

О МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА

Чернышевский П.А.

КНИГУ КАИ имени А.Н. Туполева, г. Казань

Поступила в редакцию 20.07.2023, после переработки 13.08.2023.

Задача определения координат микросейсмических источников от группы сенсоров как вспомогательная задача микросейсмического мониторинга встречается, например, при добыче полезных ископаемых. Для приближенного расчета координат источника предложена математическая модель, в которой требуется найти глобальный минимум непрерывной функции. Однако, большинство применяемых для решения этой задачи алгоритмов базируются на эвристических и метаэвристических подходах. В настоящей работе предлагается использовать подход на основе свойства ε -липшицевости, который гарантирует нахождение глобального минимума. Приведены примеры расчетов, которые хорошо согласуются с результатами, полученными эвристическими алгоритмами.

Ключевые слова: микросейсмический мониторинг, определение координат источника, ε -липшицевость, непрерывная функция, глобальная оптимизация.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2023. № 3. С. 64–76.
<https://doi.org/10.26456/vtppmk691>

Введение

Задача микросейсмического мониторинга заключается в отслеживании вибраций, возникающих при разрушении горных пород, и последующем определении мест разрушения [1]. Один из способов определения координат источника возмущений основывается на разнице времён вступления сейсмической волны, получаемых от нескольких датчиков, расположенных на определенной территории. При расчетах учитываются время поступления, скорость волны и пространственные координаты датчиков. Сама же задача нахождения координат источника сводится к задаче глобальной оптимизации.

Для численного решения этой задачи сейчас применяются, в основном, эвристические подходы, например алгоритм Нелдера-Мида (симплекс метод) [2], алгоритм имитации отжига [3], генетический алгоритм [4] и их различные комбинации [5, 6]. Существенное влияние на их сходимость оказывает расположение

датчиков: при их неравномерном расположении точность вычисления координат падает [7]. Кроме того, названные методы не дают гарантии, что найденный оптимум глобальный.

Одним из свойств, позволяющим строить численные методы для решения задач глобальной оптимизации и обосновывать их сходимость, является липшицевость целевой функции. В настоящий момент предложено множество эффективных вычислительных методов, в том числе и для функций многих переменных [8–11]. К недостаткам таких методов можно отнести то, что при их реализации на практике необходимо знать оценку постоянной Липшица. Её можно вычислить аналитически, например если функция имеет непрерывный градиент в области поиска. В случае, если формально доказать существование оценки постоянной Липшица не удастся, то делается *предположение* о том, что целевая функция липшицева.

Оригинальный подход для построения и обоснования методов оптимизации без предположения липшицевости предложил R. J. Vanderbei [12]. Им было введено понятие ε -липшицевой функции: функция $f(x)$, определенная на выпуклом множестве $A \subset \mathbb{R}^n$, называется ε -липшицевой, если выполняется условие

$$\forall \varepsilon > 0 \exists L(\varepsilon) < +\infty \quad \forall x, y \in A : |f(x) - f(y)| \leq L(\varepsilon) \|x - y\| + \varepsilon. \quad (1)$$

R. J. Vanderbei доказана теорема, что если A — выпуклый компакт, то всякая функция будет непрерывна на нем тогда и только тогда, когда для неё на A выполняется свойство (1).

В той же работе [12] предлагается обобщение метода Пиявского поиска глобального минимума функции на отрезке на случай непрерывной, а значит ε -липшицевой, функции. Условия сходимости и численные примеры работы для этого алгоритма даны в работе [13]. Схожим образом с липшицевого случая на непрерывный были перенесены методы Евтушенко [14] и Стронгина [15]. Последний алгоритм примечателен тем, что не требует априорного знания зависимости величины $L(\varepsilon)$ от заданного $\varepsilon > 0$.

Свойство (1) также можно применять при обобщении многомерных липшицевых алгоритмов. В статье [16] предлагаются два алгоритма глобальной минимизации непрерывной функции на n -мерном параллелепипеде. В работе [17] одномерные варианты обобщенного метода Пиявского и обобщенного метода Стронгина перенесены на случай функций многих переменных с помощью диагонального подхода Сергеева и Квасова [8].

В настоящей работе предлагается применение алгоритма из [17] для решения задачи определения координат микросейсмических источников. В первом разделе дается постановка задачи определения координат микросейсмического источника согласно работе [7]. Во втором разделе приведены результаты расчетов обобщенным алгоритмом Стронгина в модификации Сергеева и Квасова из [17] для примеров, рассмотренных в шестом разделе работы [7].

1. Описание математической модели определения источника по разнице времён поступления сейсмоволны

Принцип определения координат источника микросейсмических волн и времени его возникновения заключается в анализе получаемой от датчиков информации о времени первого поступления сейсмоволны. Зная координаты этих датчиков и параметры волны можно определить пространственные координаты источника.

Формально принцип определения можно описать следующим образом [7]:

$$\Delta t = f(r, v, s), \quad (2)$$

где Δt — разница во времени регистрации волны от разных датчиков, f — функция, моделирующая распространение волны, которая зависит от местоположения сенсоров r , скорости распространения волны v и пространственных координат эпицентра s .

Предположим, что имеется n датчиков $T_i(x_i, y_i, z_i, t_i)$ ($i = \overline{1, n}$), как показано на Рис. 1. Каждый из датчиков характеризуется координатами x_i, y_i, z_i и временем t_i прибытия волны, которое может быть получено каким-либо методом выбора времени первого прибытия, например, алгоритмами из [18, 19]. Эпицентр и его координаты, а также время возникновения, обозначим через $S(x_0, y_0, z_0, t_0)$. Далее, через v_i обозначим скорость распространения продольного компонента сейсмической волны от источника S до i -го датчика. Как отмечается в работе [7], для упрощения вычислений на практике можно сделать допущение, что скорость распространения волны является постоянной для всех датчиков.

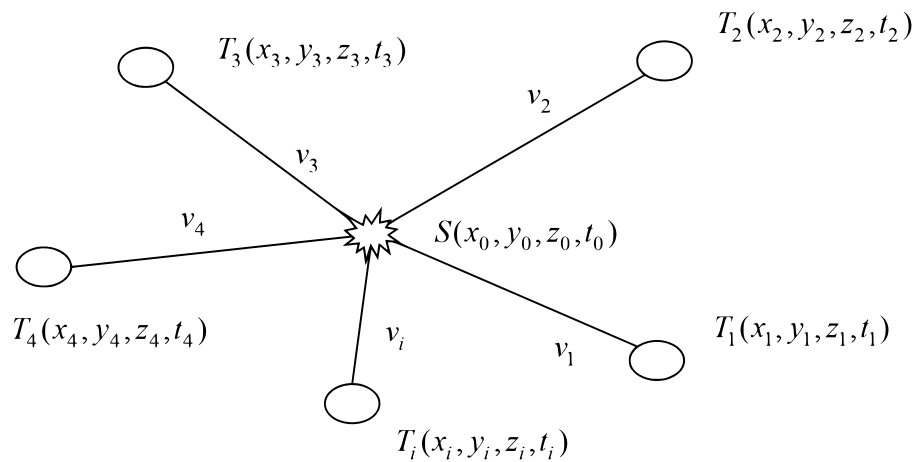


Рис. 1: Принцип определения микросейсмического источника по разнице времени прибытия сейсмоволны

Расстояние между i -м датчиком и источником будем вычислять как

$$D_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2}.$$

Тогда рассчитанное время t_i^c распространения волны от источника до i -го датчика вычисляется следующим образом

$$t_i^c = \frac{D_i}{v_i}.$$

Реальное время t_i^a распространение волны от источника до датчика i вычисляется как

$$t_i^a = t_i - t_0. \quad (3)$$

Разница между реальным и рассчитанным временем распространения γ_i для i -го датчика определяется следующим образом:

$$\gamma_i = t_i^a - t_i^c = t_i - t_0 - \frac{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2}}{v_i}.$$

При сделанных предположениях и при $\gamma_i = 0$ модель (2) записывается с помощью системы из n уравнений:

$$t_i - t_0 - \frac{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2}}{v_i} = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Для определения неизвестных параметров x_0, y_0, z_0, t_0 число детекторов должно быть $n \geq 4$. При $n = 4$ параметры можно вычислить аналитически, а при $n > 4$ требуется применение оптимизационного алгоритма.

В работе [7] строится следующая целевая функция:

$$F(x_0, y_0, z_0, t_0) = \sum_{i=1}^n \gamma_i^2. \quad (4)$$

Минимизация (4) при заданных ограничениях на переменные x_0, y_0, z_0, t_0 дает решение поставленной задачи нахождения параметров микросейсмического источника.

В статье [7] минимум функции (4) находится с помощью предложенного в той же работе эвристического метода, объединяющего в себе алгоритм Нелдера-Мида и метод роя частиц. Ясно, что применение этого метода не может гарантировать глобальность найденного решения. Поскольку, как несложно заметить, функция F непрерывна и нелипшицева, целесообразно рассмотреть применение ε -липшицевых методов. Так как зависимость $L(\varepsilon)$ от заданного $\varepsilon > 0$ для этой функции неизвестна, то в данной работе будет применен обобщенный алгоритм Стронгина в модификации Сергеева и Квасова [17], который далее для краткости будем называть обобщенным методом Стронгина.

2. Результаты численных экспериментов

Для проверки применимости метода обобщенного метода Стронгина рассмотрим численные примеры, предложенные в работе [7]. Вычисления проведены для двух схем расположения датчиков: равномерной, когда 8 датчиков располагаются в вершинах куба, и неравномерной, когда 9 датчиков расположены вдоль одной из осей (см. Рис. 2). Координаты датчиков для описанных схем расположения и

координаты источников приведены в Таблицах 1, 2 и 3. Заметим, что источник 4 находится на границе области расположения датчиков, а источники 5 и 6 — за ее пределами.

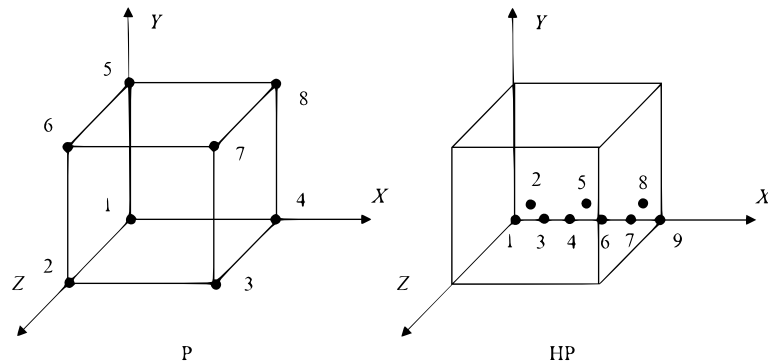


Рис. 2: *Равномерное (P) и неравномерное (HP) расположение датчиков*

Реальное время t_i^a распространения волны для каждого датчика взято из работы [7], где оно было рассчитано на основе случайно сгенерированных значений скорости волны. Для полноты приведем их в Таблице 4. Значения скорости v_i для вычислений рассчитаны на основе времени t_i^a и расстояния D_i .

Поскольку в работе [7] производится только оценка точности расположения и не указано время t_i , исключим время t_0 из функции (4) и заменим разность $t_i - t_0$ на t_i^a согласно (3), получив новую целевую функцию $F(x_0, y_0, z_0)$.

Таблица 1: *Координаты датчиков при равномерном расположении*

Номер i датчика	X (м)	Y (м)	Z (м)
1	0	0	0
2	0	1000	0
3	1000	1000	0
4	1000	0	0
5	0	0	1000
6	0	1000	1000
7	1000	1000	1000
8	1000	0	1000

Результаты минимизации (4) для двух типов расположения датчиков и каждого источника представлены в Таблицах 5 и 6. В столбце «Ошибка» приведено расстояние между вычисленными координатами источника и реальными. Стратегия разбиения для всех случаев выбрана «эффективная», точность $\delta = 10^{-3}$ (см. [17]). Для источников 1-4 область поиска задана гиперинтервалом $D = [0; 1000]^3$, а для источников 5 и 6 — $D = [0; 1500]^3$.

Из Таблицы 5 видно, что средняя ошибка при определении координат источника при равномерном расположении датчиков составляет 0.5 м, что лучше ре-

Таблица 2: Координаты датчиков при неравномерном расположении

Номер i датчика	X (м)	Y (м)	Z (м)
1	0	0	0
2	100	0	4
3	200	0	0
4	400	0	0
5	500	0	4
6	600	0	0
7	800	0	0
8	900	0	4
9	1000	0	0

Таблица 3: Координаты микросейсмических источников

Номер i датчика	X (м)	Y (м)	Z (м)
1	140	460	590
2	730	380	620
3	270	840	390
4	350	1000	740
5	540	270	1200
6	1110	640	330

зультата, полученного в [7], где ошибка составляет около 5 м.

В Таблице 6 представлены результаты при неравномерном расположении датчиков. Наблюдается достаточно большая ошибка определения координат, кроме этого, отмечается низкая скорость сходимости. Однако, полученная при неравномерном расположении датчиков координата X практически точно совпадает с аналогичной координатой источника, причем это значение координаты достигается достаточно быстро. По-видимому, это связано с тем, что по этой координате датчики расположены относительно равномерно, поскольку равномерное расположение этих датчиков относительно других координат дает схожий эффект. Поэтому, имеет смысл провести повторную оптимизацию, фиксируя лучшую полученную координату X . Приведенные в Таблице 7 результаты расчетов для этого случая значительно лучше представленных в работе [7]: максимальная ошибка составляет 6 м, тогда как в [7] лучшее значение более 10 м.

Заключение

В данной работе предлагается метод определения координат микросейсмических источников. Приведены примеры расчётов с помощью обобщенного алгоритма Стронгина в модификации Сергеева и Квасова для двух вариантов расположения датчиков: равномерного и неравномерного. В случае равномерного расположе-

Таблица 4: Значения реального времени (мс) прибытия для каждого датчика при равномерном (Р) и неравномерном (НР) расположении

Расположение	Датчик i	Источник j					
		1	2	3	4	5	6
Р	1	152.92	207.30	192.62	260.14	268.77	264.61
	2	163.15	230.42	99.23	163.51	300.17	241.04
	3	235.63	182.73	169.57	198.32	294.94	100.57
	4	227.75	154.33	236.24	278.30	262.70	146.43
	5	126.73	180.07	212.74	219.82	128.66	268.52
	6	138.68	206.74	137.29	87.77	186.66	268.52
	7	218.57	155.12	193.41	138.81	177.82	152.29
	8	212.62	120.24	256.35	246.20	113.59	186.78
НР	1	153.20	205.80	192.68	260.47	268.18	265.80
	2	146.65	193.61	186.92	253.95	261.40	250.11
	3	149.98	179.55	184.13	250.17	255.42	232.87
	4	157.93	160.06	187.50	249.89	247.67	201.98
	5	164.77	150.75	190.18	247.75	244.62	188.36
	6	175.71	147.21	196.11	252.46	244.59	178.06
	7	199.48	145.21	213.84	264.52	250.59	155.78
	8	210.93	148.03	224.50	270.72	255.32	148.58
	9	228.89	154.07	233.52	278.25	262.28	146.66

Таблица 5: Результаты расчетов для каждого датчика при равномерном расположении

j	X_* (м)	Y_* (м)	Z_* (м)	Ошибка (м)	Значение ε	Число шагов
1	139.917	459.995	589.849	0.172122	0.08	26
2	730.224	379.972	619.570	0.48548	0.09	1992
3	269.775	839.506	389.574	0.689125	0.08	112
4	349.794	1000	739.368	0.663702	0.15	2048
5	539.780	269.547	1199.588	0.649951	0.15	7418
6	1110.36	640.195	329.611	0.570328	0.25	4562

ния полученные результаты лучше, чем при применении эвристических алгоритмов. При неравномерном распределении, в частности, когда датчики равномерно распределены вдоль одной оси координат, удается с достаточно хорошей точностью определять данную координату источника. Если фиксировать полученную координату и применять алгоритм оптимизации повторно, то можно получить достаточно точное расположение источника.

ТАБЛИЦА 6: *Результаты расчетов для каждого датчика при неравномерном расположении*

j	X_* (м)	Y_* (м)	Z_* (м)	Ошибка (м)	Значение ε	Число шагов
1	139.917	477.366	576.131	22.224	0.146	10 000
2	729.766	356.652	633.744	27.093	0.17	12 000
3	271.604	855.967	353.909	39.49	0.17	10 000
4	349.794	950.617	802.469	79.63	0.3	10 000
5	537.037	253.086	1203.703	17.566	0.14	10 000
6	1111.111	592.592	407.407	90.77	0.14	10 000

ТАБЛИЦА 7: *Результаты расчетов для каждого датчика при неравномерном расположении и фиксированной координате X_**

j	X_* (м)	Y_* (м)	Z_* (м)	Ошибка (м)	Значение ε	Число шагов
1	139.917	459.990	589.849	0.172455	0.2	4199
2	729.766	380.429	620.027	0.490150	0.06	3673
3	271.604	839.506	389.574	1.731	0.06	740
4	349.794	1000.0	740.283	0.350434	0.1	869
5	537.037	275.720	1200.274	6.447	0.5	6001
6	1111.111	637.860	329.218	2.534	0.1	6001

Список литературы

- [1] Zhao Y., Liu Q., Zhang C., Liao J., Lin H., Wang Y. Coupled seepage-damage effect in fractured rock masses: Model development and a case study // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2021. Vol. 144. ID 104822.
- [2] Prugger A.F., Gendzwil D.J. Microearthquake location: A nonlinear approach that makes use of a simplex stepping procedure // Bulletin of the Seismological Society of America. 1988. Vol. 78. Pp. 799–815.
- [3] Pei D., Quirein J.A., Cornish B.E., Quinn D., Warpinski N.R. Velocity calibration for microseismic monitoring: A very fast simulated annealing (VFSA) approach for joint-objective optimization // Geophysics. 2009. Vol. 74. Pp. B47–B55.
- [4] Dai F., Guo L., Xu N., Fan Y., Xu J. Improvement of microseismic location based on anisotropic wave velocity model // Acta Geophysica. 2016. Vol. 59. Pp. 3291–3301.
- [5] Lv J., Jiang Y., Zhao Y., Zhu J., Wang X., Tao L. Microseismic localization based on robust simulated annealing-simplex hybrid algorithm // Rock and Soil Mechanics. 2013. Vol. 34. Pp. 2195–2203.

- [6] Guo Y., Cui N., Cheng J. Mine microseismic source location method based on MOPSO-SA hybrid algorithm // *International Journal of Coal Science and Technology*. 2020. Vol. 48. Pp. 126–132.
- [7] Liao Z., Feng T., Yu W., Cui D., Wu G. Microseismic Source Location Method and Application Based on NM-PSO Algorithm // *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12. ID 8796.
- [8] Сергеев Я.Д., Квасов Д.Е. Диагональные методы глобальной оптимизации. М.: Физматлит, 2008. 352 с.
- [9] Stripinis L., Paulavičius R. Lipschitz-inspired HALRECT Algorithm for Derivative-free Global Optimization [Electronic resource]. 2022. URL: <https://arxiv.org/abs/2205.03015v1>.
- [10] D’Agostino D. An Efficient Global Optimization Algorithm with Adaptive Estimates of the Local Lipschitz Constants [Electronic resource]. 2022. URL: <https://arxiv.org/abs/2211.04129>.
- [11] Stripinis L., Paulavičius R. Novel Algorithm for Linearly Constrained Derivative Free Global Optimization of Lipschitz Functions // *Mathematics*. 2023. Vol. 11. ID 2920.
- [12] Vanderbei R.J. Extension of Piyavskii’s Algorithm to Continuous Global Optimization // *Journal of Global Optimization*. 1999. Vol. 14. Pp. 205–216.
- [13] Заботин В.И., Чернышевский П.А. Две модификации обобщенного метода Пиявского поиска глобального минимума непрерывной на отрезке функции и их сходимость // *Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика*. 2021. № 3. С. 70–85. <https://doi.org/10.26456/vtpmk624>
- [14] Арутюнова Н.К. Метод Евтушенко поиска глобального минимума ε -липпшицевой функции и его приложения // *Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева*. 2013. № 2. С. 154–157.
- [15] Zabotin V.I., Chernyshevskij P.A. Extension of Strongin’s Global Optimization Algorithm to a Function Continuous on a Compact Interval // *Computer Research and Modeling*. 2019. Vol. 11, № 6. Pp. 1111–1119.
- [16] Arutyunova N.K., Dulliev A.M., Zabotin V.I. Global optimization of multivariable functions satisfying the Vanderbei condition // *Journal of Applied Mathematics and Computing*. 2022. Vol. 68, № 2. Pp. 1135–1161. <https://doi.org/10.1007/s12190-021-01563-4>
- [17] Заботин В.И., Чернышевский П.А. Применение диагонального подхода Сергеева и Квасова к построению методов глобальной оптимизации непрерывных функций многих переменных // *Журнал Средневолжского математического общества*. 2022. Т. 24, № 4. С. 399–418.
- [18] Song G., Cheng J., Hu B., Zhu F., Zhang H., Liu T., Sun T., Grattan K.T.V. Determination of First Arrival Wave Type of Microseismic Signals and Approach to Wave Velocity Correction // *Shock and Vibration*. 2021. Vol. 2021. ID 6631374.

- [19] Guo X. First-Arrival Picking for Microseismic Monitoring Based on Deep Learning // International Journal of Geophysics. 2021. Vol. 2021. ID 5548346.

Образец цитирования

Чернышевский П.А. О методе определения координат микросейсмического источника // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2023. № 3. С. 64–76. <https://doi.org/10.26456/vtprmk691>

Сведения об авторах

1. **Чернышевский Павел Андреевич**

аспирант кафедры прикладной математики и информатики им. Ю.В. Кожевникова Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева КАИ.

Россия, 420015, Республика Татарстан, г. Казань, улица Большая Красная, д. 55, 7-е учебное здание КНИТУ-КАИ. E-mail: pavelcomm@mail.ru

ON METHOD FOR MICROSEISMIC SOURCE LOCATION

Chernyshevskij P.A.

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev - KAI,
Kazan

Received 20.07.2023, revised 13.08.2023.

Determining microseismic sources coordinates based on a group of sensors as a part of microseismic monitoring occurs, for example, in mining. A mathematical model is proposed for an approximate calculation, and it is required to find the global minimum of a continuous function. However, most of the algorithms used to solve this problem are based on heuristic and metaheuristic approaches. In this paper, we propose to use an approach based on the ε -Lipschitz continuity. This property assures that found solution is global. We show numerical examples that are in good agreement with the results obtained by heuristic algorithms.

Keywords: microseismic monitoring, source location, ε -Lipschitz continuity, continuous function, global optimization.

Citation

Chernyshevskij P.A., “On method for microseismic source location”, *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2023, № 3, 64–76 (in Russian). <https://doi.org/10.26456/vtprm691>

References

- [1] Zhao Y., Liu Q., Zhang C., Liao J., Lin H., Wang Y., “Coupled seepage-damage effect in fractured rock masses: Model development and a case study”, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **144** (2021), 104822.
- [2] Prugger A.F., Gendzwil D.J., “Microearthquake location: A nonlinear approach that makes use of a simplex stepping procedure”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **78** (1988), 799–815.
- [3] Pei D., Quirein J.A., Cornish B.E., Quinn D., Warpinski N.R., “Velocity calibration for microseismic monitoring: A very fast simulated annealing (VFSA) approach for joint-objective optimization”, *Geophysics*, **74** (2009), B47–B55.
- [4] Dai F., Guo L., Xu N., Fan Y., Xu J., “Improvement of microseismic location based on anisotropic wave velocity model”, *Acta Geophysica*, **59** (2016), 3291–3301.
- [5] Lv J., Jiang Y., Zhao Y., Zhu J., Wang X., Tao L., “Microseismic localization based on robust simulated annealing-simplex hybrid algorithm”, *Rock and Soil Mechanics*, **34** (2013), 2195–2203.

- [6] Guo Y., Cui N., Cheng J., “Mine microseismic source location method based on MOPSO-SA hybrid algorithm”, *International Journal of Coal Science and Technology*, **48** (2020), 126–132.
- [7] Liao Z., Feng T., Yu W., Cui D., Wu G., “Microseismic Source Location Method and Application Based on NM-PSO Algorithm”, *Applied Sciences*, **12** (2022), 8796.
- [8] Sergeev Ya.D., Kvasov D.E., *Diagonal methods of global optimization*, Fizmatlit Publ., Moscow, 2008 (in Russian), 352 pp.
- [9] Stripinis L., Paulavičius R., *Lipschitz-inspired HALRECT Algorithm for Derivative-free Global Optimization*, 2022, <https://arxiv.org/abs/2205.03015v1>.
- [10] D’Agostino D., *An Efficient Global Optimization Algorithm with Adaptive Estimates of the Local Lipschitz Constants*, 2022, <https://arxiv.org/abs/2211.04129>.
- [11] Stripinis L., Paulavičius R., “Novel Algorithm for Linearly Constrained Derivative Free Global Optimization of Lipschitz Functions”, *Mathematics*, **11** (2023), 2920.
- [12] Vanderbei R.J., “Extension of Piyavskii’s Algorithm to Continuous Global Optimization”, *Journal of Global Optimization*, **14** (1999), 205–216.
- [13] Zabotin V.I., Chernyshevskij P.A., “Two modifications of extension of piyavskii’s global optimization algorithm to a function continuous on a compact interval and its convergence”, *Vestnik TsvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2021, № 3, 70–85 (in Russian), <https://doi.org/10.26456/vtppmk624>.
- [14] Arutyunova N.K., “Yevtushenko’s method for finding ε -Lipschitzian function global minimum and its application”, *Vestnik KGTU im. A.N. Tupoleva [Herald of the KSTU-KAI Named After A.N. Tupolev]*, 2013, № 2, 154–157 (in Russian).
- [15] Zabotin V.I., Chernyshevskij P.A., “Extension of Strongin’s Global Optimization Algorithm to a Function Continuous on a Compact Interval”, *Computer Research and Modeling*, **11:6** (2019), 1111–1119.
- [16] Arutyunova N.K., Dulliev A.M., Zabotin V.I., “Global optimization of multivariable functions satisfying the Vanderbei condition”, *Journal of Applied Mathematics and Computing*, **68:2** (2022), 1135–1161, <https://doi.org/10.1007/s12190-021-01563-4>.
- [17] Zabotin V.I., Chernyshevskij P.A., “Application of Sergeyev and Kvasov’s diagonal approach to the construction of methods for global optimization of continuous functions of many variables”, *Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva [Journal of the Middle Volga Mathematical Society]*, **24:4** (2022), 399–418 (in Russian).
- [18] Song G., Cheng J., Hu B., Zhu F., Zhang H., Liu T., Sun T., Grattan K.T.V., “Determination of First Arrival Wave Type of Microseismic Signals and Approach to Wave Velocity Correction”, *Shock and Vibration*, **2021** (2021), 6631374.

- [19] Guo X., “First-Arrival Picking for Microseismic Monitoring Based on Deep Learning”, *International Journal of Geophysics*, **2021** (2021), 5548346.

Author Info

1. **Chernyshevskij Pavel Andreevich**

PhD student at Applied Mathematics and Informatics department,
Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev - KAI.

*Russia, 420015, Tatarstan, Kazan, 55 Bolshaya Krasnaya Str., Academic Building
No. 7. E-mail: pavelcomm@mail.ru*