* (Value-at-risk) или «стоимость-под-риском» — верхняя граница убытков, которая с заданной вероятностью  $\alpha$  не будет превышена в течение рассматриваемого периода времени.

$$VaR_\alpha = F^{-1}(\alpha) = \sup\{x : F(x) \leq \alpha\}, \quad (6)$$

то есть VaR — это левая  $\alpha\%$  квантиль распределения доходности  $R_\pi$  актива  $\pi$ .

## 2. Модели формирования оптимального портфеля

### 2.1. Модель Марковица с учетом отношения инвестора к риску

Традиционная постановка задачи Марковица предполагает минимизацию риска портфеля при требуемом уровне доходности.

$$\begin{cases} \sigma_\pi^2 = x^T \cdot \Sigma \cdot x \rightarrow \min_x, \\ x^T \cdot \mu = \mu^*, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad 0 \leq x_i \leq 1, \quad i = \overline{1, n}. \end{cases}$$

Такая постановка приемлема для инвесторов, избегающих риска, но степень несклонности к риску она не учитывает.

Мы будем использовать суперкритерий

$$\begin{cases} \mu_\pi - \theta \sigma_\pi^2 = x^T \cdot \mu - \theta \cdot x^T \cdot \Sigma \cdot x \rightarrow \max_x, \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad 0 \leq x_i \leq 1, \quad i = \overline{1, n}, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\theta > 0$  — уровень неприятия риска для индивидуального инвестора. Чем выше  $\theta$ , тем выше несклонность к риску.

### 2.2. Портфель, основанный на рыночной модели

В соответствии с простейшей рыночной моделью доходности активов коррелируют с рынком

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it}, \quad i = \overline{1, n}, \quad t > 0, \quad (8)$$

где  $R_m$  — доходность рыночного индекса, представляющего собой хорошо диверсифицированный портфель активов, а коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  имеют вид

$$\hat{\beta}_i = \frac{\hat{\sigma}_{im}}{\hat{\sigma}_m^2}, \quad \hat{\alpha}_i = \hat{\mu}_i - \hat{\beta}_i \cdot \hat{\mu}_m. \quad (9)$$

«Бета-коэффициент» в рыночной модели измеряет чувствительность доходности ценной бумаги к доходности на рыночный индекс:

- $\beta = 1$  — доходность актива точно следует за рынком;
- $\beta > 1$  — агрессивный актив;

–  $\beta < 1$  — оборонительный актив.

В рыночной модели риск каждого актива  $\hat{\sigma}_i^2$  складывается из *рыночного* (недиверсифицируемого) и *собственного* (диверсифицируемого) риска

$$\hat{\beta}_i^2 \cdot \hat{\sigma}_m^2 \quad \text{и} \quad \hat{\sigma}_{\varepsilon i}^2 = \hat{\sigma}_i^2 - \hat{\beta}_i^2 \cdot \hat{\sigma}_m^2 \quad (10)$$

соответственно.

В качестве стоимости риска будем использовать *коэффициент Трейнора*, характеризующий отношение риск–премии к рыночному риску

$$TR_i = \frac{\hat{\mu}_i - R_f}{\hat{\beta}_i}, \quad (11)$$

где  $R_f$  — безрисковая процентная ставка. В портфель отбираются активы с наибольшими значениями  $TR_i$ .

*Алгоритм построения портфеля:*

1. пороговую точку определяем как минимальный уровень риск–премии, на который согласен инвестор для покрытия рисков, связанных с колебанием цен

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n TR_i \cdot B_i}{1 + \sum_{i=1}^n B_i}, \quad B_i = \frac{\hat{\beta}_i^2 \cdot \sigma_m^2}{\hat{\sigma}_{\varepsilon i}^2}; \quad (12)$$

2. осуществляем отбор активов по правилу

$$\begin{aligned} x_i &> 0, & \text{при } TR_i > C, \\ x_i &= 0, & \text{при } TR_i \leq C; \end{aligned}$$

3. доли включенных активов равны

$$x_i = \frac{z_i}{\sum_i z_i}, \quad z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{\varepsilon i}^2} (TR_i - C). \quad (13)$$

### 2.3. Бутстрап-анализ

Для сравнения характеристик портфелей, полученных при разных значениях параметра избегания риска и по разным моделям будет использоваться подход, основанный на статистическом моделировании. Это непараметрический метод, свободный от предположений о виде распределения, из которого получены данные и подходящий для анализа как простых (среднее, дисперсия), так и сложных характеристик (VaR).

*Сравнение портфелей:*

1. по исходным данным находим структуры  $l$  оптимальных портфелей при разных значениях  $\theta$  и по разным методам;

2. вычисляем вектора доходностей  $R_l$  для этих портфелей;
3. с помощью многократного выбора с замещением из совокупности наблюдений  $R_l$  получаем  $K = 1000$  рядов доходностей  $R_{li}^*$ ,  $i = \overline{1, K}$ , соответствующих каждому портфелю;
4. по каждой паре сравниваемых портфелей оцениваем интересующий параметр  $\nu$  — разность средних, стандартных отклонений или VaR и формируем вектор бутстрап-оценок  $(\hat{\nu}_1^*, \dots, \hat{\nu}_K^*)$ , задающий эмпирическое распределение для  $\nu$ ;
5. по соответствующему эмпирическому распределению строим *доверительный интервал* уровня  $\gamma = 1 - \alpha$

$$\hat{q}_{\alpha/2}^* < \nu < \hat{q}_{1-\alpha/2}^*,$$

где  $\hat{q}_{\alpha/2}^*$  и  $\hat{q}_{1-\alpha/2}^*$  — эмпирические квантили.

Для *анализа устойчивости результатов* используется бутстрап-анализ в сочетании с методом скользящего окна.

### 3. Результаты моделирования

Проанализируем дневные доходности по непривилегированным акциям российских компаний из списка «Голубых фишек» за период 03.01.2019–31.12.2020гг. Данные за 25.02.2020–24.03.2021гг. будут использованы для проверки результатов на устойчивость.

1. *Аэрофлот* (AFLT)
2. *Газпром* (GAZP);
3. *НорНикель* (GMKN);
4. *Интер РАО ЕЭС* (IRAO);
5. *Лукойл* (LKOH);
6. *Магнит* (MGNT);
7. *Новатек* (NVTK);
8. *ПИК* (PIKK)
9. *Роснефть* (ROSN);
10. *Сбербанк* (SBER);
11. *Газпромнефть* (SIBN);
12. *Сургутнефтегаз* (SNGC);
13. *Татнефть* (TATN);

14. *ВТБ* (VTBR);

15. *Яндекс* (YNDX).

В качестве рыночного портфеля используется индекс Российской торговой системы (IRTS). За безрисковую ставку принимаем усредненное за период значение *ставки рефинансирования ЦБ*, приблизительно равное 6.5% годовых или 0.018% в пересчете на день.

Расчеты показывают, что можно рассматривать  $0 < \theta \leq 20$ , поскольку при значениях  $\theta > 20$  структура портфеля меняется незначительно.

В таблице 1 приведены данные об основных характеристиках ценных бумаг, включая средние доходности  $\mu_i$ , риски  $\sigma_i$ , бета-коэффициенты  $\beta_i$  и отношения Трейнора  $TR_i$ . Веса  $x_{1i}$  и  $x_{2i}$  ценных бумаг в ПММ найдены при значениях параметров избегания риска  $\theta = 1.5$  и  $\theta = 15$ . Веса  $x_{si}$  соответствуют ПРМ с порогом  $C = 0.00046$ .

Заметим также, что бумаги с весами  $x < 0.001$  исключались из рассмотрения, а для остальных бумаг проводилась соответствующая перенормировка

$$x_i^* = \frac{x_i}{\sum_i x_i}, \quad x_i > 0.$$

Таблица 1: Структура портфелей из «Голубых» фишек на всем периоде

Тикер	$\mu_i$	$\sigma_i$	$\beta_i$	$TR_i$ ( $C = 0.00046$ )	$x_{1i}$ ( $\theta = 1.5$ )	$x_{2i}$ ( $\theta = 15$ )	$x_{si}$
SBER	0.00078	0.01884	0.73291	0.00081	0.00000	<b>0.05172</b>	<b>0.14454</b>
AFLT	-0.00075	0.02073	0.62186	-0.00149	0.00000	0.00000	0.00000
GAZP	0.00059	0.01861	0.62993	0.00065	0.00000	<b>0.05050</b>	<b>0.05158</b>
SNGC	0.00054	0.02343	0.72006	0.00050	0.00000	0.00000	<b>0.00732</b>
LKOH	0.00004	0.02211	0.85011	-0.00016	0.00000	0.00000	0.00000
GMKN	0.00119	0.01913	0.58721	0.00172	<b>0.28857</b>	<b>0.13267</b>	<b>0.26782</b>
VTBR	0.00023	0.01814	0.61919	0.00009	0.00000	0.00000	0.00000
ROSN	0.00001	0.02077	0.81753	-0.00020	0.00000	0.00000	0.00000
MGNT	0.00093	0.01885	0.47013	0.00160	0.06564	<b>0.14598</b>	<b>0.16911</b>
NVTK	0.00018	0.02048	0.63073	-0.00001	0.00000	0.00000	0.00000
SIBN	-0.00018	0.01789	0.71127	-0.00051	0.00000	0.00000	0.00000
TATN	-0.00075	0.02469	0.95743	-0.00098	0.00000	0.00000	0.00000
YNDX	0.00172	0.02647	-0.00389	-0.39584	<b>0.44500</b>	<b>0.18859</b>	0.00000
PIKK	0.00091	0.01390	0.22632	0.00322	<b>0.20079</b>	<b>0.42000</b>	<b>0.30875</b>
IRAO	0.00063	0.02057	0.61864	0.00073	0.00000	<b>0.01054</b>	<b>0.05088</b>
				$\mu_\pi$	0.00135	0.00108	0.00094
				$\sigma_\pi$	0.01392	0.01013	0.01156
				$Var_\pi$	-0.01979	-0.01379	-0.01535

Как и ожидалось, инвестор с малым коэффициентом неприятия риска  $\theta = 1.5$  включает в портфель наиболее доходные ценные бумаги. Этому портфелю соответствуют наибольшие риски. ПРМ и ПММ с  $\theta = 15$  близки как по структуре вложений, так и по характеристикам.

Интересно отметить, что «Голубые фишки» на рассматриваемом периоде являются оборонительными. Акции Яндекса — наиболее доходны, но практически не зависят от движения рынка, что выражается в близком к нулю  $\beta$ -коэффициенте. Этот актив с достаточно большими весами входит в *ПММ* при  $\theta = 1.5$  и  $\theta = 15$ , но не попадает в *ПРМ*.

Рисковый портфель не включает бумаги нефтегазового сектора, а менее рискованные портфели включают наиболее доходную из них (Газпром), а остальные средства диверсифицируются между активами с разной секторальной принадлежностью: энергетика, банковское дело, строительство.

95% доверительные интервалы для разности статистик принимают вид

$$\begin{aligned} -0.00048 &\leq \mu_{\pi_1} - \mu_{\pi_2} \leq 0.00097, & 0.00241 &\leq \sigma_{\pi_1} - \sigma_{\pi_2} \leq 0.00503, \\ -0.00080 &\leq \mu_{\pi_1} - \mu_{\pi_s} \leq 0.00155, & 0.00015 &\leq \sigma_{\pi_1} - \sigma_{\pi_s} \leq 0.00430, \\ -0.00071 &\leq \mu_{\pi_s} - \mu_{\pi_2} \leq 0.00040, & 0.00040 &\leq \sigma_{\pi_s} - \sigma_{\pi_2} \leq 0.00258, \\ -0.00851 &\leq VaR_{\pi_1} - VaR_{\pi_2} \leq -0.00246, \\ -0.00859 &\leq VaR_{\pi_1} - VaR_{\pi_s} \leq 0.00001, \\ -0.00400 &\leq VaR_{\pi_s} - VaR_{\pi_2} \leq 0.00160. \end{aligned}$$

Построенные портфели статистически неразличимы по ожидаемым доходностям и VaR, но существенно различны по средним рискам.

Заметим, что 2020 год ознаменовался бурным распространением коронавирусной инфекции, что способствовало росту инвестиционных рисков. Возрастание волатильности начиналось с 25.02.2020, когда неизбежность мировых локдаунов стала очевидной, и сохранялась до конца анализируемого периода.

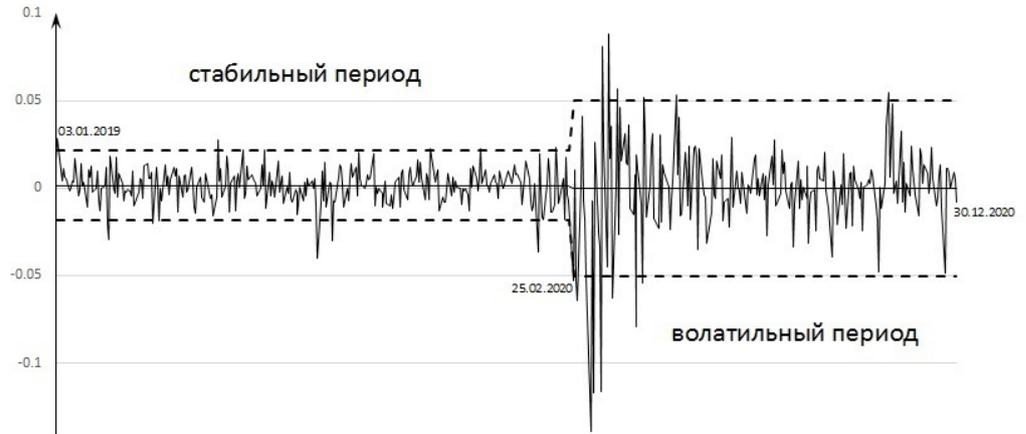


Рис. 1: Доходность РТС  $\pm 2s.e.$

Поэтому естественно ожидать, что на стабильном и волатильном периодах структуры инвестиционных портфелей будут разными.

Выбор оптимальной структуры вложений зависит от состояния фондового рынка и источников его нестабильности. До февраля 2020 года в портфели входили наиболее доходные акции добывающей отрасли, банковского сектора и энерге-

тики. Пандемия COVID-19 привела к перераспределению инвестиционных средств в пользу сектора потребительских товаров/услуг и строительства.

Таблица 2: Структура портфелей из «Голубых» фишек в стабильном и волатильном периодах

Тикер	03.01.2019–24.02.2020			25.02.2020–30.12.2021		
	$x_{1i}$ ( $\theta = 1.5$ )	$x_{2i}$ ( $\theta = 15$ )	$x_{si}$	$x_{1i}$ ( $\theta = 1.5$ )	$x_{2i}$ ( $\theta = 15$ )	$x_{si}$
SBER	0.00000	<b>0.06202</b>	<b>0.00651</b>	0.00000	0.00000	<b>0.03625</b>
AFLT	0.00000	<b>0.03460</b>	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
GAZP	0.00000	<b>0.02620</b>	<b>0.04376</b>	0.00000	0.00000	0.00000
SNGC	<b>0.24468</b>	<b>0.06405</b>	<b>0.10792</b>	0.00000	0.00000	0.00000
LKOH	0.00000	<b>0.01836</b>	<b>0.02175</b>	0.00000	0.00000	0.00000
GMKN	<b>0.69981</b>	<b>0.26320</b>	<b>0.32527</b>	0.00000	0.00000	<b>0.01098</b>
VTBR	0.00000	<b>0.15914</b>	<b>0.15264</b>	0.00000	0.00000	0.00000
ROSN	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
MGNT	0.00000	0.00000	0.00000	<b>0.44239</b>	<b>0.21783</b>	<b>0.33999</b>
NVTK	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	<b>0.07132</b>
SIBN	0.00000	<b>0.07211</b>	<b>0.10947</b>	0.00000	0.00000	0.00000
TATN	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
YNDX	0.00000	<b>0.07278</b>	<b>0.07640</b>	<b>0.44461</b>	<b>0.23250</b>	0.00000
PIKK	0.00000	<b>0.15872</b>	<b>0.04695</b>	<b>0.11301</b>	<b>0.54967</b>	<b>0.54146</b>
IRAO	<b>0.05551</b>	<b>0.06881</b>	<b>0.10933</b>	0.00000	0.00000	0.00000
$\mu_\pi$	0.00174	0.00119	0.00138	0.00223	0.00191	0.00164
$\sigma_\pi$	0.01210	0.00706	0.00823	0.01657	0.01249	0.01478
$VaR_\pi$	-0.01642	-0.00987	-0.01185	-0.02166	-0.01809	-0.01805

*Стабильный период:* инвестиции неразличимы по доходностям, но различны по рискам

$$\begin{aligned} -0.00032 &\leq \mu_{\pi_1} - \mu_{\pi_2} \leq 0.00145, & 0.00410 &\leq \sigma_{\pi_1} - \sigma_{\pi_2} \leq 0.00602, \\ -0.00040 &\leq \mu_{\pi_1} - \mu_{\pi_s} \leq 0.00106, & 0.00299 &\leq \sigma_{\pi_1} - \sigma_{\pi_s} \leq 0.00473, \\ -0.00006 &\leq \mu_{\pi_s} - \mu_{\pi_2} \leq 0.00045, & 0.00089 &\leq \sigma_{\pi_s} - \sigma_{\pi_2} \leq 0.00143, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -0.01220 &\leq VaR_{\pi_1} - VaR_{\pi_2} \leq -0.00373, \\ -0.01007 &\leq VaR_{\pi_1} - VaR_{\pi_s} \leq -0.00096, \\ -0.00383 &\leq VaR_{\pi_s} - VaR_{\pi_2} \leq -0.00069. \end{aligned}$$

*Волатильный период:* инвестиции неразличимы по доходностям и VaR, но различны по средним рискам

$$\begin{aligned} -0.00107 &\leq \mu_{\pi_1} - \mu_{\pi_2} \leq 0.00174, & 0.00227 &\leq \sigma_{\pi_1} - \sigma_{\pi_2} \leq 0.00598, \\ -0.00146 &\leq \mu_{\pi_1} - \mu_{\pi_s} \leq 0.00259, & -0.00125 &\leq \sigma_{\pi_1} - \sigma_{\pi_s} \leq 0.00488, \\ -0.00151 &\leq \mu_{\pi_s} - \mu_{\pi_2} \leq 0.00080, & 0.00015 &\leq \sigma_{\pi_s} - \sigma_{\pi_2} \leq 0.00455, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -0.01787 &\leq VaR_{\pi_1} - VaR_{\pi_2} \leq -0.00075, \\ -0.01749 &\leq VaR_{\pi_1} - VaR_{\pi_s} \leq 0.00543, \\ -0.01241 &\leq VaR_{\pi_s} - VaR_{\pi_2} \leq 0.00350. \end{aligned}$$

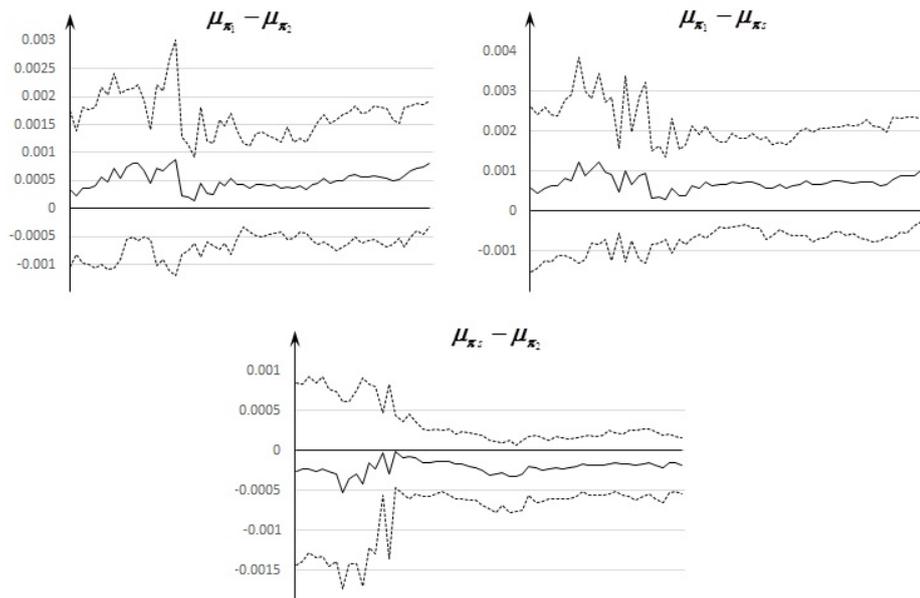


Рис. 2: 95% доверительный интервал для разности средних доходностей

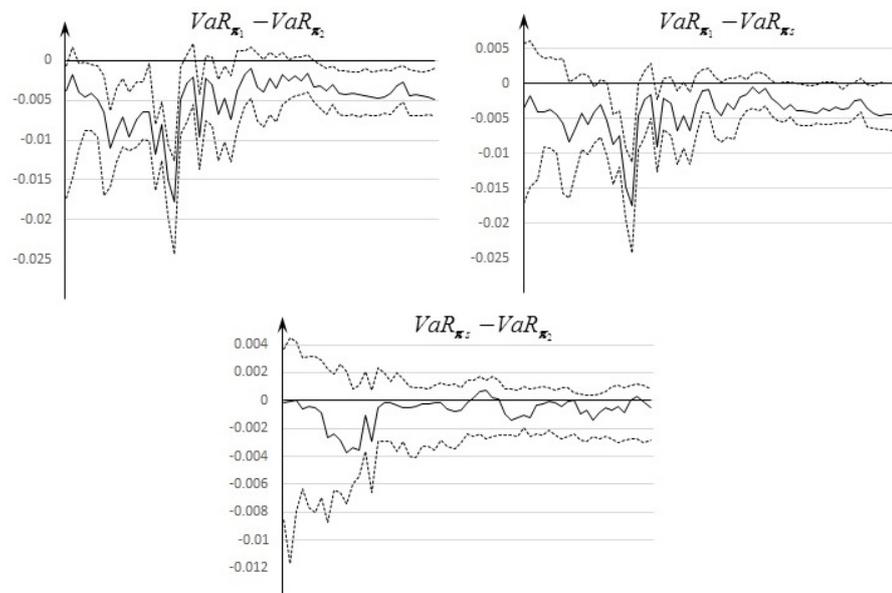


Рис. 3: 95% доверительный интервал для разности VaR

Метод скользящего окна шириной в 211 дней подтверждает стабильность результатов: ПРМ и ПММ с  $\theta = 15$  близки по доходностям и рискам.

## Заключение

Анализ показывает, что портфель, сформированный на основе рыночной модели, близок по характеристикам к оптимальному портфелю инвестора с высокой несклонностью к риску. Отсутствие необходимости решения нелинейной оптимизационной задачи является серьезным преимуществом *ПММ* при работе с большим числом активов.

## Список литературы

- [1] Kamil A.A., Wan K.M. Extension of Markowitz model for portfolio analysis // *Wseas Transactions on Mathematics*. 2004. Vol. 3, № 3. Pp. 641–646.
- [2] Markowitz H. Portfolio Selection // *The Journal of Finance*. 1952. Vol. 7, № 1. Pp. 77–91. <https://doi.org/10.2307/2975974>

## Образец цитирования

Сидорова О.И., Перевалова Л.Г., Воеводина М.С. Сравнительный анализ двух методов формирования портфеля ценных бумаг // *Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика*. 2021. № 1. С. 48–58. <https://doi.org/10.26456/vtpmk608>

## Сведения об авторах

1. **Сидорова Оксана Игоревна**  
доцент кафедры математической статистики и системного анализа Тверского государственного университета.  
*Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ.*  
*E-mail: [oksana.i.sidorova@yandex.ru](mailto:oksana.i.sidorova@yandex.ru)*
2. **Перевалова Любовь Григорьевна**  
магистрант кафедры математической статистики и системного анализа Тверского государственного университета.  
*Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ. E-mail: [lubasha99@mail.ru](mailto:lubasha99@mail.ru)*
3. **Воеводина Мария Сергеевна**  
магистрант кафедры математической статистики и системного анализа Тверского государственного университета.  
*Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ. E-mail: [jm1726@yandex.ru](mailto:jm1726@yandex.ru)*

# COMPARATIVE ANALYSIS OF TWO PORTFOLIO CONSTRUCTION METHODS

**Sidorova Oksana Igorevna**

Associate Professor in the Department of Mathematical Statistics and System Analysis,

Tver State University

*Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TverSU.*

*E-mail: [oksana.i.sidorova@yandex.ru](mailto:oksana.i.sidorova@yandex.ru)*

**Perevalova Lyubov Grigoryevna**

Master student at the Department of Mathematical Statistics and System Analysis,  
Tver State University

*Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TverSU.*

*E-mail: [lubasha99@mail.ru](mailto:lubasha99@mail.ru)*

**Voevodina Maria Sergeevna**

Master student at the Department of Mathematical Statistics and System Analysis,  
Tver State University

*Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TverSU.*

*E-mail: [jm1726@yandex.ru](mailto:jm1726@yandex.ru)*

---

*Received 25.03.2021, revised 15.04.2021.*

---

In this article we compare two different approaches to the optimal portfolio construction: the Markowitz model and the market model. We analyse the Russian stock market for the period 03.01.2019–24.03.2021 and choosing among the securities depending on the investor's risk preferences. Comparative study of the portfolios are based on their profitability, risk, and VaR. Stability analysis is carried out by statistical modeling.

**Keywords:** optimal portfolio, Markowitz model, single index model, return, risk, VaR.

## Citation

Sidorova O.I., Perevalova L.G., Voevodina M.S., “Comparative analysis of two portfolio construction methods”, *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2021, № 1, 48–58 (in Russian). <https://doi.org/10.26456/vtprm608>

## References

- [1] Kamil A.A., Wan K.M., “Extension of Markowitz model for portfolio analysis”, *Wseas Transactions on Mathematics*, **3:3** (2004), 641–646.
- [2] Markowitz H., “Portfolio Selection”, *The Journal of Finance*, **7:1** (1952), 77–91, <https://doi.org/10.2307/2975974>.