

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

УДК (573+612):5198

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ГАЗОТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ ПРИ ФИЗИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С.Н. Виноградов

Ульяновский государственный университет

Оценена возможность построения математической модели методами регрессионного анализа и многокритериальной оптимизации, позволяющей, прогнозировать оптимальное соотношение параметров газотранспортной системы при физической нагрузке.

Ключевые слова: газотранспортная система, физическая нагрузка, математическое моделирование, уравнение множественной регрессии, многокритериальная оптимизация.

В практике исследований в области спортивной физиологии достаточно часто возникает проблема прогнозирования оптимальных вариантов адаптации систем организма к физическим нагрузкам, в частности газотранспортных систем [5; 7; 10; 12; 16]. При этом следует учитывать, что отдельные системные звенья могут ограничивать функциональные возможности и резервы самих систем [8; 15]. Метод математического моделирования на основе регрессионного анализа широко используется для решения задач прогнозирования, оценивания, классификации и выявления зависимостей между параметрами изучаемого процесса или явления [2–4; 11; 14]. Уравнения множественной регрессии возможно использовать в качестве целевых функций при решении задач оптимизации методом линейного программирования. Наки исследована возможность построения и анализ математической модели, позволяющей оценивать эффективность функционирования системы транспорта кислорода и прогнозировать оптимальное соотношение её параметров

Материал и методика. Для исследования была выбрана регрессионная модель линейного типа в силу своей простоты и логичности их интерпретации [1; 9].

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + \dots + a_n X_n$$

При разработке регрессионной модели использовалась выборки объёмом 204 наблюдений по каждому параметру газотранспортной системы в режиме нагрузки. В качестве факторных переменных X_1, X_2, \dots, X_n предполагалось использовать следующие параметры системы

транспорта кислорода: 1) минутный объём дыхания, $V_{E,}$ л/мин.; 2) частота дыхания в мин, f ; 3) дыхательный объём, $V_T,$ мл ; 4) напряжени кислорода в артериальной крови, $P_{aO_2},$ мм.рт.ст.; 5) насыщение кислородом артериальной крови, $S_{aO_2},$ об.%; 6) содержание кислорода в артериальной крови, $C_{aO_2},$ об%; 7) напряжение углекислого газа в артериальной крови, $P_{aCO_2},$ мм.рт. ст.; 8) кислотно-основное состояние артериальной крови, pH_a ; 9) содержание гемоглобина, $Hb,$ ммоль/л; 10) минутный объём крови, $Q,$ мл/мин/кг.

Результирующими переменными Y были выбраны: 1) потребление кислорода, $VO_2,$ мл/мин/кг; 2) $VCO_2,$ мл/мин/кг; 3) коэффициент утилизации кислорода, $K_{VO_2},\%$

Отбор факторов производился исходя из следующих критериев: 1) отсутствие мультиколлинеарности между факторами – парные коэффициенты корреляции не превышают величину 0,8; 2) тесная корреляция между результирующей и факторными переменными.

Расчёт коэффициентов уравнения линейной регрессии проводился методом наименьших квадратов. Значимость коэффициентов линейной регрессии проверялась по t -критерию Стьюдента, достоверности отличия от нуля и величине стандартной ошибки. Проверка регрессионной модели на адекватность по величине коэффициента детерминации $R^2,$ критерию Фишера и уровню значимости критерия Фишера. Полученные регрессионные уравнения использовались в качестве целевых функций для оптимизации параметров методом линейного программирования [6].

Результаты и обсуждение. По результатам анализа матрицы коэффициентов парной корреляции параметров СТК и путём перебора было выбрано 4-х факторное уравнение множественной регрессии со следующими показателями в качестве независимых переменных:

X_1 – МОД;

X_2 – P_{aO_2} ;

X_3 – S_{aO_2} ;

X_4 – МОК;

Для параметра VO_2 получено регрессионное уравнение следующего вида:

$$Y_1 = -0,1889 X_1 - 2,1255 X_2 + 1,13 X_3 + 0,2257 X_4 \quad (1)$$

Характеристики значимости коэффициентов регрессионного уравнения, описывающего $VO_2,$ представлены в табл. 1 Табличное значение t -критерия при 5%-м уровне значимости в данном случае равен $t_{кр}=1,972.$ Для свободного коэффициента a_0 расчётное значение t – критерия меньше табличного, следовательно коэффициент a_0 не является статистически значимым. Кроме того, стандартная ошибка значительно превышает величину данного коэффициента по модулю. P – значение больше 0,05, поэтому коэффициент a_0 может считаться нулевым. Значения t - критериев остальных коэффициентов больше $t_{кр},$ и

они являются значимыми. По показателю р- значения все коэффициенты a_1, a_2, a_3, a_4 достоверно отличаются от нуля. Величина коэффициента детерминации R^2 (табл. 2) указывает на высокую точность аппроксимации и адекватность. Значение F- критерия больше табличного значения $F_{кр}=2,37$, р-значимость F меньше 0,05.

Таблица 1
Оценка коэффициентов регрессионного уравнения для VO_2

№	Факторная переменная	Коэффициент	Стандартная ошибка	t-критерий	р-значимость
a_0	–	0,0002	0,0511	0,003	> 0,05
a_1	X_1	-0,1889	0,0279	6,772	< 0,05
a_2	X_2	-2,1255	0,1062	20,021	< 0,05
a_3	X_3	1,13	0,0735	15,382	< 0,05
a_4	X_4	0,2257	0,0065	34,583	< 0,05

Таблица 2
Показатели адекватности регрессионной модели для VO_2

Коэффициент детерминации R^2	F-критерий	р-значимость F
0,99	271,39	<0.05

Параметр VCO_2 описывается следующим регрессионным уравнением

$$Y_2 = 0,7494 X_1 + 3,618X_2 - 2,0787X_3 - 5,9119X_4 \quad (2)$$

Характеристики коэффициентов указывают на достаточно высокую точность и значимость регрессионной зависимости (табл. №3) Табличное значение t-критерия при 5% -м уровне значимости в данном случае также равно $t_{кр} = 1,972$. Свободный коэффициент a_0 по расчётному значению t – критерия и стандартной ошибке не является статистически значимым. Значения t – критериев остальных коэффициентов больше $t_{кр}$, и они являются значимыми.

Таблица 3
Оценка коэффициентов регрессионного уравнения для VCO_2

№	Факторная переменная	Коэффициент	Стандартная ошибка	t-критерий	р-значимость
a_0	–	0,009	0,0958	0,01	> 0,0
a_1	X_1	0,7494	0,1241	6,037	< 0,05
a_2	X_2	3,618	0,2291	15,79	< 0,05
a_3	X_3	-2,0708	0,2412	8,62	< 0,05
a_4	X_4	-5,9119	0,4657	12,405	< 0,05

По показателю р-значения все коэффициенты a_1, a_2, a_3, a_4 достоверно отличаются от нуля. По величине коэффициента детерминации R^2 , значению F- критерия и р-значимости F (табл. №4) модель адекватна и значима.

Таблица 4
Показатели адекватности регрессионной модели для VCO₂

Коэффициент детерминации R ²	F-критерий	p-значимость F
0,99	916	<0,05

Для параметра КУО₂,% выведено регрессионное уравнение следующего вида

$$Y_3 = -0,7545 X_1 - 1,5655 X_2 + 2,299 X_3 + 2,0566 X_4 \quad (3)$$

Характеристики коэффициентов a₁, a₂, a₃, a₄ и показатели значимости представлены в табл. 5, 6. Они также свидетельствуют о достаточно высокой точности и адекватности модели по значениям t-критерия, стандартной ошибки, коэффициента детерминации R², значению F-критерия и p-значимости F

Таблица 5
Оценка коэффициентов регрессионного уравнения для КУО₂, %

№	Факторная переменная	Коэффициент	Стандартная ошибка	t-критерий	p-значимость
a ₀	–	0,0002	0,017	0,01	> 0,05
a ₁	X ₁	-0,7545	0,022	34,237	< 0,05
a ₂	X ₂	-1,5655	0,0407	38,478	< 0,05
a ₃	X ₃	2,299	0,0428	53,693	< 0,05
a ₄	X ₄	2,0566	0,0846	24,305	< 0,05

Таблица 6
Показатели адекватности регрессионной модели для КУО₂, %

Коэффициент детерминации R ²	F-критерий	p-значимость F
0,99	667	<0,05

Поскольку эффективность функционирования газотранспортной определяется комплексом параметров, то в этом случае необходимо решение задачи многокритериальной оптимизации В качестве целевой функции, определяющей потребление кислорода используется разница между должным показателем газотранспортной системы и фактическим, представляющим собой результирующую переменную уравнения множественной регрессии (1).

$$f(X_i) = VO_{2 \text{ долж.}} - VO_{2 \text{ факт.}} = C - \sum_{i=1}^4 c_i x_i \rightarrow \min \quad (4)$$

где C = const - должное значение потребление кислорода при нагрузке для мужчин, определяемое по формуле [13]:

$$VO_{2 \text{ долж.}} [\text{л/мин.}] = \frac{1}{(1 + 0,624 + \hat{A})(0,5/m - 14 \times 10^{-4}) + 11 \times 10^{-3}} \quad (5);$$

где B – возраст в годах, m – масса тела в кг, c_i – коэффициенты регрессионного уравнения (1). Другие целевые функции представляют собой регрессионные уравнения (2) и (3)

$$Y_2 \rightarrow \min \quad (6)$$

$$Y_3 \rightarrow \max \quad (7)$$

при наложенных ограничениях:

$$3,5 \leq X_1 \leq 120$$

$$90 \leq X_2 \leq 93$$

$$90 \leq X_3 \leq 97$$

$$5/m \leq X_4 \leq 24/m$$

для нетренированных лиц (8)

$$3,5 \leq X_1 \leq 180$$

$$90 \leq X_2 \leq 93$$

$$90 \leq X_3 \leq 97$$

$$5/m \leq X_4 \leq 30/m$$

для тренированных лиц (спортсменов) (9)

Задача многокритериальной оптимизации состоит в определении таких значений X_1, X_2, X_3, X_4 , удовлетворяющий системе ограничений (8), (9) и обеспечивающих одновременно минимум целевых функций (4) и (6), максимум целевой функции (7). В зависимости от знака коэффициента при X_1, X_2, X_3, X_4 в регрессионном выражении следует выбирать ту или иную границу изменения переменных X_i . При исследовании на максимум и отрицательном коэффициенте при X_i надо брать левую меньшую границу системы ограничений, при исследовании на минимум и положительном коэффициенте – правую большую границу.

Предположенная методика может быть полезна при решении проблемы выявления факторов, ограничивающих функциональные возможности газотранспортной системы с последующей коррекцией.

Список литературы

1. *Балантер Б.И.* Вероятностные модели в физиологии. М.: Наука, 1977. 252 с.
2. *Бейли Н.* Математика в биологии и медицине. М.: Мир, 1970. 326 с.
3. *Владимирский Б.М.* Математические методы в биологии. Ростов: Изд-во Рост. ун-та, 1983. 304 с.
4. *Гроссман С., Тернер Д.* Математика для биологов. М.: Высш. шк., 1983. 383 с.
5. *Гусев А.В., Котов Ю.Б., Орджоникидзе З.Г., Павлов В.И., Эсселевич И.А.* Исследование динамики высоких физических нагрузок с помощью методов компьютерного тестирования и методов математического моделирования // Информационные технологии и вычислительные системы. 2007. № 1. С. 49–55.
6. *Демиденко Б.З.* Оптимизация и регрессия. М.: Наука, 1989. 296 с.

7. Карпман В.Л. Сердечно-сосудистая система и транспорт кислорода при мышечной работе // Клинико-физиологические характеристики сердечно-сосудистой системы у спортсменов. М.: РГАФК, 1994. С. 12–39.
8. Коц Я.М. Спортивная физиология. М.: Физкультура и спорт, 1986. 240 с.
9. Лакин Г.Ф. Биометрия. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1990. 352 с.
10. Карпман В.Л., Белоцерковский З.Б., Гудков И.А. Тестирование в спортивной медицине. М.: Физкультура и спорт, 1988. 206 с.
11. Максимов В.Н. Многофакторный эксперимент в биологии. М., 1980. 464 с.
12. Онопчук Ю.Н., Мисюра А.Г. Методы математического моделирования и управления в теоретических исследованиях и решении прикладных задач спортивной медицины и физиологии // Спортивная медицина. 2008. № 1. С. 181–188.
13. Преварский Б.П. Буткевич Г.А. Клиническая велоэргометрия. Киев: Здоровья, 1985. 80 с.
14. Теоретические исследования физиологических систем: математическое моделирование / под. ред. Н.М. Амосова. Киев: Наукова думка, 1977. 245 с.
15. Физиология мышечной деятельности. М.: Физкультура и спорт, 1982. 347 с.
16. Хуболов А., Денисенко А. Методика расчета кислородных параметров при помощи автоматизированного анализа состояния организма // Автоматизированный анализ эффективности адаптации к гипоксии в медицине и спорте / под ред. А.З. Колчинской. М.; Нальчик: КБНЦ РАН, 2001. С. 18–33.

THE PREDICTION OF THE OPTIMAL GAZ TRANSPORT SYSTEM FUNCTIONING DURING THE PHYSICAL ACTIVITY BY MEANS OF MATHEMATICAL MODELING METHODS

S.N. Vinogradov

Ulyanovsk State University

The research has been carried out concerning the possibility of mathematical model building by means of regression analysis and multicriteria optimization, which allows the optimal relation of gaz transport system parameters during physical activity to be predicted.

Keywords: *gaz transport system, physical activity, mathematical model, multiplay regression model, multicriteia optimization.*

ВИНОГРАДОВ Сергей Николаевич—кандидат биологических наук, доцент кафедры физиологии труда и спорта, ФГБОУ ВПО «Ульяновский государственный университет», 432970, Ульяновск, ул. Л. Толстого, 42, e-mail: serzh.vi@yandex.ru