Вестник Тверского государственного университета. Серия "ФИЛОСОФИЯ". 2023. № 1 (63). С. 32–41

УДК 168:514.1

DOI: 10.26456/vtphilos/2023.1.032

ГЕОМЕТРИЯ ЛОБАЧЕВСКОГО – ПЕРВАЯ НЕКЛАССИЧЕСКАЯ НАУЧНАЯ ТЕОРИЯ

С.Н. Коськов

ФГБОУ ВО «Орловский государственный университета им. И.С. Тургенева», г. Орел

Обычно появление неклассической науки относят к началу XX в. Прежде всего имеют в виду теорию относительности, квантовую механику, излучение энергии, генетику, что совершенно справедливо. Но автор подчеркивает, что первая неклассическая теория появилась уже в первой половине XIX в. в области математики. По своим методологическим и мировоззренческим основаниям именно геометрия Лобачевского стала первой неклассической теорией.

Ключевые слова: *математика, геометрия Евклида, геометрия Лобачевского, геометрия Гаусса, пространство, классическая наука, неклассическая наука.*

Геометрия Евклида была исторически первой научной теорией, которая реализовала представление древних греков об идеальной научной теории, представляющей собой набор основных постулатов, из которых выводится дедуктивным образом все знание об определенной области или, более того, всё устройство мира. Согласно убеждениям древних греков, в том числе Аристотеля, Космос строго рационально организован. В основе Космоса лежит небольшой набор основных законов, которые определяют все остальные особенности Космоса. Таким образом, и теория должна отвечать этому замыслу. В её основе должен лежать небольшой набор постулатов, принципов, законов, аксиом, из которых можно вывести дедуктивным образом всё богатство теории. Евклидовская геометрия, как уже отмечалось, была первой дедуктивной, аксиоматически построенной теорией, которая привела всех древних греков в восторг. Геометрия Евклида стала тем идеалом, к которому стремились и которому подражали ученые. Так, к примеру, Эйнштейн лелеял мечту сформулировать небольшой набор физических положений, из которых можно было бы вывести все остальные физические эффекты дедуктивным способом. И Декарт, и Спиноза не только лелеяли такую мечту, но и подражали построениям геометрии Евклида. Евклид поставил перед собой цель сформулировать основные самоочевидные положения, из которых дедуктивным путем можно было вывести всё геометрическое знание. Если до Евклида геометрия была знанием чисто практического, технологического характера, то Евклид сделал геометрию чисто теоретическим построением, настоящим эпистемным знанием, истиной, последней инстанцией, не связанной с постоянно изменяющимся материальным миром. Необходимо обратить внимание на то положение дел, которое обычно не замечают: аксиомы Евклида можно представить как те или иные типы определений. Определения могут быть правильно или неправильно построенными, но не истинными или ложными. Истинными и ложными могут быть лишь суждения. Только суждения можно доказать или опровергнуть, но не определения [1, с. 453].

Геометрия Евклида – все 15 разделов его «Начала геометрии», все 15 групп аксиом, которые можно было свести к 5 основным аксиомам, которые мы знаем ещё из школьной программы. Первая аксиома связана с пониманием прямой, которую можно отождествить с лучом света, пропущенным через маленькое отверстие, или определить следующим образом: прямая – это кратчайшее расстояние между двумя точками. Вторая аксиома: если взять отрезок прямой, то его можно продолжить в обе стороны до бесконечности. Третья аксиома: если взять один конец прямой и закрепить, то другим можно очертить окружность. Четвертая аксиома: из точки, взятой в не плоскости можно опустить перпендикуляр на эту плоскость и только один. Пятый постулат – о параллельности: через точку, взятую вне прямой, можно провести только одну прямую, параллельную данной прямой. У самого Евклида более сложная формулировка [2]. Если взять две прямые и пересечь их другой прямой при условии, что сумма равносторонних углов не равна 180^0, то эти прямые обязательно пересекутся с той стороны, где сумма углов меньше 2D (меньше 180^0). Этот постулат не менее уникальный, чем предыдущие четыре; к примеру, без этой аксиомы нельзя доказать, что сумма внутренних углов треугольника равна 2D, 180^0 [3; 4].

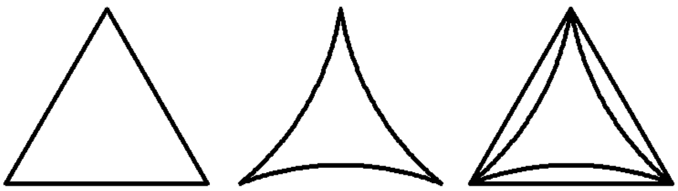
Впоследствии оказалось, что если эту теорему поставить на место пятого постулата о параллельности, то окажется, что этот пятый постулат можно вывести из этой теоремы как следствие. Это и стало той проблемой, что смущала математиков на протяжении почти 22 веков. В связи с этим встал вопрос о доказательстве пятого постулата. Над этой проблематикой работали многие математики на протяжении веков. Те неудачи, которые случались, они относили на счет своего недостаточного понимания замысла Евклида. Только в XVII–XVIII в. были робкие попытки ставить вопрос о правомерности пятого постулата о параллельности. Так как геометрия Евклида на протяжении веков зарекомендовала себя как правильная теория, которая описывает пространство, в котором мы живем, и которая стала основой всего естествознания и всей науки, то в истинности данной геометрии никто не сомневался. Никто не сомневался не только в истинности данной геометрии, но и в её единственности. Проблема сводилась к тому, как логически правильно организовать, оформить эту Евклидову геометрию. К середине XIX в. только единицы сомневались в единственности и истинности Евклидовой геометрии. Так как попытки логически переоформить Евклидову геометрию оканчивались неудачами, то настоятельно требовался совершенно иной подход. Если пятый постулат о параллельности не выводим из предыдущих, то можно предложить пойти от обратного, поставить на его место постулат, противоречащий ему. Через точку, не лежащую на этой прямой, можно провести две прямые, параллельные данной прямой, если можно провести две параллельные прямые, то это означает, что можно провести бесконечное множество прямых параллельно данной прямой, как впоследствии выясниться – целый континуум параллельных. Ход рассуждений был следующий: раз пятый постулат не выводим из предыдущих четырех, то фактически это означает, что он не зависим от них. Давайте возьмем противоречащий ему постулат, а четыре первых постулата оставим прежними, тогда в силу абсурдности нового постулата параллельности на каком-нибудь этапе мы должны получить противоречивые суждения, например А и не А. Вера в то, что геометрия Евклида единственная и истинная, была настолько сильна, что даже когда исследователи получали положительный результат, то есть не обнаруживали противоречия с видением нового постулата, то никак не могли его осмыслить должным образом, у них не хватало силы воли и духа выступить с опровержением Евклидовой геометрии. Как правило, ученые забрасывали свои наработки, и только некоторые пытались опубликовать свои результаты в скромных журналах формата (математические листочки) в итальянских школах XVII–XVIII вв.

До конца осмыслить своё отношение к Евклидовой геометрии смогли лишь к концу 20–30-х гг. XIX в. русский математик Лобачевский, венгерский математик Бойяи, немецкий математик Гаусс, в 40–50-х гг. немецкие математики Риман и Кристоффель. Кристоффель ввел в дифференциальную геометрию Римана понятие тензора как формальную запись кривизны пространства. Они первыми осознали тот факт, что можно создать новую геометрию, которая в логическом и математическом отношении ничем бы не уступала геометрии Евклида, хотя ряд теорем будет существенно отличаться от евклидовских, и геометрическая модель в принципе должна быть иной, чем у Евклида.

Геометрия Н.И. Лобачевского как исторически первая неевклидова геометрия и первая неклассическая теория

Лобачевский – профессор и ректор Казанского университета – в 1825 г. выступает с небольшим докладом о новых построения в геометрии, затем в 1826-м – с более расширенным докладом, в 1829-м – с публикацией. Постулат Лобачевского о параллельности гласит, что через точку, взятую в не прямой, можно провести множество прямых, параллельных данной, для этого нужно ввести новое понимание прямой, новую модель для геометрических фигур и, главное, нужно ввести новую модель пространства. Геометрия Лобачевского – это геометрия для плоскостей, прямых и фигур, с постоянным и отрицательным показателем кривизны. Для наглядности можно представить себе шар. Вы находитесь внутри этого шара. Вогнутая поверхность шара, которую вы вокруг себя наблюдаете, и будет поверхностью с отрицательным, постоянным показателем кривизны.

А теперь, находясь внутри шара, попытайтесь на этой внутренней поверхности изобразить треугольник как простейшую геометрическую фигуру или другие геометрические фигуры, известные вам. Вы сразу заметите, что ваши прямые – это вогнутые линии, и ваш треугольник состоит из трех вогнутых линий – гипербол. Для большей наглядности возьмем лист бумаги и нарисуем на нем маленький треугольник Евклида и большой треугольник во весь лист. Теперь нужно вписать в эти треугольники Евклида треугольники Лобачевского, состоящие из гипербол. Треугольник – это геометрическая фигура, образованная тремя пересекающимися линиями. Если вам стало трудно вписать треугольники Лобачевского, то это означает, что у вас не сформировано понятие треугольника, а ваше представление о треугольниках ограниченно лишь чувственно-наглядными образами. Сравнивая треугольники Лобачевского и Евклида, можно заметить, что сумма внутренних углов треугольника Евклида, как в малом, так и в большом, равна 180^0 или 2D. Сумма внутренних углов треугольника Лобачевского меньше 180^0 или 2D. В малом треугольнике Лобачевского сумма внутренних углов будет больше, чем в большом треугольнике Лобачевского. Возникает новая закономерность – сумма внутренних углов треугольника Лобачевского зависит от длины сторон треугольника. Чем больше длина сторон треугольника, тем сумма внутренних углов меньше и в своём пределе стремится к нулю.



Конечно, это новая необычная и непривычная геометрия вызывала бурю возмущений и непринятие не только среди российских, но и среди зарубежных математиков, вплоть до личных оскорблений. Это была первая неклассическая теория. Появление неклассической науки принято относить к началу XX в. (теория относительности, квантовая механика, генетика и многое другое). Это связано не только с созданием новых научных теорий, но и с новым стилем мышления, типа рациональности и, самое трудное, с изменением картины мира, за которой стоит новое мировоззрение, новые образы, новые понятия, новые представления о мире, человеке, о взаимоотношениях человека и мира. В начале XX в. человек оказался живущим в новом мире, но стиль мышления, тип мировоззрения, ценностно-психологические установки слишком консервативны, чтобы меняться так же быстро, как и научные теории. Поэтому первая половина XX в. в культурологическом отношении малого чего привнесла принципиально нового, несмотря на две мировые войны, все инновации в искусстве, литературе, архитектуре, несмотря на революции, геометрический рост количества ученых и т. д. Птица мудрости – сова Минервы вылетает лишь в сумерках.

Не будем спешить с осуждением оппонентов Лобачевского, это было действительно необычным – организация геометрических знаний на новых основаниях. Почему же было такое жесткое активное непринятие новой геометрии Лобачевского? Во-первых, геометрия Евклида зарекомендовала себя за 22 прошедших века как единственная и истинная геометрия, которая описывает реальные свойства пространства. Во-вторых, геометрия Евклида стала основой всего естествознания, всех научных построений на протяжении этого громадного 22-векового отрезка времени, и отказаться от геометрии Евклида означало отказаться от всего естествознания и от его истории, инженерной практики и т. д. Это потребовало бы переосмысления всего естественного научного массива, что представлялось невозможным [5]. Только в начале XX в. с появлением общей теории относительности стало, по сути дела, возможным принятие Евклидовой геометрии и геометрии Лобачевского как математических оснований для описания реальных пространств, но это тогда было еще никому не известно. В-третьих, научные сообщества, как правило, достаточно консервативны, чтобы легко и просто принимать всё новое, что появляется в научном мире [6]. Нужен какой-то временной отрезок, чтобы новое было принято как консенсус для всего научного сообщества. Это в данном случае принятие неевклидовой геометрии заняло временной отрезок в 50 лет, а применение – 90 лет. В-четвертых, геометрия Евклида преподавалась на протяжении 22 веков как истина в последней инстанции во всех университетах, во всех высших учебных заведениях и школах, так что вера в истинность евклидовой геометрии была плодом обучения и воспитания энного количества поколений. В-пятых, геометрия Евклида настолько отвечает нашему обыденному мировоззрению, здравому смыслу, что на обыденном уровне, находясь в реальном пространстве, мы и мыслим понятиями и фигурами Евклидовой геометрии. Даже те, кто не обучался в школах и вузах, мыслит в понятиях, смыслах и фигурах Евклидовой геометрии, и вся наша обыденная практика является подтверждением этой геометрии, так как в окрестностях Земли кривизна пространства практически равна нулю. Расчеты траекторий полетов космических кораблей делаются на основе классической физики Ньютона и небесной механики Пуанкаре. Обыденному рассудку понимание этого недоступно, но это реально.

Н.И. Лобачевский не менее фанатично верил в свою геометрию и её единственность и истинность, чем его оппоненты в единственность и истинность геометрии Евклида. Более того, он выступил с практическим проектом, согласно которому, если провести геодезические линии (по поверхности Земли) от западных до восточных границ Российской империи, то можно было бы доказать, что эти геодезические линии окажутся не прямыми в логике Евклида, а вогнутыми, то есть линиями с отрицательными и постоянными показателями кривизны согласно его геометрии. Лобачевский и его единомышленники оценили свой проект в сорок тысяч рублей и обратились в правительство с целью его профинансировать. Правительство, как всегда, отказало в финансировании, и на это раз оно было правым. Если бы это проект был реализован, то оказалось бы, что эти геодезические линии – прямые Евклида, а не Лобачевского, что стало бы, без всяких преувеличений, трагедией для Лобачевского и при его слабом здоровье вполне возможно привело бы к летальному исходу. Только после создания общей теории относительности, только после дальнейших разработок идей неевклидовых геометрий стало ясно, что геометрия Лобачевского может реализоваться лишь в космическом масштабе как один из вариантов геометрического описания кривизны космического пространства при определенных коэффициентах кривизны, но тогда ещё об этом не знали. Реальное пространство, в котором мы живем, обладает кривизной, близкой к нулю.

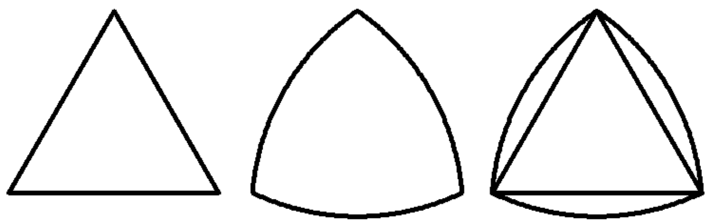
По сути дела, научная деятельность Лобачевского была научным подвижничеством. В 1830-х гг. на русском языке выходят две книги, а в 1840-х гг. они выходят на немецком. В 1850-м г. Лобачевский получает признание на тот момент ведущим профессиональным сообществом математиков из Геттингёнского университета. Его приглашают выступить с докладом перед многоуважаемым научным сообществом. Выдающийся немецкий математик Гаусс, председательствующий в этом совете, представил Лобачевского и ушел с заседания. Дело в том, что приблизительно в то же время, что Лобачевский начал сомневаться в Евклидовой геометрии, он попытался поставить эксперимент: на вершинах трех гор были установлены фонари, ночью при их включении лучи света образовывали треугольник [7]. Гаусс надеялся, что эти световые прямые будут отличаться от Евклидовых, но этого не случилось. Световые линии оказались прямые в смысле Евклидовской геометрии. Еще раз – кривизна пространства в окрестностях Земли практически равна нулю. Этот факт был осознан только лишь через 90–100 лет с созданием общей теории относительности как физическое явление, а непросто рациональная игра в математику. Эта неудача с экспериментом по обнаружению кривизны световых прямых, конечно же, смутила Гаусса, но не настолько, чтобы отказаться от общего замысла [8]. Гаусса заставил отказаться от идеи создания неевклидовой геометрии не этот факт, а понимание того, что его ожидает не только и не просто непринятие научным сообществом, а жесткая обструкция. Об этом он пишет в письме к другу. Выдающийся математик Гаусс, в отличие от Лобачевского, не нашел в себе силы совершить научный подвиг – сражаться за идеи неевклидовой геометрии, т. к. пришлось бы заплатить самую высокую цену.

У Евклида идеальные плоскости (кривизна которых равна нулю) – идеальная прямая в буквальном смысле. Идеально твердые тела в Евклидовом случае – это неизменные геометрические фигуры, у Лобачевского – кривое пространство с отрицательным и постоянным показателем кривизны, вместо идеальной прямой – кривая, вогнутая линия. Отказ от идеально твердых тел для геометрического случая – это изменение геометрических пропорций в зависимости от длины сторон геометрических фигур. Все это принципиально важно не только и не сколько для геометрических теорий, но и для дальнейшего развития физических теорий. Это будет осознано лишь в XX в. Еще раз подчеркнем, что геометрия Лобачевского – это первая неклассическая теория.

Неевклидовые геометрии Римана

1. Частная геометрия Римана.

В 1846 г. немецкий математик Риман предложил свой вариант неевклидовой геометрии, известной под названием «частная Риманова геометрия». Основной тезис этой новой геометрии гласит: «через точку, лежащую на этой прямой, нельзя провести ни одной прямой линии, параллельной данной прямой». Никаких противоречий, как и в геометрии Лобачевского, мы не получим. Моделью для геометрических построений этой частной геометрии Римана является поверхность шара, а прямые – это выпуклые линии. И если мы построим треугольники Евклида, малый и большой, сделаем и впишем в эти треугольники Евклида треугольники Римана, состоящие из выпуклых линий, то мы заметим, что сумма углов треугольника Римана больше, чем сумма углов треугольника Евклида. Если мы сравним малый и большой треугольники, то мы заметим, что сумма внутренних углов Евклида будет оставаться прежней и постоянной и будет равна 180^0. А сумма углов треугольника Римана в большом треугольнике будет больше, чем в малом треугольнике, как и у Лобачевского сумма углов треугольника в зависимости от длины сторон, с точностью до наоборот и в своем пределе сумма углов треугольника Римана стремится к 360^0, т. е. треугольник плавно превращается в окружность. Это очень хорошо видно на поверхности шара, если мы нарисуем на ней меридианы.



2. Общая геометрия Римана.

В 1854 г. Риман на заседании Берлинского математического общества выступает с докладом о «гипотезах, лежащих в основаниях геометрии». Если у Евклида показатель кривизны пространства равен нулю, если у Лобачевского показатель кривизны пространства отрицательный и постоянный, если в частной римановой геометрии показатель кривизны пространства положительный и постоянный, то в общей римановой геометрии происходит своеобразное обобщение этих частных случаев. Риман вводит понятие переменной – показатель кривизны. Моделью для такой геометрии, конечно же, послужила поверхность Земли. Люди середины XIX в. мыслили в масштабах планеты Земля. С помощью этой геометрии можно было описать любую кривую поверхность, которую можно наблюдать на поверхности Земли или какой-то другой поверхности, которую подскажет вам ваша фантазия. В свою общую геометрию Риман включает дифференциальную геометрию Гаусса или геометрию вычисления площадей кривых поверхностей. Геометрия представлена в виде дифференциальных уравнений. В 1870-х гг. Кристоффель вводит понятие «тензор» в математический обиход, что послужило удачным завершением римановой геометрии.

Тем не менее первой неклассической теорией в истории науки была геометрия Лобачевского. Именно он предложил не только новую геометрическую теорию, но и новое понимание пространства. Риман и Гаусс мыслили все-таки в рамках Евклидового пространства. Для них Евклидово пространство было таким огромным, огромным шкафом, в который можно было укладывать какие угодно причудливые геометрические фигуры.

3. Немного о геометрии Гаусса. Исчисление площадей кривых поверхностей

Геометрия Гаусса описывает и исчисляет площадь геометрических фигур на какой угодно изогнутой и кривой поверхности, но в рамках Евклидового пространства. В обычной, землемерческой геодезической практике мы никогда не имеем дело с идеально правильными геометрическими фигурами: треугольниками, трапециями, многоугольниками, окружностями, кругами и т. д. Чтобы описывать фигуры на реальных земельных площадях в обычных практиках, как это было с помощью веревочек, колышков, какой-то большой участок разбивался на маленькие участки, где можно было выстроить трапецию, треугольник и т. д., исчислялись по отдельности площади каждого участка, затем складывались [9; 10]. В этом непосредственно убедился Гаусс, участвовав в геодезических исследованиях Ганноверского университета. В геодезической практике начал применяться оптический прибор – теодолит, а теперь уже и лазерные устройства с готовыми таблицами для исчисления площадей, проектирования улиц, путей и т. д. Но математик не может работать с колышками, веревочками, теодолитами, математик имеет дело с голыми числами и уравнениями. Вот геометрия Гаусса и была призвана дать исчисление площадей любых кривых поверхностей через систему дифференциальных уравнений в нашем обычном трехмерном Евклидовом пространстве [11]. Например, возьмем треугольник на кривой поверхности. На бумаге это изображается следующим образом: возьмем треугольник АВС, где стороны треугольника – кривые линии, и сравним его с треугольником Евклида, отличие кривых линий треугольника от прямых линий Евклида выражается с помощью коэффициентов ИЖК. Данные коэффициенты кривизны позволяют учитывать отличие треугольника на кривой поверхности от треугольника на идеальной поверхности Евклида в каждой его точке. Учитывать отличие в каждой точке линий AC, CB, BA, а потом обобщать позволяют нам дифференциальные уравнения [12].

Дифференциальная геометрия может обобщить всё многообразие геометрических построений как евклидовой геометрии, так и неевклидовой геометрии, придавая различные значения коэффициентам кривизны. Затем это нашло свое развитие в тензорном исчислении, в разработке которого принимал участие и сам Эйнштейн.

Список литературы

1. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. М.: МИР, 1964. 368 с.
2. Каган В.Ф. Лобачевский и его геометрия. М.: ГИТТЛ, 1955. 303 с.
3. Каган В.Ф. Очерки по геометрии. М.: Издательство Московского университета, 1963. 572 с.
4. Комацу М. Многообразие геометрии. М.: Знание, 1981. 208 с.
5. Коськов С.Н., Лебедев С.А. Коэволюция моделей науки и мировоззренческих установок // Новое в психолого-педагогических исследованиях. 2013. № 4. С. 22–31.
6. Лебедев С.А., Коськов С.Н. Онтология научных теорий // Известия Российской академии образования. 2017. № 1 (41). С. 20–40.
7. Лебедев С.А., Лебедев К.С., Коськов С.Н. Виды научного знания: различие и единство // Вестник Северо-восточного федерального университета им. М.К. Аммосова. Серия: Педагогика. Психология. Философия. 2017. № 2 (06). С. 57–66.
8. Лебедев С.А., Лебедев К.С., Коськов С.Н. Позитивно-диалектическая программа философии науки // Известия Российской академии образования. 2016. № 4 (40). С. 5–36.
9. Левитин К. Геометрическая рапсодия. М.: Знание, 1976. 144 с.
10. Либшер Д.Э. Теория относительности с циркулем и линейкой. М.: Мир, 1980. 152 с.
11. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения / изд 2-е, доп. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1961. 565 с.
12. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. В IV т. М.: Наука, 1967.

LOBACHEVSKY GEOMETRY – THE FIRST NON-CLASSICAL SCIENTIFIC THEORY

S.N. Koskov

Turgenev Orel State University, Orel

Usually, the appearance of non-classical science is generally attributed to the beginning of the 20th century. First of all, they mean the theory of relativity, quantum mechanics, energy radiation, genetics, which is absolutely true. But I consider it necessary to emphasize that the first non-classical theory appeared already in the first half of the 10th century in the field of mathematics. According to its methodological and ideological foundations, it was Euclid's geometry that became the first non-classical theory.

Keywords: *mathematics, Euclidean geometry, Lobachevsky geometry, Gauss geometry, space, classical science, non-classical science.*

Об авторе:

КОСЬКОВ Сергей Николаевич – доктор философских наук, профессор кафедры философии ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева», г. Орел. E-mail: koskov6819@gmail.com

Author information:

KOSKOV Sergey Nikolaevich – PhD (Philosophy), Professor, Professor of the Department of Philosophy, Turgenev Orel State University, Orel. E-mail: koskov6819@gmail.com

Дата поступления рукописи в редакцию: 12.12.2022.
Дата принятия рукописи в печать: 12.01.2023.