

О РАСЧЕТЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ОБСАДНОЙ КОЛОННЕ, ИСПЫТЫВАЮЩЕЙ БОКОВОЕ ДАВЛЕНИЕ ВСЛЕДСТВИЕ ТЕЧЕНИЯ ПЛАСТИЧНЫХ ПОРОД

Зингерман К.М.*, Левин В.А.**, Козяр В.Ф.***

* Кафедра вычислительной математики (ТвГУ)

** Механико-математический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова

*** ООО «Нефтегазгеофизика», г. Тверь

Предлагается подход к расчету напряженно-деформированного состояния в обсадной колонне, находящейся под действием бокового горного давления, вызванного горизонтальным течением слоя пластичных пород. В основе подхода лежит стержневая модель колонны. Выполнены численные расчеты, которые показывают, что осевые напряжения, возникающие в колонне, во много раз превышают боковое давление, вследствие чего может произойти разрушение колонны.

An approach for stress analysis in the casing that is exposed by lateral rock pressure due to the horizontal flow of a clay layer is considered. The approach used is based on the model of a bar. The numerical calculations show that the axial stresses in the casing multiply exceeds the lateral pressure. By this, the rupture of the casing may occur.

Введение. Как известно [1], течение пластичных горных пород создает боковое давление на обсадную колонну, которое вызывает изгиб колонны и может привести к ее разрыву. Рассмотрим простую математическую модель, которая может быть использована для качественного анализа этого явления.

1. Постановка задачи. Рассмотрим действие бокового горного давления в слое из пластичного (текучего) материала, находящемся на некотором интервале глубин, на вертикальную колонну. Материал колонны считаем упругим, изотропным и однородным. Не будем пока учитывать напряжений, вызванных действием собственного веса колонны и внутреннего гидростатического давления (в рамках линейной теории упругости эти эффекты могут быть исследованы отдельно и учтены с помощью принципа суперпозиции). Будем исследовать напряженное состояние только части колонны в том интервале глубин, на котором находится пластичный слой. Будем считать, что сверху и снизу от этого слоя находятся устойчивые (жесткие) породы, и за счет этого горизонтальные смещения колонны на границе слоя текучих пород равны нулю. Предположим также, что боковые односторонние нагрузки, обусловленные действием на колонну текучих пород, равномерно распределены по глубине (в пределах слоя), а их направление совпадает с направлением течения.

В рамках такой постановки исходная задача сводится к задаче об изгибе стержня с закрепленными концами под действием равномерной нагрузки (рис. 1). Эта задача может быть приближенно решена методами сопротивления материалов [8, 9]. Отметим, что подобный подход был использован в работах [6, 7] при анализе изгиба буровых колонн и при расчете буровых и обсадных колонн на устойчивость.



Рис. 1: а — схематическое изображение колонны, проходящей через слой текучих пород (стрелками указано направление течения); б — схема нагружения колонны

Пусть ось z совпадает с осью колонны и направлена вертикально вниз, начало координат расположено посередине пластичного слоя. Ось x направлена противоположно направлению бокового давления, ось y — перпендикулярно к осям x и z . Пусть толщина пластичного слоя равна $2l$, тогда границами слоя будут плоскости $z = \pm l$. Через S обозначим сечение колонны горизонтальной плоскостью, через $2a_{\max}$ и $2b_{\max}$ — максимальные размеры этого сечения в направлении осей x и y соответственно.

2. Вычисление прогиба колонны и напряжений в ней. При решении рассматриваемой задачи методами сопротивления материалов только одна из компонент тензора напряжений считается отличной от нуля, а именно компонента σ_{zz} . Как указано в [8], эта компонента в данной задаче примерно во столько же раз больше касательных напряжений σ_{xz} и σ_{yz} по абсолютной величине, во сколько раз длина стержня превышает его поперечный размер (под длиной стержня в данном случае понимаем толщину пластичного слоя), а остальные компоненты тензора напряжений еще меньше по абсолютной величине.

Будем считать, что сечение стержня симметрично относительно осей x и y , а давление, как указано выше, приложено только в направлении оси x . В этом случае прогиб колонны w может быть определен как решение дифференциального уравнения [8]

$$\frac{d^2}{dz^2} \left(EI_y \frac{d^2 w}{dz^2} \right) = q_x. \quad (1)$$

Здесь E — модуль Юнга материала колонны, I_y — момент инерции поперечного сечения относительно оси y

$$I_y = \iint_S x^2 ds,$$

q_x — проекция на ось x главного вектора поверхностных сил, распределенных по контуру Γ поперечного сечения и отнесенных к единице длины стержня:

$$q_x = \oint_{\Gamma} F_x d\Gamma.$$

В данном случае

$$q_x = -2b_{\max} p_6, \quad (2)$$

где p_6 — боковое давление.

Уравнение (1) следует решить либо при граничных условиях

$$w|_{z=\pm l} = 0, \quad \left. \frac{d^2 w}{dz^2} \right|_{z=\pm l} = 0, \quad (3)$$

либо при условиях

$$w|_{z=\pm l} = 0, \quad \left. \frac{dw}{dz} \right|_{z=\pm l} = 0. \quad (4)$$

Условия (3) соответствуют стержню, опертому на концах, а условия (4) — стержню, концы которого жестко заделаны. В рамках рассматриваемой модели, видимо, более корректным представляется второй вариант задания граничных условий, т.е. жесткая заделка концов стержня.

Решение уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям (3), имеет вид

$$w(z) = \frac{q_x}{24 E I_y} (z-l)(z+l)(5l^2 - z^2), \quad (5)$$

а решение, удовлетворяющее условиям (4), может быть записано в форме

$$w(z) = \frac{q_x}{24 E I_y} (l-z)^2 (l+z)^2. \quad (6)$$

Максимальный по абсолютной величине прогиб достигается при $z=0$, т.е. посередине текущего слоя, и в случае опертых концов стержня равен

$$w_{\max} = \frac{5l^4 q_x}{24 E I_y}. \quad (7)$$

В случае жестко заделанных концов стержня

$$w_{\max} = \frac{l^4 q_x}{24 E I_y}. \quad (8)$$

Зная прогиб $w(z)$, можно найти изгибающий момент M_y и осевые напряжения σ_{zz} в стержне по формулам [8]

$$M_y = -E I_y \frac{dw}{dz^2}, \quad \sigma_{zz} = \frac{M_y x}{I_y}.$$

Подставляя в эти формулы выражения (5) или (6), находим, что в случае опертых концов стержня

$$\sigma_{zz} = \frac{1}{2} (l^2 - z^2) \frac{q_x x}{I_y}, \quad (9)$$

а в случае жестко заделанных концов

$$\sigma_{zz} = \frac{1}{6} (l^2 - 3z^2) \frac{q_x x}{I_y}. \quad (10)$$

Подставив (2) в (9) и (10), получаем: для стержня, опертого на концах,

$$\sigma_{zz} = -(l^2 - z^2) \frac{b_{\max} p_6}{I_y} x, \quad (11)$$

а для стержня с жестко заделанными концами

$$\sigma_{zz} = -(l^2 - 3z^2) \frac{b_{\max} p_6}{3I_y} x. \quad (12)$$

Как видно из (9), в случае опертого на концах стержня максимальное по абсолютной величине значение σ_{zz} достигается при $z = 0$, $x = \pm a_{\max}$, т.е. на глубине, соответствующей середине пластичного слоя, в точках контура, наиболее удаленных от оси y . Это максимальное значение есть

$$\sigma_{\max} = |q_x| \frac{l^2 a_{\max}}{2I_y} = p_6 \frac{l^2 a_{\max} b_{\max}}{I_y}. \quad (13)$$

В случае заделанных концов стержня максимальное по абсолютной величине значение σ_{zz} достигается при $z = \pm l$, $x = \pm a_{\max}$, т.е. на концах стержня в точках контура, наиболее удаленных от оси y . Это максимальное значение есть

$$\sigma_{\max} = |q_x| \frac{l^2 a_{\max}}{3I_y} = \frac{2}{3} p_6 \frac{l^2 a_{\max} b_{\max}}{I_y}. \quad (14)$$

Сопоставляя (13) и (14), видим, что в случае опертых концов стержня максимальные напряжения в 1.5 раза больше, чем в случае, когда концы стержня заделаны. В дальнейшем ограничимся рассмотрением случая заделанных концов стержня.

Рассмотрим два частных случая.

1. Стержень представляет собой трубу кругового сечения с круговой внутренней полостью. Внешний радиус трубы обозначим через R , радиус полости — через r . В этом случае

$$a_{\max} = b_{\max} = R, \quad I_y = \frac{\pi}{4} (R^4 - r^4),$$

и формула (14) примет вид

$$\sigma_{\max} = \frac{4}{3\pi} |q_x| \frac{Rl^2}{R^4 - r^4} = \frac{8}{3\pi} p_6 \frac{R^2 l^2}{R^4 - r^4}. \quad (15)$$

Из формулы (15) видно, что для уменьшения величины σ_{\max} при постоянной толщине пластичного слоя надо либо увеличить внешний радиус трубы, либо уменьшить внутренний радиус.

2. Стержень имеет в сечении форму прямоугольника со сторонами $2a$ и $2b$, одна из которых (длиной $2a$) параллельна направлению давления (рис. 2). Этот случай рассмотрен для того, чтобы моделировать обсадную колонну, цементная оболочка которой вытянута в направлении нагружения или в перпендикулярном направлении. В этом случае $a_{\max} = a$, $b_{\max} = b$, $I_y = \frac{4}{3} a^3 b$, и формула (14) примет вид

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{2} p_6 \frac{l^2}{a^2}. \quad (16)$$

Как видно из формул (13)-(16), величина σ_{\max} пропорциональна квадрату толщины пластичного слоя. Вследствие этого σ_{\max} может во много раз превосходить боковое давление, если $l \gg R$ (в примере 1) или $l \gg a$ (в примере 2). Так, если

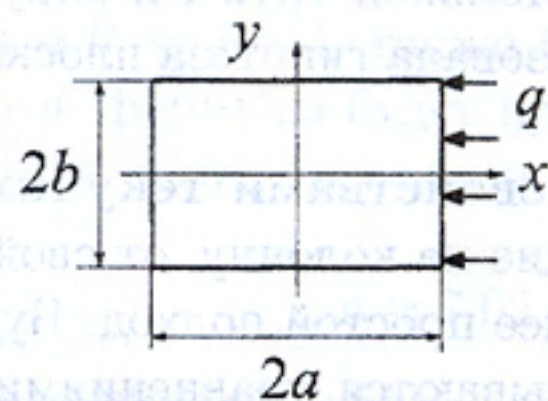


Рис. 2: Нагружение колонны прямоугольного сечения

в примере 1 $R = 0.1225\text{м}$, $r = 0.1125\text{м}$ (эти значения внешнего и внутреннего радиусов соответствуют колонне наибольшего диаметра — кондуктору), $l = 10\text{м}$, то $\sigma_{\max} \approx 19000p_6$.

Таким образом, действие на обсадную колонну односторонних боковых нагрузок, не уравновешенных в некотором интервале глубин, ведет к ее изгибу. При этом в колонне возникают значительные напряжения, действующие в вертикальном направлении (в направлении ее оси). Эти напряжения могут во много раз превышать давление на колонну, вызванное односторонней боковой нагрузкой, и могут привести к разрушению колонны в данном интервале глубин.

Отметим, что напряжение σ_{zz} в рассматриваемой задаче достаточно медленно убывает по абсолютной величине по мере удаления от точки максимальных напряжений в направлении оси z (в отличие, например, от задачи о трещине). Это видно из формул (11), (12). Так, для стержня, опертого на концах, на расстоянии $l/2$ от точки максимальных напряжений $|\sigma_{zz}| = 0.75\sigma_{\max}$. Для стержня с заделанными концами убывание напряжений по мере удаления от точки максимума происходит более быстро, но и в этом случае $|\sigma_{zz}| = 0.75\sigma_{\max}$ на расстоянии около $0.1l$ от точки максимума. Поэтому, анализируя возможное разрушение колонны, можно предположить, что оно не обязательно произойдет на глубине, где достигается максимум напряжений, а начнется там, где колонна ослаблена (например, в местах соединений труб).

Из (8) и (14) можно получить зависимость между максимальным напряжением и максимальным прогибом:

$$w_{\max} = \frac{l^2 \sigma_{\max}}{8 E b_{\max}}. \quad (17)$$

Напомним, что для круговой колонны $b_{\max} = R$. Подставив в формулу (17) вместо σ_{\max} предел прочности материала колонны σ_B , можно определить, при какой величине максимального прогиба произойдет разрушение колонны. Это даст возможность прогнозировать возможное разрушение обсадных колонн при изгибе по данным профилометрии [1]. Например, для колонны из стали СТ1 $E = 2 \cdot 10^{11}\text{Па}$, $\sigma_B = 5 \cdot 10^8\text{Па}$, и при $R = 0.1225\text{м}$, $l = 10\text{м}$ вычисления по формуле (17) дают: $w_{\max} = 0.26\text{м}$.

Рассмотренный подход может быть обобщен с целью учесть неоднородность ма-

териала колонны, которая состоит из стальной трубы и окружающей ее цементной оболочки. При этом может быть использована гипотеза плоских сечений [8]. Пример такого расчета приведен далее в п. 5.

3. Связь бокового давления со свойствами текучих пород. Выясним теперь, как зависят нагрузки, действующие на колонну, от свойств и скорости движения текучих пород. Рассмотрим наиболее простой подход. Будем считать, что механические свойства текучих пород описываются уравнениями ньютоновской вязкой несжимаемой жидкости [4, 5], а колонна имеет форму цилиндра кругового сечения. Для расчета будем использовать формулу [4]

$$q = \frac{8 \pi \mu u}{1 - 2 \ln \left(\frac{\gamma^k R}{2} \right)}. \quad (18)$$

Здесь q — сила, действующая на цилиндр (отнесенная к единице длины цилиндра), u — скорость потока на бесконечности, R — радиус цилиндра, μ — динамический коэффициент вязкости, ρ — плотность жидкости, $\gamma = 1.7811$ — постоянная Маскерони. Коэффициент k определяется по формуле

$$k = \frac{u \rho}{2 \mu}. \quad (19)$$

Формула (18) справедлива в случае стационарного обтекания бесконечного цилиндра ньютоновской жидкостью, когда скорость течения лежит в плоскости, перпендикулярной образующей цилиндра, при малых значениях числа Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{2 R u \rho}{\mu}. \quad (20)$$

В рассматриваемом случае формула (18) может быть использована только для получения достаточно грубых оценок по следующим причинам. Во-первых, механические свойства пород (например, глин) при их течении не вполне удовлетворительно описываются моделью Ньютоновской вязкой жидкости [2]; в частности, вязкость глин существенно зависит от давления [3]. Более точно течение глин может быть описано, например, моделью Бингама [2, 5]. Во-вторых, скорость течения будет зависеть от глубины: посередине слоя текучих пород она будет максимальна, а на границах этого слоя будет равна нулю в силу условия прилипания [4].

Подставив в (15) вместо q_x значение q из формулы (18), имеем

$$\sigma_{\max} = \frac{32 l^2 \mu u R}{3 \left[1 - 2 \ln \left(\frac{\gamma^k R}{2} \right) \right] (R^4 - r^4)}. \quad (21)$$

4. Модельные расчеты Вязкость μ глин, по данным [2, 3], изменяется в пределах от $3 \cdot 10^7$ Па·с до $3 \cdot 10^{11}$ Па·с. Для проведения модельных расчетов были взяты следующие значения параметров: $\mu = 2 \cdot 10^9$ Па·с, плотность текучей породы $\rho = 2 \cdot 10^3$ кг/м³, толщина слоя текучих пород $2l = 20$ м, скорость течения на бесконечности $v = 10^{-7}$ м/с.

Для указанных значений параметров значения числа Рейнольдса Re , определяемого по формуле (20) при $R \leq 0.1225$ м, очень малы и не превышают $0.25 \cdot 10^{-13}$. Это

оправдывает применение формулы (18). Заметим, что в этой формуле показатель степени при γ , равный $kR = Re/4$, также будет очень близок к нулю и, следовательно, знаменатель этой формулы будет практически постоянным и приближенно равным $1 + 2 \ln 2 \approx 2.386$. С учетом этого формулу (18) можно в данном случае заменить выражением

$$q \approx 7.02 \mu u, \quad (22)$$

а вместо формулы (21) записать приближенное выражение

$$\sigma_{\max} \approx \frac{4.47 l^2 \mu u R}{(R^4 - r^4)}. \quad (23)$$

Из формул (22) и (23) видно, что боковая нагрузка q и максимальное напряжение σ_{\max} линейно зависят от вязкости μ и скорости потока u . Кроме того, боковая нагрузка не зависит от внешнего радиуса колонны.

Для проведения расчетов при фиксированных внешнем и внутреннем радиусах колонны удобно записать формулу (23) в виде

$$\sigma_{\max} \approx A l^2 \mu u, \quad (24)$$

где

$$A = \frac{4.47 R}{(R^4 - r^4)}. \quad (25)$$

Значения коэффициента A для некоторых типовых значений внешнего $D = 2R$ и внутреннего $d = 2r$ диаметров обсадных труб даны в таблице 1. В этой же таблице приведены значения максимального напряжения σ_{\max} , вычисленные по формуле (24) для случая $\mu = 2 \cdot 10^9$ Па·с, $2l = 20$ м, $v = 10^{-7}$ м/с.

Таблица 1.

D , м	d , м	A , м ⁻³	σ_{\max} , в единицах 10^8 Па
0.146	0.126	25800	5.16
0.168	0.148	18900	3.79
0.245	0.225	8400	1.68

Из таблицы видно, в частности, что максимальные напряжения для труб внешнего диаметра 0.146 м превышают предел прочности стали СТ1 при растяжении $\sigma_B = 5 \cdot 10^8$ Па.

5. Расчет для скважины, обсаженной двумя колоннами. Рассмотрим случай, когда скважина содержит две обсадные колонны — техническую колонну, внутренний радиус которой $r_1 = 0.063$ м, а внешний радиус $R_1 = 0.073$ м, и кондуктор, внутренний радиус которого $r_2 = 0.1125$ м, а внешний радиус $R_2 = 0.1225$ м. Пространство между колоннами заполнено цементным камнем. Будем предполагать, что на границах колонн и цементного слоя выполнено условие склеивания, т.е. перемещения остаются непрерывными при переходе через эти границы. В этом случае для решения задачи можно использовать модель составного стержня.

Пусть стержень составлен из n слоев. Обозначим через E_i модуль Юнга i -го слоя, через S_i — сечение i -го слоя плоскостью, перпендикулярной к оси стержня (оси z). Как и ранее, считаем, что стержень закреплен на концах $z = \pm l$ и нагружен равномерной боковой нагрузкой q_x , действующей в направлении оси x и отнесенной к

единице длины стержня. Сечения S_i считаем симметричными относительно осей x и y . Предполагая справедливой гипотезу плоских сечений и используя подход, изложенный в [8], можно получить следующее выражение для осевого напряжения σ_{zz} :

$$\sigma_{zz} = \frac{1}{6}(l^2 - 3z^2) \frac{q_x}{\sum_{i=1}^n E_i I_y^{(i)}} E(x, y)x. \quad (26)$$

Здесь $I_y^{(i)}$ — момент инерции поперечного сечения i -го слоя относительно оси y

$$I_y^{(i)} = \iint_{S_i} x^2 ds,$$

а $E(x, y)$ — модуль Юнга в точке сечения с координатами (x, y) .

В рассматриваемом случае стержень состоит из трех слоев: первый (внутренний) слой соответствует технической колонне, второй слой представляет собой слой цемента, а третий (внешний) слой соответствует кондуктору. Модули Юнга стали и цемента обозначим через $E_{ст.}$ и $E_{ц.}$ соответственно. Тогда в формуле (26) $n = 3$, $E_1 = E_3 = E_{ст.}$, $E_2 = E_{ц.}$, а моменты инерции $I_y^{(i)}$ вычисляются следующим образом:

$$I_y^{(1)} = \frac{\pi}{4}(R_1^4 - r_1^4), \quad I_y^{(2)} = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - R_1^4), \quad I_y^{(3)} = \frac{\pi}{4}(R_2^4 - r_2^4).$$

С учетом этих соотношений формула (26) принимает вид

$$\sigma_{zz} = \frac{2}{3\pi}(l^2 - 3z^2) \frac{q_x E(x, y)x}{E_{ст.}(R_1^4 - r_1^4 + R_2^4 - r_2^4) + E_{ц.}(r_2^4 - R_1^4)}. \quad (27)$$

Здесь $E(x, y) = E_{ст.}$ в точках сечения, заполненных сталью, и $E(x, y) = E_{ц.}$ в точках, заполненных цементом. Учитывая, что $E_{ст.} > E_{ц.}$, из (27) можно видеть, что максимальное по абсолютной величине значение σ_{zz} достигается при $z = \pm l$, $x = \pm R_2$. Это максимальное значение равно

$$\sigma_{\max} = \frac{4l^2 |q_x| E_{ст.} R_2}{3\pi [E_{ст.}(R_1^4 - r_1^4 + R_2^4 - r_2^4) + E_{ц.}(r_2^4 - R_1^4)]}. \quad (28)$$

Подставив в (28) вместо q_x значение q из формулы (22), имеем

$$\sigma_{\max} \approx \frac{4.47 l^2 \mu u E_{ст.} R_2}{E_{ст.}(R_1^4 - r_1^4 + R_2^4 - r_2^4) + E_{ц.}(r_2^4 - R_1^4)}. \quad (29)$$

Как и в предыдущем пункте, для проведения расчетов удобно записать формулу (29) в виде

$$\sigma_{\max} \approx A l^2 \mu u, \quad (30)$$

где

$$A = \frac{4.47 E_{ст.} R_2}{E_{ст.}(R_1^4 - r_1^4 + R_2^4 - r_2^4) + E_{ц.}(r_2^4 - R_1^4)}. \quad (31)$$

Для случая $E_{ц.} = 0.1 E_{ст.}$ при значениях радиусов, указанных выше, $A \approx 6000 \text{ м}^{-3}$. Вычисляя максимальное напряжение по формуле (30) для случая $\mu = 2 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot \text{с}$,

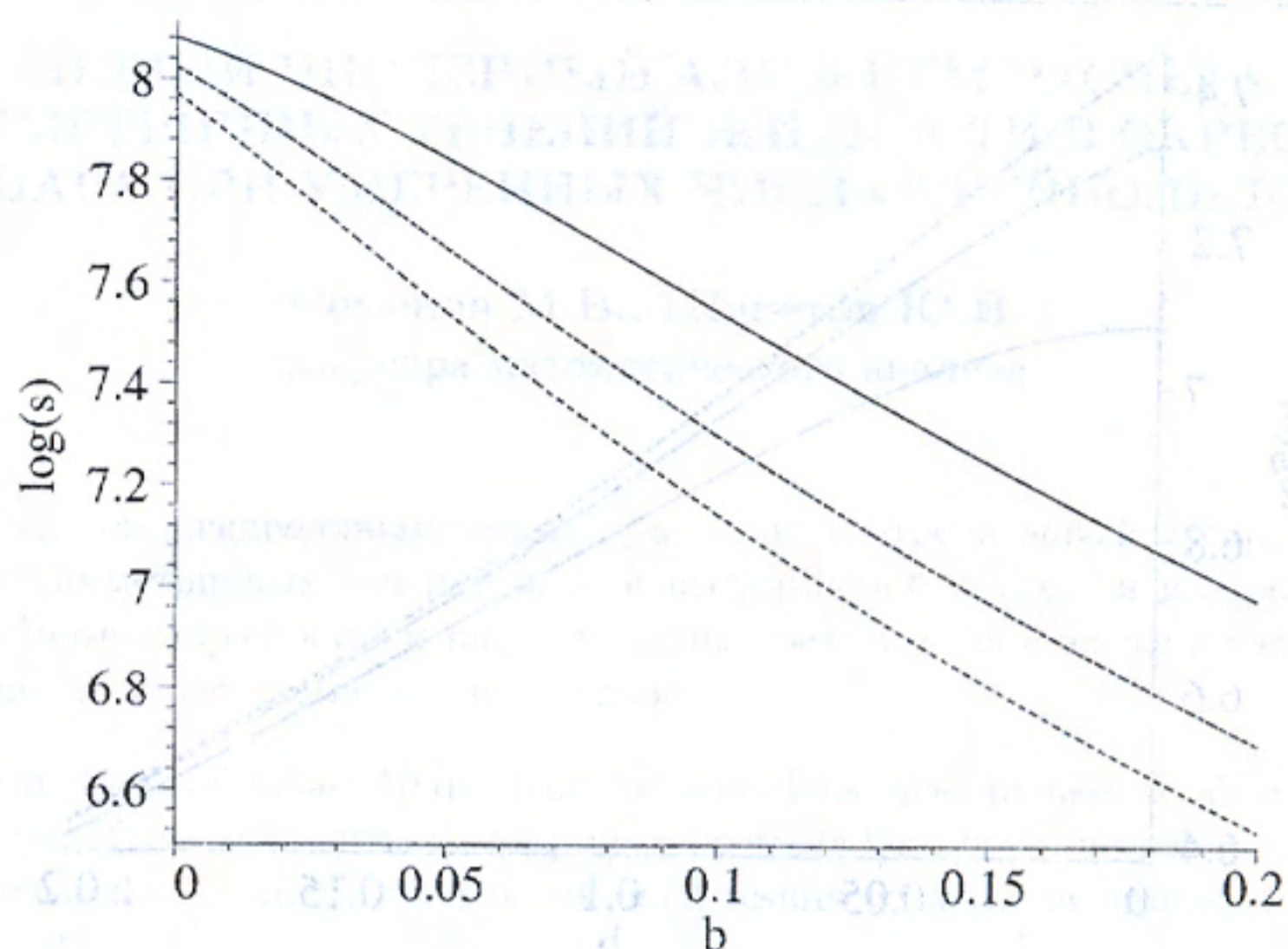


Рис. 3: Зависимость $\log \sigma_{\max}$ во внешней стальной трубе от толщины b внешней цементной оболочки. Сплошная линия — $E_{\text{ц.}} = 0,1 E_{\text{ст.}}$, штриховая линия с длинными штрихами — $E_{\text{ц.}} = 0,2 E_{\text{ст.}}$, штриховая линия с короткими штрихами — $E_{\text{ц.}} = 0,3 E_{\text{ст.}}$.

$2l = 20$ м, $v = 10^{-7}$ м/с, находим: $\sigma_{\max} \approx 1,2 \cdot 10^8$ Па. Это значение σ_{\max} примерно на 30 % меньше наименьшего из значений, приведенных в таблице 1.

Аналогичные расчеты были проведены для случая, когда колонна усилена внешней цементной оболочкой. В этом случае стержень состоит из четырех слоев. Расчетные формулы для этого случая не имеют существенных отличий от приведенных выше.

Для исследования зависимости максимальных напряжений от толщины внешней цементной оболочки был построен график зависимости логарифма максимальных напряжений во внешней стальной трубе (рис. 3) и во внешней цементной оболочке (рис. 4) от толщины b внешнего цементного слоя для различных значений отношения $E_{\text{ц.}}/E_{\text{ст.}}$ при указанных выше значениях μ , l и v . Из графика видно значительное (более чем на порядок) уменьшение σ_{\max} при увеличении b от 0 до 0,2 м.

Заключение. Таким образом, в статье проведен анализ напряженного состояния обсадных колонн, находящихся под действием одностороннего бокового давления, вызванного течением пластичных пород. Расчеты выполнены на основе стержневой модели. Показано, что осевые напряжения, возникающие в колонне при ее изгибе, могут во много раз превышать боковое давление. Рассмотрена зависимость максимальных напряжений от параметров течения в предположении, что механические свойства текучих пород описываются уравнениями ньютоновской вязкой жидкости. Выполнены модельные расчеты для типовых размеров обсадных труб, используемых при строительстве скважин. Проведен расчет для скважины, обсаженной двумя колоннами, в случае, когда пространство между колоннами заполнено цементным камнем.

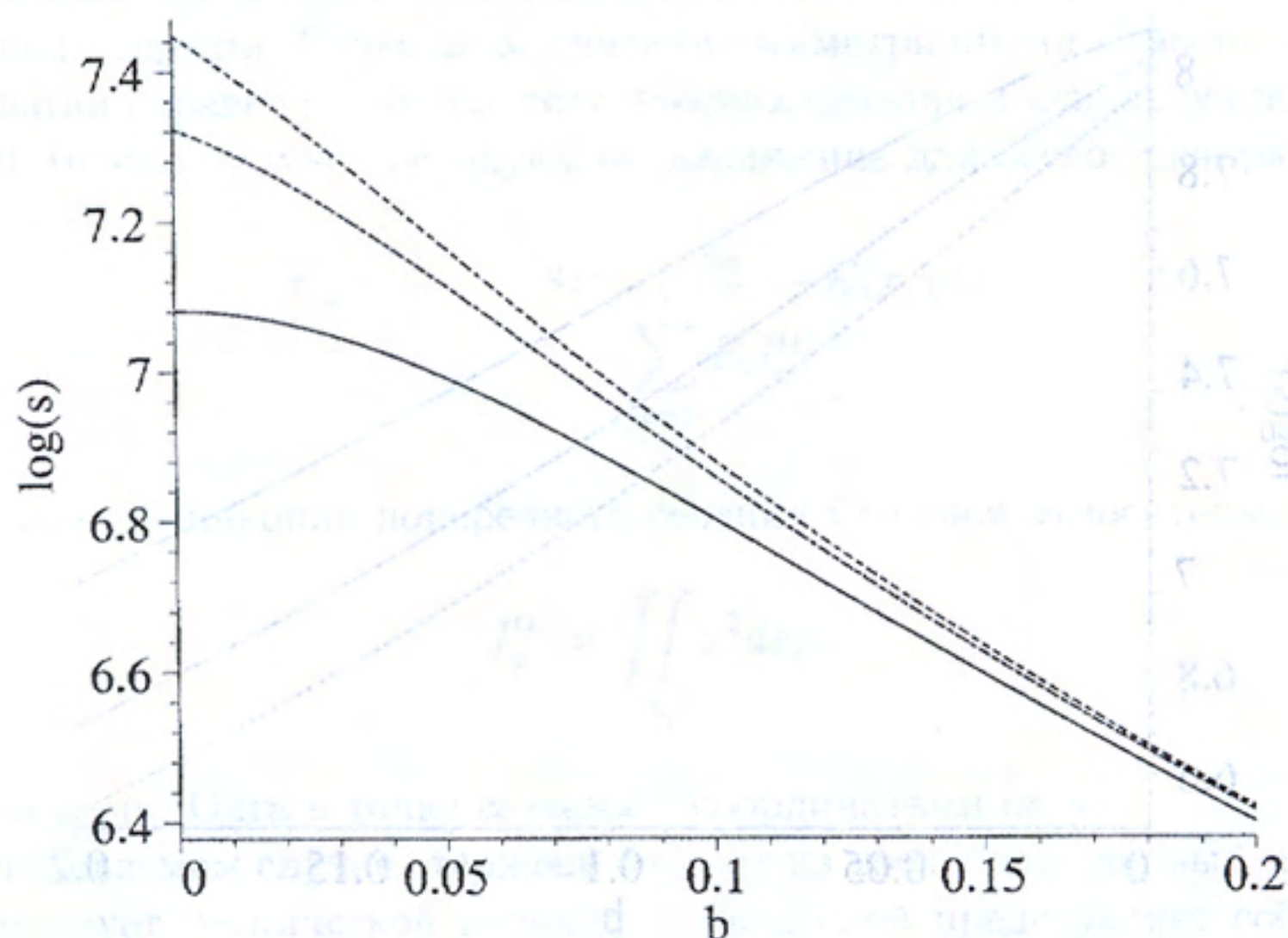


Рис. 4: Зависимость $\log \sigma_{\max}$ во внешней цементной оболочке от ее толщины b . Сплошная линия — $E_{ц.} = 0.1E_{ст.}$, штриховая линия с длинными штрихами — $E_{ц.} = 0.2E_{ст.}$, штриховая линия с короткими штрихами — $E_{ц.} = 0.3E_{ст.}$

Список литературы

- [1] Антипов В.И. Деформация обсадных колонн под действием неравномерного давления. — М.: Недра, 1992. — 233 с.
- [2] Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. — М.: Высш. школа, 1978. — 447 с.
- [3] Глинистые грунты повышенной влажности в дорожном строительстве. — М.: Транспорт, 1992. — 240 с.
- [4] Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. — М.: Физматгиз, 1963. — 728 с.
- [5] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М. Наука, 1970. — 904 с.
- [6] Саркисов Г.М. Расчеты бурильных и обсадных колонн. — М.: Недра, 1971. — 208 с.
- [7] Саркисов Г.М. Прочность крепления стенок нефтяных скважин. — М.: Недра, 1977. — 144 с.
- [8] Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. — М.: Наука, 1988.
- [9] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. — М.: Наука, 1979.