УДК 519.95

ОПТИМИЗАЦИЯ ЦЕЛЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ ВКО НА ОСНОВЕ ВОЗМОЖНОСТНО-ВЕРОЯТНОСТНОГО ПОДХОДА

Седаков Н.М.*, Язенин А.В.*,**
*Тверской государственный университет, г. Тверь
**АО «НПП «Эргоцентр», г. Тверь

Поступила в редакцию 27.11.2023, после переработки 14.12.2023.

В статье исследуется задача целераспределения в системе воздушно-космической обороны (ВКО). Для более адекватной оценки эффективности работы средств поражения введено возможностно-вероятностное представление вероятности перехвата цели, позволяющее учитывать их взаимное положение. Разработана математическая модель рассматриваемой задачи. Осуществлена редукция построенной модели к задаче целочисленного линейного программирования, учитывающей эшелонированный характер системы ВКО. Предложенный подход обеспечивает оптимальное распределение ресурсов при совместной работе средств поражения.

Ключевые слова: целераспределение, гибридная неопределенность, нечеткая случайная величина, возможностная оптимизация, эквивалентный детерминированный аналог, целочисленное линейное программирование, распределение ресурсов.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2023. № 4. С. 57–69.
https://doi.org/10.26456/vtpmk698

Введение

В работе предлагается подход к решению задачи целераспределения в контексте ВКО, учитывающий эшелонированную структуру обороны и положение средств поражения относительно потока целей. Результатами исследования являются построенные возможностно-вероятностные модели принятия решений, учитывающие гибридный тип неопределенности, присущий исходной информации. В предложенных моделях используется представление вероятности перехвата в виде нечеткой величины с законом распределения, коррелирующим с распределением ракурсов перехвата цели. Это позволяет учитывать взаимное положение средств поражения и цели в начальной точке наведения и в точке встречи, что позволяет сделать более адекватную оценку эффективности воздействия ресурса по цели. В работе также получены эквивалентные детерминированные аналоги предложенных моделей, которые могут быть решены методами целочисленного линейного программирования.

1. Необходимый математический аппарат

Введем ряд необходимых в дальнейшем понятий и определений из теории возможностей [1–3]. Пусть Γ – модельное пространство, $\gamma \in \Gamma$ – его элементы, а $P(\Gamma)$ – множество всех подмножеств множества Γ, E^1 – числовая прямая.

Определение 1. *Возможностная мера $\pi : P(\Gamma) \to E^1$ – есть функция множества, обладающая следующими свойствами:*

1. $\pi(\oslash) = 0$, $\pi(\Gamma) = 1$,
2. $\pi(\bigcup\limits_{\mathrm{i}\in\mathrm{I}} A_i) = \pi\left(\mathrm{A_i}\right), \forall \mathrm{A_i} \in \mathrm{P}(\Gamma), \forall \mathrm{I}$.

Определение 2. *Тройка $(\Gamma, P(\Gamma), \pi)$ называется возможностным пространством.*

Определение 3. *Возможностной (нечеткой) величиной называется вещественная функция:*

$$A(\cdot) : \Gamma \to E^1,$$

значения которой характеризуются распределением возможностей

$$\mu_A(x) = \pi\{\gamma \in \Gamma : A(\gamma) = x\}, \forall x \in E^1,$$

где $\mu_A(x)$ – возможность того, что A может принять значение x.

Определение 4. *Носителем возможностной величины A называется четкое подмножество: $supp(A) = \{x \in E^1 \,|\, \mu_A(x) > 0\}$.*

Определение 5. *α – уровневым множеством возможностной величины A называется четкое подмножество: $A(\alpha) = \{x \in E^1 \,|\, \mu_A(x) \geq \alpha\}$, $\alpha \in (0, 1]$.*

Определение 6. *Возможностная величина A называется выпуклой, если ее функция распределения является квазивогнутой.*

На практике для моделирования нечетких величин используются классы параметризованных возможностных распределений, выбор которых и оценка их параметров основываются на знаниях эксперта проблемы.

Примером такого распределения является гармоническое распределение, которое будет применяться нами в дальнейшем. Дадим соответствующее определение.

Определение 7. *Возможностная величина X имеет гармоническое распределение, если:*

$$\mu_X\left(t\right) = \left\{ \begin{array}{l} 0.5\left(1 + \cos\left(\pi \frac{x-b}{a}\right)\right), \quad \textit{для} \;\; (b-a) \leq x \leq (b+a), \\ 0, \;\; \textit{иначе}. \end{array} \right. \tag{1}$$

Для идентификации возможностных распределений функций от возможностных величин нам понадобятся соответствующие формулы.

Пусть $g : E^1 \to E^1$ и существует g^{-1}. X – возможностная переменная, определена на возможностном пространстве $(\Gamma, P(\Gamma), \pi)$. Тогда $Y = g(X)$ также является возможностной переменной (величиной) с распределением возможностей:

$$\mu_X(x) = \pi\{\gamma \in \Gamma \,|\, g(X(\gamma)) = x\}, \ \forall x \in E^1.$$

Справедливо следующее утверждение:

$$\mu_{g(X)}\left(x\right) = \mu_X\left(u\right), \forall\, x \in E^1.$$

В виду того, что функция g имеет обратную:

$$\mu_{g(X)}\left(x\right) = \mu_X\left(g^{-1}\left(x\right)\right). \tag{2}$$

Если $g^{-1}\left(x\right) = 0$, то $\mu_{g(X)}\left(x\right) = 0$.

Формула (2) позволяет выполнять преобразования с возможностными переменными, то есть идентифицировать распределения функций от возможностных величин. Более полно этот вопрос рассматривается в [1].

2. Представление задачи целераспределения математической моделью целочисленного линейного программирования

По своей сути задача целераспределения является многокритериальной задачей. В качестве основных критериев оптимальности целераспределения могут выступать:

1. минимизация затраченных ресурсов;
2. максимизация времени с момента обнаружения потока целей до первого удара;
3. сохранение высокоранговых объектов.

План распределения ресурсов обязательно должен быть оптимальным по первому критерию. В данной работе, в качестве основного критерия оптимальности решения берется последний: сохранение высокоранговых объектов, а первый критерий выносится в систему ограничений. Для построения его математической модели после обработки исходной информации и экспертных знаний необходимо иметь:

- общее количество средств поражения – n, и количество целей – m;
- перечень приоритетов целей r_j, где j – индекс цели;
- матрицу наличия боезапасов с элементами $\{b_{i,k}\}$, где i – индекс средства поражения, k – индекс эшелона;
- матрицу вероятностей поражения целей с элементами $\{p_{i,k}\}$.

Далее по тексту индексы i, j изменяются в пределах: $0 \leq i \leq n$, $0 \leq j \leq m$.

Вероятность перехвата цели при назначении нескольких перехватчиков выражается формулой:

$$\left(1 - \prod_{i,k} (1 - p_{i,k})^{m^j_{i,k}}\right),$$

где $m^j_{i,k}$ – количество ресурсов i-го ПРК, выделенных на k-ый эшелон для j-ой цели.

В результате функция критерия (относительно неизвестных $m^j_{i,k}$) имеет вид:

$$f(r, p, m) = \sum_j r_j \times \left(1 - \prod_{i,k} (1 - p_{i,k})^{m^j_{i,k}}\right). \tag{3}$$

Формула (3) представляет собой произведение приоритета цели на вероятность её поражения. На параметры модели должны накладываться следующие ограничения:

– $m^j_{i,k} \geq 0$: нельзя использовать отрицательное количество боезапаса;

– $\forall i, k\ :\ \sum_j m^j_{i,k} \leq b_{i,k}$: нельзя использовать боезапаса больше, чем есть его в наличии.

Понятно, что задачу максимизации можно свести к минимизации, если минимизировать «промахи».

Действительно, пусть $q_{i,k} = 1 - p_{i,k}$. Тогда целевая функция принимает вид:

$$g\,(r,\, q,\, m) = \sum_j r_j \times \prod_{i,k} {q_{i,k}}^{m^j_{i,k}}. \tag{4}$$

Полученная функция (4) является существенно нелинейной. Избавимся от нелинейности путем логарифмирования. С этой целью введём замену: $\rho_{i,k} = \log(q_{i,k}) = \log(1 - p_{i,k})$. Тогда имеем:

$$log\left(\prod_{i,k} {q_{i,k}}^{m^j_{i,k}}\right) = \sum_{i,k} \rho_{i,k} \times m^j_{i,k}.$$

После линеаризации получаем задачу минимизации «промахов»:

$$g\,(r,\, q,\, m) = \sum_{i,j,k} r_j \times \rho_{i,k} \times m^j_{i,k} \to min$$

при соответствующих ограничениях:

$$m^j_{i,k} \geq 0,$$

$$\forall i, k\ :\ \sum_j m^j_{i,k} \leq b_{i,k}.$$

В таком виде задача целераспределения сводится к задаче линейного программирования, но очевиден её недостаток: алгоритм будет стремиться потратить весь боезапас на самую приоритетную цель.

Чтобы избежать такого расточительства, следует ввести ограничение на вероятность поражения цели $\forall i, k \,:\, \sum_j \rho_{i,k} \times m_{i,k}^j \geq \log(Q)$, где Q – верхний предел на вероятность поражения цели. В результате математическая модель задачи целераспределения принимает вид:

$$g\left(r,\, q,\, m\right) = \sum_{i,j,k} r_j \times \rho_{i,k} \times m_{i,k}^j \rightarrow min,$$

$$\forall i, k \,:\, \sum_j m_{i,k}^j \leq b_{i,k}, \quad m_{i,k}^j \geq 0,$$

$$\forall i, k \,:\, \sum_j \rho_{i,k} \times m_{i,k}^j \geq \log(Q).$$

3. Возможностные модели целераспределения

Как правило, в задачах целераспределения для оценки эффективности воздействия ресурса по цели используется значение эталонной вероятности поражения цели, которое принимается равным для всех средств в пределах эшелона. Эти вероятности представлены соответствующей матрицей.

Однако эталонные вероятности не учитывают ракурс перехвата цели, см. Рис.1.

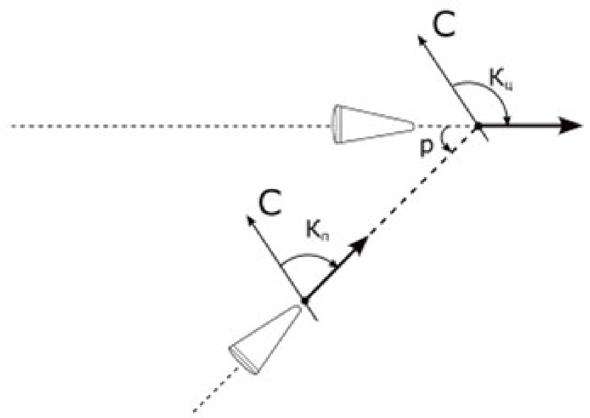

Рис. 1: *Взаимное расположение цели и перехватчика в проекции на азимутальную плоскость, $K_п$ – курс перехватчика; $K_ц$ – курс цели; р – ракурс перехватчика по отношению к цели*

Поэтому для более адекватного моделирования ситуации принятия решения нами вводится нечеткая величина, характеризующая отклонение от эталонной вероятности и зависящая от ракурса перехвата цели в проекции на плоскость. В конечном итоге это позволит:

– учесть взаимное положение средств поражения, цели и прогнозируемой точки перехвата, что делает оценку эффективности воздействия ресурса по отдельно взятым целям более адекватной;

– нивелировать жадность алгоритма решения задачи целераспределения, так как в противном случае все цели могут быть назначены одному ресурсу, обладающему самой высокой вероятностью перехвата.

Определим нечеткую величину $P^j_{i,k}(\gamma)$, характеризующую возможную («реальную») вероятность поражения цели:

$$P^j_{i,k}(\gamma) = p_{i,k} - b^j_i(\gamma),$$

где $b^j_i(\gamma)$ есть нечеткая величина, характеризующая отклонение от эталонной вероятности.

Последняя формула, фактически, есть ожидаемое значение нечеткой случайной величины при ее сдвиг-масштабном представлении [1, 3] с коэффициентом масштабирования, равным 1. Вероятность в данном случае можно интерпретировать как возможное значение ожидаемой вероятности поражения цели.

После подстановки $P^j_{i,k}(\gamma)$ в целевую функцию (3) она трансформируется в возможностную функцию:

$$f(r,\, p,\, m,\, \gamma) = \sum_j r_j \times \left(1 - \prod_{i,k}\left(1 - P^j_{i,k}(\gamma)\right)^{m^j_{i,k}}\right).$$

После аналогичных преобразований с функцией (4) и линеаризации придем к задаче минимизации возможностной функции:

$$g\,(r,\, q,\, m,\, \gamma) = \sum_{i,j,k} r_j \times P^j_{i,k}\,(\gamma) \times m^j_{i,k}.$$

Для построения корректной модели возможностной оптимизации и ее эквивалентного четкого аналога идентифицируем возможностные распределения коэффициентов $r_j \times \rho^j_{i,k}(\gamma)$ при вариабельных переменных $m^j_{i,k.}$ Для этого воспользуемся формулами преобразования нечетких величин [1, 2].

Пусть $X(\gamma) = b^j_i(\gamma)$ и $\mu_X(t)$ есть функция распределения нечеткой величины $X(\gamma)$. Тогда

$$\mu_{X+q_{i,k}}\,(t) = \mu_X\,(t - \, q_{i,k})\,.$$

Так как $\rho^j_{i,k}\,(\gamma) = \log\left(q_{i,k} + b^j_i\,(\gamma)\right)$, то

$$\mu_{\log(X)}\,(t - \, q_{i,k}) = \, \mu_X(\exp(t - q_{i,k})).$$

Следовательно нечеткая величина $r_j \times \rho^j_{i,k}(\gamma)$ имеет распределение возможностей:

$$\mu_{r_j \cdot X}\,(\exp\,(t - q_{i,k})) = \, \mu_X\left(\frac{\exp\,(t - q_{i,k})}{r_j}\right). \tag{5}$$

В качестве функции распределения $\mu_X(t)$ можно взять функцию, приведенную в определении 7.

Таким образом, функция критерия представляет собой взвешенную сумму нечетких величин $C^j_{i,k}(\gamma) = r_j \times \rho^j_{i,k}(\gamma)$ с функциями распределения $\mu_X\left(\frac{\exp(t-q_{i,k})}{r_j}\right)$, где каждая комбинация цели, средства поражения и эшелона будет характеризоваться своими параметрами:

$$\sum_{j,i,k} C^j_{i,k}(\gamma) \times m^j_{i,k}. \tag{6}$$

В результате, основываясь на [4, 5], математические модели, возможностная и, связанная с ней необходимостная (двойственная модель), задачи целераспределения по критерию сохранности высокоранговых объектов при многоэшелонированной обороне могут быть записаны в форме:

π-модель (оптимистическая модель):

$$\begin{cases} goal_\pi \to min, \\ \pi\left\{\sum\limits_{j,i,k} C^j_{i,k}(\gamma) \times m^j_{i,k} \le goal_\pi\right\} \ge \pi_0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^j_{i,k} \ge 0; \forall i,k : \sum\limits_j m^j_{i,k} \le b_{i,k}; \\ \forall i,k : \pi\left\{\sum\limits_j P^j_{i,k}(\gamma) \times m^j_{i,k} \ge \log(Q)\right\} \ge \pi_1; \end{cases}$$

ν-модель (пессимистическая модель):

$$\begin{cases} goal_\nu \to min, \\ \nu\left\{\sum\limits_{j,i,k} C^j_{i,k}(\gamma) \times m^j_{i,k} \le goal_\nu\right\} \ge \nu_0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^j_{i,k} \ge 0; \forall i,k : \sum\limits_j m^j_{i,k} \le b_{i,k}; \\ \forall i,k : \nu\left\{\sum\limits_j P^j_{i,k}(\gamma) \times m^j_{i,k} \ge \log(Q)\right\} \ge v_1; \end{cases}$$

где π – мера возможности, ν – мера необходимости, π_0, π_1, ν_0, ν_1 – уровни возможности/необходимости, $goal_\pi$, $goal_\nu$ – уровневые переменные.

4. Эквивалентные детерминированные аналоги возможностных моделей целераспределения

Перейдем к построению эквивалентных детерминированных аналогов возможностных моделей целераспределения: **π-модель, ν-модель**. Методы их построения могут быть основаны на результатах работ [4, 5], в которых получены эквивалентные детерминированные аналоги возможностно-необходимостных моделей уровневой оптимизации при построчных ограничениях по возможности/необходимости при линейных, а также нелинейных возможностных функциях, монотонных относительно нечетких параметров, характеризуемых квазивогнутыми полунепрерывными сверху распределениями.

Таким образом, основываясь на результатах [4, 5], мы получаем следующие теоремы, позволяющие строить эквивалентные детерминированные аналоги возможностных моделей целераспределения.

Теорема 1. *Пусть в π-модели нечеткие параметры характеризуются квазивогнутыми непрерывными распределениями возможностей. Тогда π-модель имеет эквивалентный детерминированный аналог*

$$\sum_{j,i,k} C_{i,k}^{j-} \times m_{i,k}^{j} \ \to min, \tag{7}$$

$$\begin{cases} m_{i,k}^{j} \geq 0; \forall i,k \,:\, \sum\limits_{j} m_{i,k}^{j} \leq b_{i,k}\,; \\ \forall i,k \,:\, \sum\limits_{j} P_{i,k}^{j+} \times m_{i,k}^{j} \geq \log{(Q)}\,. \end{cases} \tag{8}$$

Доказательство. Действительно, функции, использующиеся в π-модели, являются линейными возможностными функциями, а возможностные распределения нечетких величин квазивогнуты и непрерывны. Следовательно, мы находимся в условиях применимости теоремы 2 из статьи [4]. Поэтому утверждение теоремы имеет место быть. □

Теорема 2. *Пусть в ν-модели нечеткие параметры характеризуются квазивогнутыми непрерывными распределениями возможностей. Тогда ν-модель имеет эквивалентный детерминированный аналог*

$$\sum_{j,i,k} C_{i,k}^{j+} \times m_{i,k}^{j} \ \to min, \tag{9}$$

$$\begin{cases} m_{i,k}^{j} \geq 0; \forall i,k \,:\, \sum\limits_{j} m_{i,k}^{j} \leq b_{i,k}\,; \\ \forall i,k \,:\, \sum\limits_{j} P_{i,k}^{j+} \times m_{i,k}^{j} \geq \log{(Q)}\,. \end{cases} \tag{10}$$

Доказательство. Основывается на двойственном соотношении, связывающем меры возможности и необходимости; аналогичных рассуждениях, используемых при доказательстве теоремы 1; результатах работ [4, 5]. □

В полученных моделях (7), (8) и (9), (10), $C_{i,k}^{j-}$, есть левые границы α-уровневых множеств нечетких величин $C_{i,k}^{j}\,(\gamma)$, а $C_{i,k}^{j+}$ – их правые границы для уровня $(1-\alpha)$, $P_{i,k}^{j-}$ и $P_{i,k}^{j+}$ – соответственно для нечетких величин $P_{i,k}^{j}(\gamma)$ при соответствующих значениях α.

Полученные эквивалентные детерминированные аналоги могут быть решены методами целочисленного линейного программирования.

5. Спецификация эквивалентных детерминированных аналогов

Для специализации моделей (7), (8) и (9), (10) необходимо определиться с исходным распределением возможностных величин $b_i^j(\gamma)$. Закон распределения должен адекватно моделировать отклонение от эталонной вероятности перехвата, опираясь на взаиморасположение перехватчика и цели. Будем считать, что эталонная вероятность перехвата достигается в случаях, когда вектор скорости воздушного перехватчика сонаправлен с линией визирования, и он движется в направлении цели, а также при фронтальной атаке – вектор скорости воздушного перехватчика направлен навстречу цели. Описываемые ситуации соответствуют случаям, когда ракурс принимает значения соответственно 0 и 180 градусов. Наибольшая ошибка в вероятности поражения цели возникает в случае фронтовых атак, когда ракурс соответствует 90 градусам.

Исходя из этих соображений, величина $b_i^j(\gamma) \in [0; \Delta p]$ и принадлежит гармоническому закону распределения (1).

$$\mu_{b_i^j}(t) = \begin{cases} 0.5\left(1+\cos\left(\pi \frac{x-b}{a}\right)\right), & \text{для } 0 \le x \le \Delta p, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

В этой формуле константа Δp отражает максимально возможное отклонение от эталонной вероятности, $a = b = \Delta p/2$.

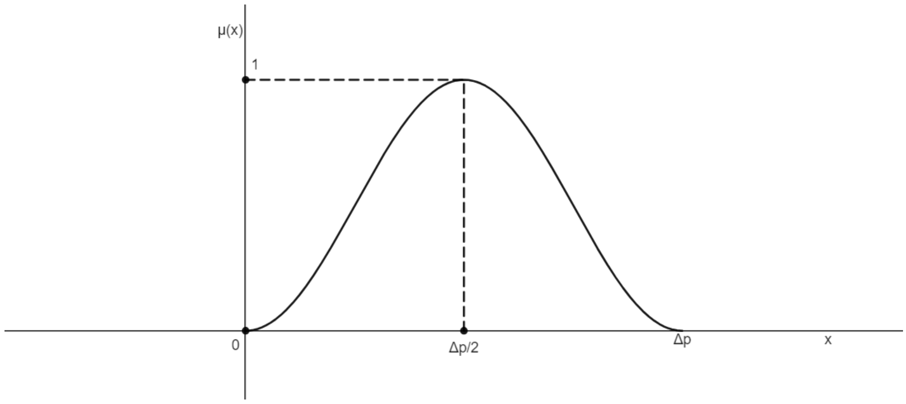

Рис. 2: *График возможностного распределения нечетких величин* $b_i^j(\gamma)$

В соответствии с равенством (5), распределение нечетких величин $C_{i,k}^j(\gamma)$ в полученных моделях будет иметь вид:

$$\mu_{C_{i,k}^j}(x) = \begin{cases} 0.5\left(1+\cos\left(\pi \frac{g(x)-b}{a}\right)\right), & \text{для } C_{i,k}^{j-} \le x \le C_{i,k}^{j+}, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где $g(x) = \frac{\exp(t-q_{i,k})}{r_j}$.

Найдем границы α-уровневого множества. Для этого выразим независимую переменную через уровень α:

$$x = b \pm \frac{a}{\pi}\arccos(2\alpha - 1).$$

Для нечеткой величины $P_{i,k}^j(\gamma)$, учитывая преобразования (2), получаем:

$$e^{x-\,q_{i,k}} = b \pm \frac{a}{\pi}\arccos(2\alpha - 1),$$

$$P_{i,k}^{j\pm} = \ln\Big(b \pm \frac{a}{\pi}\arccos(2\alpha - 1)\Big) + q_{i,k,},$$

а для нечеткой величины $C_{i,k}^{j}(\gamma)$, учитывая преобразования (2), имеем:

$$C_{i,k}^{j\pm} = \ln\Big(r_j(b \pm \frac{a}{\pi}\arccos(2\alpha - 1))\Big) + q_{i,k,}. \qquad (11)$$

Общий вид графика конечного закона распределения изображен на Рис. 3.

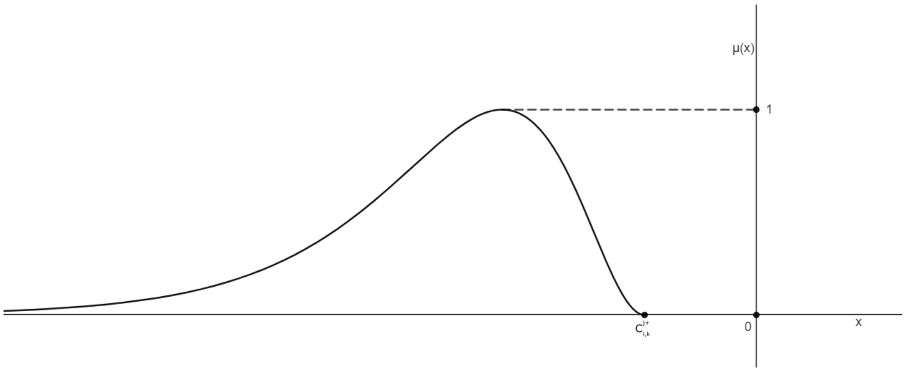

Рис. 3: *График возможностного распределения нечетких величин* $C_{i,k}^{j}(\gamma)$

Понятно, что распределение нечетких величин $C_{i,k}^{j}$ является квазивогнутым и непрерывным. Следовательно, мы находимся в условиях применимости теорем 1, 2. В результате подстановки конкретных значений в параметры моделей мы получим их в специфицированном виде для гармонического, возможностного закона распределения.

Заключение

В данной работе исследована задача поиска оптимального распределения ресурсов в системе воздушно-космической обороны с использованием возможностно-вероятностного подхода. Нами были разработаны возможностно/необходимостные модели целераспределения, позволяющие учитывать взаимное положение средств поражения и целей и обеспечивающие эффективное распределение ресурсов. Для возможностно-необходимостных моделей были получены их эквивалентные детерминированные аналоги, позволяющие учитывать эшелонированный характер системы ВКО. Их решение может быть осуществлено методами целочисленного линейного программирования [6-8].

Список литературы

[1] Язенин А.В. Основные понятия теории возможностей. Математический аппарат для принятия решений в условиях гибридной неопределенности. М.: Физматлит, 2016. 144 с.

[2] Nahmias S. Fuzzy variables // Fuzzy Sets and Systems. 1978. Vol. 1, № 2. Pp. 97–110. https://doi.org/10.1016/0165-0114(78)90011-8

[3] Хохлов М.Ю., Язенин А.В. Расчет числовых характеристик нечетких случайных величин // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2003. № 1. С. 39–43.

[4] Yazenin A.V. On the problem of possibilistic optimization // Fuzzy Sets and Systems. 1996. Vol. 81. Pp. 133–140.

[5] Yazenin A., Wagenknecht M. Possibilistic Optimization. A Measure-Based Approach. Cottbus, Germany: Brandenburgische Technische Universitat, 1996. 133 p.

[6] Ahuja R.K., Kumar A., Jha K.C., Orlin J.B. Exact and heuristic algorithms for the weapon-target assignment problem // Operations Research. 2007. Vol. 55, № 6. Pp. 1136–1146.

[7] Shin M.-K., Lee D., Choi H.-L. Weapon-Target Assignment Problem with Interference Constraints using Mixed-Integer Linear Programming. 2019. https://doi.org/10.48550/arXiv.1911.12567

[8] Wu Y, Lei Y., Z Z., Yang X., Li Q. Dynamic Multitarget Assignment Based on Deep Reinforcement Learning // IEEE Access. 2022. Vol. 10. Pp. 75998–76007. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3190972

Образец цитирования

Седаков Н.М., Язенин А.В. Оптимизация целераспределения в системе ВКО на основе возможностно-вероятностного подхода // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2023. № 4. С. 57–69. https://doi.org/10.26456/vtpmk698

Сведения об авторах

1. **Седаков Никита Михайлович**
магистрант факультета прикладной математики и кибернетики Тверского государственного университета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ.

2. **Язенин Александр Васильевич**
заведующий кафедрой информационных технологий Тверского государственного университета; начальник сектора АО «НПП «Эргоцентр».

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ.
E-mail: Yazenin.AV@tversu.ru

OPTIMIZATION OF TARGET ALLOCATION IN THE AEROSPACE DEFENSE BASED ON A POSSIBILISTIC-PROBABILISTIC APPROACH

Sedakov N.M.*, **Yazenin A.V.***,**
*Tver State University, Tver
**JSC NPP Ergocenter, Tver

Received 27.11.2023, revised 14.12.2023.

The paper studies the problem of target allocation in the aerospace defense system. For a more adequate assessment of the effectiveness of means of destruction, a fuzzy (possibilistic) representation of the interception probability is introduced, which makes it possible to take into account their mutual position. A mathematical model of the problem under consideration is developed. The model is reduced to an integer linear programming problem, taking into account the echeloned nature of the aerospace defense system. The proposed approach ensures optimal resource allocation when the means of destruction work together.

Keywords: the weapon-target assignment problem, hybrid uncertainty, fuzzy probabilistic value, possibilistic optimization, equivalent deterministic counterpart, integer linear programming, resource allocation.

Citation

Sedakov N.M., Yazenin A.V., “Optimization of target allocation in the aerospace defense based on a possibilistic-probabilistic approach”, *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2023, № 4, 57–69 (in Russian). https://doi.org/10.26456/vtpmk698

References

[1] Yazenin A.V., *Osnovnye ponyatiya teorii vozmozhnostej. Matematicheskij apparat dlya prinyatiya reshenij v usloviyakh gibridnoj neopredelennosti [Basic concepts of the theory of possibilities. Mathematical decision-making apparatus in a hybrid uncertainty]*, Fizmatlit Publ., Moscow, 2016 (in Russian), 144 pp.

[2] Nahmias S., “Fuzzy variables”, *Fuzzy Sets and Systems*, **1**:2 (1978), 97–110, https://doi.org/10.1016/0165-0114(78)90011-8.

[3] Khokhlov M.Yu., Yazenin A.V., “Calculation of numerical characteristics of fuzzy random variables”, *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2003, № 1, 39–43 (in Russian).

[4] Yazenin A.V., “On the problem of possibilistic optimization”, *Fuzzy Sets and Systems*, **81** (1996), 133–140.

[5] Yazenin A., Wagenknecht M., *Possibilistic Optimization. A Measure-Based Approach*, Brandenburgische Technische Universitat, Cottbus, Germany, 1996, 133 pp.

[6] Ahuja R.K., Kumar A., Jha K.C., Orlin J.B., "Exact and heuristic algorithms for the weapon-target assignment problem", *Operations Research*, **55**:6 (2007), 1136–1146.

[7] Shin M.-K., Lee D., Choi H.-L., *Weapon-Target Assignment Problem with Interference Constraints using Mixed-Integer Linear Programming*, 2019, https://doi.org/10.48550/arXiv.1911.12567.

[8] Wu Y, Lei Y., Z Z., Yang X., Li Q., "Dynamic Multitarget Assignment Based on Deep Reinforcement Learning", *IEEE Access*, **10** (2022), 75998–76007, https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3190972.

Author Info

1. **Sedakov Nikita Mikhailovich**
   Master student of the Faculty of Applied Mathematics and Cybernetics,
   Tver State University.

   Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TverSU.

2. **Yazenin Alexander Vasilyevich**
   Head of the Department of Information Technology, Tver State University; Head of the Sector of JSC NPP Ergocenter.

   Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TverSU.
   E-mail: Yazenin.AV@tversu.ru