Вестник ТвГУ. Серия "Физика". 2009. № 3. Выпуск 4. С. 84–92.

УДК 539.1.01

О ПРЕОБРАЗОВАНИИ ПРОМЕЖУТКОВ ВРЕМЕНИ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ*

Д. Ю. Минеев

Тверской государственный университет,
кафедра теоретической физики

Проанализированы три варианта преобразования промежутка времени в зависимости от значения гравитационного потенциала. Одна из формул преобразования отвечает общей теории относительности, а две других – подходу, названному нами квазиклассическим, поскольку он основан на использовании классической (дорелятивистской) физики в сочетании с основными принципами специальной теории относительности, которые должны оставаться справедливыми и при наличии гравитационного поля. Все три преобразования качественно согласуются друг с другом, но несколько различны на количественном уровне.

Введение. В 1905 г. А. Эйнштейн предложил специальную теорию относительности (СТО), в которой ни пространство, ни время уже не были абсолютными, а в 1916 г. им была опубликована работа [1], посвященная общей теории относительности (ОТО).

В основе ОТО – решение уравнений Эйнштейна

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} \qquad (1)$$

для компонент R_{ik} тензора кривизны. Здесь R - скалярная кривизна, g_{ik} – компоненты метрического тензора, G – гравитационная постоянная, c - скорость света в вакууме, T_{ik} – компоненты тензора энергии-импульса. Несмотря на простой вид, уравнения (1) являются очень сложными, хотя с формальной точки зрения они отвечают приближению квазиплоского пространства – времени. В течение последних двадцати лет появился ряд изданий с критикой теории относительности. Как правило, эта критика не является профессиональной. Можно, в частности, отметить появление относительно новой лженауки – эфиродинамики [2]. Последние годы характеризуются также резкой критикой ОТО [3; 4], которую уже никак нельзя назвать непрофессиональной. Достаточно отметить, что один из авторов указанных статей – А.А. Логунов является академиком РАН.

* Работа выполнена под руководством и при участии проф. В.М. Самсонова

Следует также отметить, что в течение последних двадцати лет появляются так называемые альтернативные теории тяготения [5; 6]. К настоящему времени их насчитывается более двухсот. Представители каждой из них ставят свою теорию выше ОТО. С этим, однако, не согласен В.Л. Гинзбург, упоминающий работы Л.Л. Логунова в статье [7], посвященной лженауке.

В чем же причина такой странной для непосвященных ситуации? Причин, очевидно, несколько, и не все из них нам в полной мере понятны. Отметим в данной работе одну из них – геометрический характер ОТО. С одной стороны, центральная идея ОТО, основывающаяся на принципе эквивалентности инертной и гравитационной массы, – сведение гравитации к искривлению пространства-времени представляется нам и не только нам одной из величайших находок в истории теоретической физики. С другой стороны, Дж. Уилер, лично знавший А. Эйнштейна, свидетельствует в [8] о том, что самому создателю ОТО уравнение (1) не нравилось, поскольку в его левой части фигурирует геометрический тензор R_{ik}, а в правой – физический тензор T_{ik}. В соответствии с этими сомнениями Дж. Уилер предпринял позднее серьезные усилия, направленные на то, чтобы “изгнать” из ОТО физические величины. Сначала это получалось “коряво”, когда он вводил в [9] безразмерную массу m^* просто как постоянную интегрирования, вне всякой связи с понятием массы в классической физике. В дальнейшем эта идея воплотилась в понятии ADM – массы [10], сводящей ее к особенности тензора кривизны.

На наш взгляд, классическая физика и СТО связаны друг с другом более органично и составляют, по сути, единое целое. Однако связующее звено между ОТО и классической физикой в значительной степени отсутствует. В связи с этим, в противоположность альтернативным теориям, которые ориентированы на усложнение, а зачастую и на отрицание ОТО, мы предлагаем квазиклассический подход к теории тяготения, основывающийся на теории тяготения Ньютона и основных принципах СТО, которые по общепринятому мнению, остаются справедливыми и при наличии гравитационного поля. Прежде всего, к таким принципам принадлежат:

1. Постулат о постоянстве скорости света в вакууме c.

2. Принцип эквивалентности энергии E и массы m:

$$E = mc^2 . \qquad (2)$$

В СТО [11] формула (2) получается как «нулевая» компонента тензора энергии-импульса свободной частицы. Ее распространение на частицу в гравитационном поле – проблема далеко не тривиальная.

О зависимости массы от гравитационного потенциала. Будем исходить из того, что полную энергию частицы E в гравитационном поле, характеризуемом гравитационным потенциалом φ, можно представить как сумму вклада mc^2, отвечающего свободной частице, и вклада $m\varphi$, отвечающего энергии частицы в гравитационном поле:

$$E = mc^2 + m\varphi . \tag{3}$$

Помимо принципа эквивалентности энергии и массы, соотношение (3) учитывает принцип эквивалентности инертной и гравитационной массы. Соответственно, в правой части (3) в обоих слагаемых должна фигурировать релятивистская масса частицы $m = m_0 / \sqrt{1 - V / c^2}$, где V - скорость частицы, m_0 - ее масса покоя. В данной работе мы ограничися случаем движения пробной частицы с малыми скоростями ($V << c$). Тогда (3) перепишется в виде:

$$E = m_0 c^2 + m_0 \varphi . \tag{$3'$}$$

Пусть тело массы $m_0^{(0)}$ переносится из бесконечности, то есть из точки, где $\varphi = 0$ в точку с конечной величиной гравитационного потенциала. Тогда из ($3'$) имеем

$$m_0 c^2 + m_0 \varphi = m_0^{(0)} c^2 . \tag{4}$$

Из соотношения (4) следует, что либо масса покоя пробной частицы m_0 должна зависеть от φ ($m_0 \neq m_0^{(0)}$), либо гравитационный потенциал φ должен зависеть от массы: $m_0 = m_0^{(0)}, \varphi = \varphi(m_0)$. Однако последнее допущение противоречит определению гравитационного потенциала как интенсивной характеристики гравитационного поля. Принимая первый вариант, из (4) находим:

$$m_0 = \frac{m_0 c^2}{\varphi + c^2} = \frac{m_0^{(0)}}{1 + \varphi / c^2} , \tag{5}$$

Согласно (5), $m_0 \to m_0^{(0)}$ при $\varphi \to 0$ и $m_0 \to \infty$ при $\varphi \to -c^2$. Таким образом, масса m_0 имеет особенность при выполнении условия

$$\varphi = -c^2, \quad (6)$$

Если подставить в (6) ньютоновский гравитационный потенциал

$$\varphi_N = -\frac{GM}{r}, \quad (7)$$

то находим, что описанная выше особенность m_0 имеет место при

$$r = R_G = \frac{GM}{c^2}, \quad (8)$$

где M - масса тела, создающего гравитационное поле.

Преобразование промежутков времени. Основное значение СТО связано с тем, что она изменила существовавшие ранее представления о пространстве и времени. Согласно СТО [12], пространственные координаты и время образуют единое пространство. В ОТО [11, 13] делается вывод о том, что промежуток времени $d\tau$ в локальной системе отсчета, где гравитационный потенциал равен φ, связан с промежутком времени dt, измеряемым удаленным наблюдателем, для которого $\varphi = 0$, следующим образом

$$d\tau = g_{00}{}^{1/2} dt, \quad (9)$$

где $g_{00} = 1 - \alpha / r$ – соответствующая компонента метрического тензора,

$$\alpha = \frac{2GM}{c^2} \quad (10)$$

– постоянная, которую называют гравитационным радиусом или радиусом Шварцшильда. Сравнивая (9) и (10), заключаем, что введенная нами постоянная R_G вдвое меньше, чем α. Уже из описанного выше расхождения между R_G и α следует, что понятие сингулярности, возникающей в теории тяготения в полной мере не осмыслено. В [3; 4] трудности, возникающие при интерпретации этого понятия в ОТО, служат основанием для вывода о неадекватности самой теории.

При наличии гравитационного поля становится невозможной стабильная синхронизация часов во всем пространстве, характеризуемом различными значениями локального гравитационного потенциала. Истинным временем должно считаться время, отсчитываемое по часам, неподвижным по отношению к рассматриваемой системе координат. Вывод о том, что время течет быстрее или медленнее приобретают определенный физический смысл только в том случае, если косвенным, но адекватным образом сравнивается показания часов в различных системах отсчета. Находясь внутри данной системы отсчета, выводы о замедлении или ускорения времени, а также об увеличении или сокращения расстояний под действием гравитации не могут быть сделаны.

При наличии гравитационного поля даже такие привычные понятия, как часы и измерение времени требуют уточнения. Следует, прежде всего, отметить, что хотя теория относительности существенно изменила и уточнила существующие представления о пространстве и времени, более или менее корректное определение времени по прежнему отсутствует. «Рабочее определение» соответствует пониманию времени как длительности того или иного процесса, определяемой сравнением с длительностью другого процесса, принятого за эталонный. Если не рассматривать такие архаичные часы, как водяные или песочные, характеризующиеся выраженной привязкой к земным условиям, то обычно в качестве часов выступают устройства, реализующие тот или иной периодический процесс. Таким образом, как с точки зрения квазиклассического подхода, так и с точки зрения теории относительности наиболее адекватными являются часы, работа которых основывается на использовании гармонического осциллятора. Несмотря на разнообразие конструкций таких часов (от механических до кварцевых) все они основываются на использовании в качестве маятника гармонического осциллятора той или иной конструкции, функционирующего в режиме автоколебаний. При этом роль источника энергии часов сводится к поддержанию незатухающих колебаний, т.е. колебаний с постоянной амплитудой a. Таким образом, в качестве модельного гармонического осциллятора, на котором основывается работа релятивистских часов, следует рассматривать осциллятор, совершающий незатухающие гармонические колебания с постоянной амплитудой.

В классической механике в качестве полной энергии осциллятора $E = \frac{mV^2}{2} + U$, рассматривается сумма кинетической $mV^2/2$ и потенциальной $U = kx^2/2$ энергий. В положении равновесия $U = 0$ и $E = mV_{\max}^2/2$. При максимальном отклонении $x = a$, $E = U = ka^2/2$, причем $k/m = \omega^2$. ω - циклическая частота. Здесь и в дальнейшем индекс "0" у m опускаем. Таким образом, полную механическую энергию гармонического осциллятора можно представить в виде $E = m\omega^2\alpha^2/2$.

В дальнейшем рассматривая перемещение часов в гравитационном поле, в выражение для энергии системы следует также включить энергию mc^2, отвечающую свободной частице и потенциальную энергию осциллятора в целом $m\varphi$ во внешнем гравитационном поле. Рассмотрим два состояния системы: 1) осциллятор находится в точке, характеризуемой гравитационным потенциалом φ; 2) осциллятор находится на бесконечности, т.е. в точке, где $\varphi = 0$. Из закона сохранение энергии находим

$$mc^2 + m\varphi + \frac{m\omega^2 a^2}{2} = m_0 c^2 + \frac{m_0\omega_0^2 a^2}{2}.$$

С учетом формулы (5) имеем

$$\frac{m^{(0)}}{1 + \frac{\varphi}{c^2}}\left(c^2 + \varphi + \frac{\omega^2 a^2}{2}\right) = m_0\left(c^2 + \frac{\omega_0^2 a^2}{2}\right)$$

или

$$\frac{m^{(0)}c^2}{1 + \frac{\varphi}{c^2}}\left(1 + \frac{\varphi}{c^2} + \frac{\omega^2 a^2}{2c^2}\right) = m_0 c^2\left(1 + \frac{\omega_0^2 a^2}{2c^2}\right).$$

После несложных преобразований находим

$$1 + \frac{\varphi}{c^2} + \frac{\omega^2 a^2}{2c^2} = \left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right)\left(1 + \frac{\omega_0^2 a^2}{2c^2}\right).$$

Из последнего соотношения вытекает зависимость циклической частоты осциллятора ω от гравитационного потенциала

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right)^{1/2}. \tag{11}$$

Аналогичное выражение можно записать для обычной частоты ν.

Рассмотрим предельные случаи. При $\varphi \to 0$, $\nu \to \nu_0$. При $\varphi \to -c^2$, $\nu \to 0$. Условие $\varphi \to -c^2$ соответствует значению текущего радиуса r, отвечающего гравитационному радиусу R_G.(см. формулу (8)). Согласно (11), на поверхности, отвечающей $r = R_G$, $\nu = 0$, а период колебаний $T \to \infty$, т.е. часы должны останавливаться.

Рассмотрим концепцию часов и измерение времени подробнее. Измерение времени сводится к сравнению длительности колебания осциллятора с длительностью измеряемого процесса. Однако промежуток собственного времени $d\tau$ пропорционален не периоду колебаний T, а частоте колебаний ν. Иными словами, время измеряется числом колебаний осциллятора, отвечающих данному промежутку времени. Следовательно, промежуток собственного времени $d\tau$ будет связан с промежутком времени dt, отвечающему удаленному наблюдателю, тем же соотношением, что и частоты ν и ν_0. Иными словами,

$$d\tau = \left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right)^{1/2} dt \tag{12}$$

или, для ньютоновского потенциала,

$$d\tau = \left(1 - \frac{R_G}{r}\right)^{1/2} dt. \tag{12$'$}$$

Формула (12') отличается от формулы

$$d\tau = \left(1 - \frac{2R_G}{r}\right)^{1/2} dt, \tag{13}$$

вытекающей из (9)-(10), лишь наличием числового множителя в выражении под знаком квадратного корня.

Формулу для преобразования промежутка времени можно получить альтернативным путем, не используя ни проведенного выше рассмотрения гармонического осциллятора, ни шварцшильдовских решений уравнений Эйнштейна. Действительно, в соответствии с принципом наименьшего действия, компонента метрического тензора g_{00} связана с гравитационным потенциалом φ соотношением [11]

$$g_{00} = \left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right)^2 . \tag{14}$$

С учетом (9) находим

$$d\tau = \left(1 - \frac{R_G}{r}\right) dt . \tag{15}$$

Примечательно, что формулы (12′), (13) и (15) однотипны, но все же несколько отличны друг от друга.

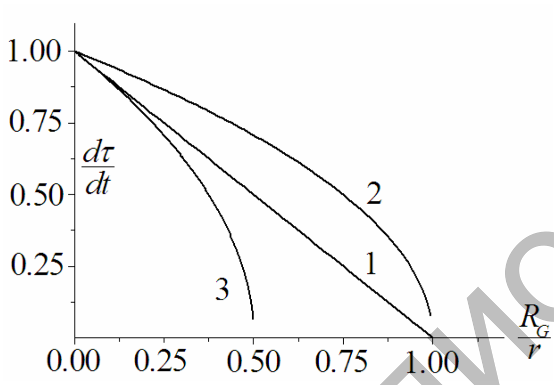

Рис. 1 Сравнение формул для преобразования промежутков времени: 1 – формула (15), 2 – (12'), 3 – (13)

Заключение. Таким образом, два варианта квазиклассического подхода, не связанные с применением ОТО, предсказывают существование определенного значения r, при которых $g_{00} = 0$ и, соответственно, компонента g_{11} имеет сингулярность ($g_{11} \to \infty$). Вместе с тем, три формулы проиллюстрированные рис.1, предсказывают несколько различающихся друг с другом результаты. Причины отмеченных расхождений в полной мере пока не ясны. Отметим лишь, что формула (14) вытекает из выражения $g_{00} = 1 - \frac{2GM}{c^2 r}$, которое получено в приближении слабого гравитационного поля. Иными словами, формула (14) корректна только при больших r или малых R_G / r. В этой области r кривые 1 и 3 сливаются.

Список литературы

1. Эйнштейн А. Сборник научных трудов. Т.1. М.: Наука, 1965. С. 43.
2. Ацюковский В. А. Общая эфиродинамика. М.: Энергоатомиздат, 1990.
3. Кисилев В. В., Логунов А. А., Миствиршили М. А. //Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2006. Т. 37. Вып. 3. С. 597.
4. Герштейн С. С., Логунов А. А., Мствиршвили М. А. //Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2008. Т. 39, Вып.1. С. 81.
5. Уилл К. М., Теория и эксперимент в гравитационной физике. М.: Энергоатомиздат, 1985.
6. Википедия, http://ru.wikipedia.org/wiki/ Альтернативные теории гравитации.
7. Гинзбург В. Л. О лженауке и необходимости борьбы с ней //Наука и жизнь. 2000. № 11. С. 74.
8. Wheeler J. A. Am. Sci., 1968. V. 59. P. 1.
9. Уиллер Дж. Гравитация как геометрия (II). // Гравитация и относительность. М.: Мир, 1965. С. 141.
10. Мизнер Ч., Торн К., Уиллер Дж. Гравитация. Т. 1-3. М.: Мир, 1977.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Теория поля. М.: Наука, 1973.
12. Угаров В. А. Специальная теория относительности. М.: Наука, 1969. С. 107.
13. Толмен Р., Относительность, термодинамика и космология. М.: Наука, 1974.