

УДК 338.27: 519.862.6

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ СЕЛЕКТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ ПРОГНОЗА ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРИ РАЗНЫХ БАЗОВЫХ НАБОРАХ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ

А.А. Васильев¹, Е.В. Васильева²

¹Тверской государственный университет, г. Тверь
Кафедра математики, статистики и информатики в экономике

²Тверской государственный университет, г. Тверь
Кафедра математики, статистики и информатики в экономике

Исследована зависимость точности селективных моделей прогноза от базового набора индивидуальных моделей прогноза. В постоянный базовый набор селективных моделей были включены упрощенные модели, модели на основе экспоненциальных средних (Брауна, Хольта, Хольта-Уинтерса, Бокса-Дженкинса) и гибридные модели.

Ключевые слова: абсолютная ошибка прогноза, базовый набор моделей прогноза, гибридная модель, критерий селекции, селективная модель, средняя абсолютная ошибка в процентах.

1. Введение

Проведенное в [1, с. 149-164] исследование точности гибридных моделей прогноза экономических показателей на основе взвешенного арифметического среднего постоянного набора прогнозов было бы неполным без сравнения с точностью селективных моделей с тем же набором прогнозов. Это обусловлено следующими причинами: 1) гибридные модели продемонстрировали незначительно худшую точность по сравнению с наиболее точной индивидуальной моделью из их базового набора на множестве рассмотренных временных рядов экономических показателей (в то время как целью комбинирования прогнозов является улучшение (как минимум не ухудшение) точности лучшего из исходных прогнозов [2, с. 152]); 2) точность индивидуальных моделей для ряда временных рядов существенно различалась (что является условием корректного использования селективных моделей [3, с. 124]).

2. Формулировка проблемы

Селективная модель прогноза – это комбинированная модель прогноза, в которой на каждом шаге прогнозирования организован автоматический выбор по заданному критерию наилучшей модели из числа моделей, входящих в базовый набор [3, с. 121]. При этом вычисление прогнозных значений временного ряда на каждом шаге осуществляется на основе каждой индивидуальной прогностической модели, входящей в базовый набор, но в качестве прогноза

используется прогнозное значение индивидуальной модели, наиболее предпочтительное на данном шаге в смысле заданного критерия селекции [3, с. 122].

Селективная модель производит автоматический выбор одной модели из базового набора моделей на каждом шаге прогноза. Исследование точности таких моделей возможно только экспериментальным путем, так как теоретический анализ их точности затруднителен в связи с тем, что переключение с одной индивидуальной модели на другую зависит от базового набора моделей и особенностей прогнозируемого временного ряда [3, с. 124]. При этом в отечественной литературе по прогнозированию результаты исследования точности прогноза реальных экономических показателей на основе селективных моделей фактически отсутствуют.

Небольшие исследования точности прогноза некоторых экономических показателей (курса акций фирмы IBM, цен на свинец, цен на золото [3, с. 126-130] и курса ваучера [4]) с использованием селективных моделей показали, что: 1) точность селективных моделей в ряде случаев выше точности гибридных моделей (для некоторых характеристик точности); 2) точность селективных моделей при прогнозировании некоторых экономических показателей выше точности наиболее точных моделей их базового набора.

В зарубежной литературе по прогнозированию (согласно сведениям из [5, с. 552]) приведены результаты многочисленных исследований точности комбинированных моделей. Анализ этих публикаций показал [5, с. 552], что: 1) комбинированные модели прогноза имеют устойчивый (но незначительный) выигрыш в точности по сравнению с индивидуальными моделями; 2) условия, при которых комбинирование индивидуальных моделей прогноза, является наиболее эффективным, не приводятся; 3) рекомендации по комбинированию моделей прогноза в разных ситуациях отсутствуют.

К основным нерешенным теоретическим вопросам прогнозирования на основе селективных моделей относятся [3, с. 131]: 1) выбор исходного множества индивидуальных моделей для формирования базового набора прогностических моделей; 2) выбор критерия (критериев) селекции наиболее точной индивидуальной модели.

Цель данной работы заключается в исследовании зависимости точности селективных моделей от выбранного базового набора индивидуальных моделей (при прогнозировании экономических показателей).

3. Селективные модели прогноза для исследования

Селективные модели прогноза отличаются друг от друга базовым набором индивидуальных моделей и критерием селекции.

Варианты постоянного базового набора индивидуальных моделей в данном исследовании представлены в табл. 1.

Таблица 1

Варианты базового набора индивидуальных моделей

Номер селективной модели	Базовый набор индивидуальных моделей
1	<p><i>Упрощенные модели на основе:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) предыдущего значения показателя; 2) абсолютного прироста за предыдущий интервал времени; 3) коэффициента роста за предыдущий интервал времени; 4) простого среднего значения; 5) среднего абсолютного прироста; 6) среднего коэффициента роста. <p>Базовый набор аналогичен базовому набору гибридной модели №1 из [1, с. 152-153].</p>
2	<p><i>Модели на основе экспоненциальных средних:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) однопараметрическая модель Брауна; 2) двухпараметрическая модель Хольта; 3) трехпараметрическая модель Хольта-Уинтерса; 4) трехпараметрическая модель Бокса-Дженкинса. <p>Базовый набор аналогичен базовому набору гибридной модели №2 из [1, с. 153-154].</p>
3	<p>10 индивидуальных моделей, входящих в состав селективных моделей №1 и №2.</p> <p>Базовый набор аналогичен базовому набору гибридной модели №3 из [1, с. 152].</p>
4	<p><i>Гибридные модели:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1) гибридная модель №1; 2) гибридная модель №2; 3) гибридная модель №3.
5	<p>13 индивидуальных моделей, входящих в состав селективных моделей №3 и №4.</p>

В качестве критерия селекции может быть использован любой критерий из критериев селекции, приведенных в обзоре [6, с. 133-148]. В данном исследовании в качестве критерия селекции использовалась сумма модулей абсолютных ошибок прогноза за k последних интервалов прогноза, определяемая по формуле:

$$\sum_{j=i-k+1}^i |e_j| = \sum_{j=i-k+1}^i |\hat{y}_j - y_j|,$$

где i - момент (интервал) времени, в котором производится выбор наиболее точной модели из базового набора моделей; k - количество интервалов времени суммирования модулей абсолютных ошибок

прогноза; y_j - фактическое значение показателя y в момент времени j ; \hat{y}_j - прогнозное значение показателя y на момент времени j , полученное в предыдущий момент времени; $e_j = \hat{y}_j - y_j$ - абсолютная ошибка прогноза в момент времени j .

При $k=1$ выбор наиболее точной индивидуальной модели из базового набора осуществляется на основе модуля абсолютной ошибки прогноза за один предыдущий интервал времени, при $k=2$ - на основе суммы модулей абсолютных ошибок прогноза за два предыдущих интервала времени, при $k=3$ - на основе суммы модулей абсолютных ошибок прогноза за три предыдущих интервала времени.

4. Временные ряды для оценки точности прогнозов

Для исследования точности рассматриваемых селективных моделей использовались временные ряды для исследования точности гибридных моделей из [1, с. 156], перечень которых приведен в табл. 2.

Таблица 2
Временные ряды для оценки точности прогнозов

№	Показатель прогнозирования	Характеристика временного ряда
1	Курс доллара США (в руб.) в период с 01.04.2010 г. по 28.04.2010 г. (шаг прогноза 1 день)	Незначительная линейная тенденция к убыванию значений с незначительными колебаниями вокруг тренда
2	Объем производства легковых автомобилей (в штуках) с 1 квартала 2005 г. по 4 квартал 2009 г. (шаг прогноза 1 квартал)	Сначала линейная тенденция к росту значений с незначительными колебаниями вокруг тренда, затем спад, после спада рост с линейной тенденцией к росту значений с незначительными колебаниями вокруг тренда
3	Объем производства персональных компьютеров (в штуках) с 1 квартала 2005 г. по 4 квартал 2009 г. (шаг прогноза 1 квартал)	Линейный рост с выраженной сезонностью и с увеличением амплитуды колебаний
4	Объем производства бензина (в тысячах тонн) с 1 квартала 2005 г. по 4 квартал 2009 г. (шаг прогноза 1 квартал)	Линейный рост с выраженной сезонностью и с постоянной амплитудой колебаний
5	Объем розничной продажи хлеба и хлебобулочных изделий (в миллионах рублей) с 1 квартала 2006 г. по 4 квартал 2010 г. (шаг прогноза 1 квартал)	Линейный рост с выраженной сезонностью и с медленно увеличивающейся амплитудой колебаний

№	Показатель прогнозирования	Характеристика временного ряда
6	Объем производства мяса (в тоннах) с 1 квартала 2005 г. по 4 квартал 2009 г. (шаг прогноза 1 квартал)	Линейный рост с незначительно выраженной сезонностью и с незначительными колебаниями вокруг тренда
7	Объем производства мороженого (в тоннах) с 1 квартала 2005 г. по 4 квартал 2009 г. (шаг прогноза 1 квартал)	Колебания с постоянной амплитудой и с ярко выраженной сезонностью

5. Показатель точности прогноза

В качестве основной оценки точности прогноза каждой сравниваемой модели на всем интервале прогнозирования использовалась средняя абсолютная ошибка в процентах (*mean absolute percentage error, MAPE*), определяемая по формуле [1, с. 43]:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right| \cdot 100 \%,$$

где n – количество моментов (интервалов) времени, по которым оценивается точность прогноза; y_i – фактическое (наблюдавшееся) значение показателя y в момент времени i ; \hat{y}_i – прогнозное значение показателя y на момент времени i , полученное в предыдущий момент времени.

6. Результаты исследования

Результаты исследования точности одношаговых прогнозов рассматриваемых экономических показателей на основе рассмотренных моделей представлены в табл. 3.

Таблица 3

Значения *MAPE* моделей прогноза

Модель прогноза	Прогнозируемый показатель						
	Курс доллара	Производство автомобилей	Производство компьютеров	Производство бензина	Продажа хлебных продуктов	Производство мяса	Производство мороженого
На основе предыдущего значения показателя (№1)	0,33	20,79	104,65	5,00	19,32	6,19	65,90
На основе абсолютного прироста за предыдущий интервал времени (№2)	0,54	31,94	151,78	9,06	33,71	9,14	101,86

Окончание табл. 3

Модель прогноза	Прогнозируемый показатель						
	Курс доллара	Производство автомобилей	Производство компьютеров	Производство бензина	Продажа хлебных продуктов	Производство мяса	Производство мороженого
На основе коэффициента роста за предыдущий интервал времени (№3)	0,54	28,07	135,72	9,34	34,95	9,38	102,59
На основе простого среднего значения (№4)	0,46	34,39	68,35	5,38	22,24	19,32	58,29
На основе среднего абсолютного прироста (№5)	0,39	21,38	111,00	5,76	19,41	5,44	73,54
На основе среднего коэффициента роста (№6)	0,39	21,44	118,18	5,83	19,86	5,39	78,26
<i>Гибридная модель №1</i>	<i>0,38</i>	<i>20,21</i>	<i>113,13</i>	<i>5,02</i>	<i>22,73</i>	<i>6,38</i>	<i>66,31</i>
Селективная модель №1 (1)	0,47	28,47	135,15	5,63	28,00	6,56	78,54
Селективная модель №1 (2)	0,42	27,09	140,96	6,33	29,71	7,05	51,00
Селективная модель №1 (3)	0,51	33,18	166,03	6,82	21,97	5,42	69,28
Модель Брауна (№7)	0,38	28,98	86,46	4,31	13,52	10,92	58,85
Модель Хольта (№8)	0,42	27,08	105,24	4,27	14,49	4,33	66,70
Модель Хольта-Уинтерса (№9)	0,37	18,74	57,41	2,78	9,27	4,73	26,03
Модель Бокса-Дженкинса (№10)	0,38	25,35	101,43	4,30	14,95	4,54	63,00
<i>Гибридная модель №2</i>	<i>0,37</i>	<i>23,65</i>	<i>109,25</i>	<i>4,70</i>	<i>18,75</i>	<i>6,10</i>	<i>61,03</i>
Селективная модель №2 (1)	0,33	22,34	71,51	3,92	11,79	3,71	53,61
Селективная модель №2 (2)	0,40	20,33	80,09	3,53	13,95	4,28	27,87
Селективная модель №2 (3)	0,35	21,19	84,20	3,66	14,43	4,44	26,18
<i>Гибридная модель №3</i>	<i>0,35</i>	<i>19,36</i>	<i>100,98</i>	<i>4,22</i>	<i>14,73</i>	<i>4,74</i>	<i>57,00</i>
Селективная модель №3 (1)	0,38	29,58	121,06	4,78	11,38	4,68	60,08
Селективная модель №3 (2)	0,43	23,23	106,99	4,37	20,65	5,53	27,66
Селективная модель №3 (3)	0,42	23,05	98,92	4,02	14,43	4,75	27,19
Селективная модель №4 (1)	0,37	22,07	117,51	4,98	16,56	6,39	58,94
Селективная модель №4 (2)	0,39	22,35	115,03	5,08	15,77	5,43	54,30
Селективная модель №4 (3)	0,41	20,63	119,15	5,04	14,84	4,79	54,41
Селективная модель №5 (1)	0,40	21,90	129,91	5,05	10,72	4,75	55,85
Селективная модель №5 (2)	0,43	23,11	117,71	4,93	17,43	5,25	31,27
Селективная модель №5 (3)	0,52	20,12	110,16	4,32	15,89	5,39	33,11

В табл. 3 принято следующее обозначение для селективных моделей: селективная модель (k), где k – количество интервалов времени суммирования модулей абсолютных ошибок прогноза. При этом наиболее точные модели прогноза выделены полужирным курсивом, а селективные модели, показавшие более высокую точность по сравнению с гибридными моделями с тем же базовым набором индивидуальных моделей, – обычным полужирным шрифтом.

Анализ табл. 3 показывает, что селективные модели однозначно имеют более высокую точность по сравнению с гибридными моделями с аналогичным базовым набором только в случае, когда этот базовый набор состоит из наиболее точных индивидуальных моделей (в данном исследовании моделей Брауна, Хольта, Хольта-Уинтерса и Бокса-Дженкинса). Наиболее ярко это преимущество продемонстрировала селективная модель №2 (3) по сравнению с гибридной моделью №2 при прогнозировании временного ряда с колебаниями с постоянной амплитудой и с ярко выраженной сезонностью (объем производства мороженого) (точность по MAPE выше практически на 35%). Для базовых наборов без отбора в них наиболее точных моделей гибридные модели имеют более высокую точность по сравнению с селективными моделями практически для всех рассмотренных временных рядов.

В табл. 4 приведены значения MAPE наиболее точной модели прогноза из каждого класса (индивидуальных, гибридных, селективных)

Таблица 4

Значения MAPE наиболее точных моделей прогноза каждого класса

Класс моделей прогноза	Прогнозируемый показатель						
	Курс доллара	Производство автомобилей	Производство компьютеров	Производство бензина	Продажа хлебных продуктов	Производство мяса	Производство мороженого
Индивидуальные	0,33 (№1)	18,74 (№9)	57,41 (№9)	2,78 (№9)	9,27 (№9)	4,33 (№8)	26,03 (№9)
Гибридные	0,35 (№3)	19,36 (№3)	100,98 (№3)	4,22 (№3)	14,73 (№3)	4,74 (№3)	57,00 (№3)
Селективные	0,33 (№2(1))	20,12 (№5(3))	71,51 (№2(1))	3,53 (№2(2))	10,72 (№5(1))	3,71 (№2(1))	26,18 (№2(3))

Анализ табл. 4 показывает, что:

1) значения MAPE наиболее точных моделей прогноза из разных классов существенно различаются только для двух временных рядов (объема производства компьютеров, объема производства мороженого) с ярко выраженной сезонностью и с заметно

увеличивающейся амплитудой колебаний (или с большой постоянной амплитудой, или с разной амплитудой);

2) для этих двух временных рядов значения MAPE селективных моделей значительно лучше, чем гибридных;

3) наиболее точной гибридной моделью для всех временных рядов была модель №3 с базовым набором из наибольшего количества моделей.

В табл. 5 приведено распределение относительной частоты использования индивидуальных моделей прогноза в селективной модели №5 при прогнозировании рассматриваемых временных рядов.

Таблица 5

Распределение относительной частоты использования индивидуальных моделей прогноза в селективной модели №5

Модель прогноза	k	Прогнозируемый показатель						
		Курс доллара	Производство автомобилей	Производство компьютеров	Производство бензина	Продажа хлебных продуктов	Производство мяса	Производство мороженого
На основе предыдущего значения показателя (№1)	1	0,00	0,06	0,00	0,00	0,06	0,19	0,06
	2	0,07	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	3	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,00
На основе абсолютного прироста за предыдущий интервал времени (№2)	1	0,00	0,00	0,06	0,00	0,06	0,00	0,00
	2	0,13	0,00	0,07	0,00	0,07	0,00	0,00
	3	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
На основе коэффициента роста за предыдущий интервал времени (№3)	1	0,13	0,06	0,19	0,06	0,00	0,00	0,00
	2	0,00	0,00	0,07	0,07	0,00	0,00	0,00
	3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
На основе простого среднего значения (№4)	1	0,06	0,00	0,13	0,25	0,06	0,06	0,00
	2	0,13	0,07	0,07	0,14	0,07	0,00	0,00
	3	0,21	0,00	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00
На основе среднего абсолютного прироста (№5)	1	0,00	0,13	0,00	0,06	0,06	0,00	0,00
	2	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
На основе среднего коэффициента роста (№6)	1	0,06	0,06	0,06	0,06	0,00	0,06	0,00
	2	0,00	0,07	0,00	0,00	0,00	0,13	0,00
	3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,00
	2	0,07	0,00	0,00	0,00	0,07	0,20	0,00
	3	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,21	0,00

Окончание табл. 5

Модель прогноза	k	Прогнозируемый показатель						
		Курс доллара	Производство автомобилей	Производство компьютеров	Производство бензина	Продажа хлебных продуктов	Производство мяса	Производство мороженого
Модель Брауна (№7)	1	0,25	0,19	0,00	0,06	0,19	0,00	0,00
	2	0,13	0,00	0,00	0,07	0,2	0,00	0,00
	3	0,14	0,00	0,00	0,14	0,07	0,00	0,00
Модель Хольта (№8)	1	0,00	0,13	0,06	0,19	0,06	0,19	0,00
	2	0,13	0,07	0,07	0,07	0,07	0,33	0,00
	3	0,07	0,00	0,00	0,07	0,14	0,43	0,00
Модель Хольта-Уинтерса (№9)	1	0,25	0,31	0,31	0,25	0,38	0,25	0,63
	2	0,27	0,53	0,53	0,43	0,47	0,20	0,93
	3	0,14	0,64	0,71	0,71	0,71	0,21	0,93
Модель Бокса-Дженкинса (№10)	1	0,13	0,00	0,06	0,00	0,13	0,13	0,00
Гибридная модель №1	1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00
	2	0,00	0,13	0,00	0,07	0,00	0,07	0,00
	3	0,00	0,21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Гибридная модель №2	1	0,06	0,00	0,13	0,06	0,00	0,00	0,25
	2	0,00	0,00	0,00	0,07	0,00	0,00	0,00
	3	0,07	0,00	0,07	0,07	0,07	0,00	0,00
Гибридная модель №3	1	0,06	0,06	0,00	0,00	0,00	0,06	0,06
	2	0,00	0,07	0,20	0,07	0,07	0,07	0,07
	3	0,00	0,21	0,14	0,00	0,00	0,00	0,07

Анализ табл. 5 показывает, что в селективной модели №5 в качестве наиболее точной индивидуальной модели для всех временных рядов наиболее часто использовалась модель Хольта-Уинтерса. Из гибридных моделей в качестве прогнозирующей модели наиболее часто использовалась модель №3 (2) (например, для 20% интервалов прогноза ряда производства компьютеров).

В табл. 6 представлена экспериментальная зависимость количества индивидуальных моделей, используемых для прогноза в селективной модели №5, от количества интервалов времени суммирования модулей абсолютных ошибок прогноза k .

Таблица 6

Зависимость количества индивидуальных моделей, используемых для прогноза в селективной модели №5, от параметра k

	k	Прогнозируемый показатель						
		Курс доллара	Производство автомобилей	Производство компьютеров	Производство бензина	Продажа хлебных продуктов	Производство мяса	Производство мороженого
Количество индивидуальных моделей, используемых для прогноза	1	8	8	8	8	8	8	4
	2	8	7	6	8	7	6	2
	3	8	3	4	4	4	5	2

Анализ табл. 6 показывает, что с увеличением количества интервалов времени суммирования модулей абсолютных ошибок прогноза число используемых для прогноза индивидуальных моделей уменьшается, то есть отбираются наиболее точные индивидуальные модели.

7. Выводы

Анализ табл. 3-6 позволяет сделать следующие общие выводы.

1. Применение селективных моделей прогноза дает лучшие результаты по сравнению с гибридными моделями только в случае отбора в базовый набор наиболее точных индивидуальных моделей. Практически во всех остальных случаях гибридные модели имеют более высокую точность по сравнению с селективными моделями.

2. Для большинства рассмотренных временных рядов точность прогноза (по MAPE) с использованием индивидуальных, гибридных и селективных моделей существенно не различалась.

3. Гибридные модели целесообразно использовать в качестве индивидуальных моделей в базовых наборах селективных моделей прогноза.

Список литературы

1. Васильев А.А., Васильева Е.В. Гибридные модели прогноза экономических показателей на основе взвешенного арифметического среднего постоянного набора прогнозов / Вестник Тверского государственного университета, 2012, №2 (серия “Экономика и управление”, 2012, вып. 13). – С. 149-164.
2. Остапюк С.Ф., Мотова М.А. Модели построения комбинированного прогноза развития научно-технической сферы / Проблемы прогнозирования, 2004, №1. – С. 146-156.
3. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.

4. Васильев А.А., Васильева Е.В. Последовательный одношаговый прогноз дискретных нестационарных динамических рядов из малого количества наблюдений на основе определения взвешенного среднего веера прогноза / Вопросы теории и практики автоматизированной обработки экономической информации: сб. науч. тр. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 1995. – С. 9-19.
5. Ханк Д.Э., Уичерн Д.У., Райтс А.Дж. Бизнес-прогнозирование: научно-популярное изд. / Пер. с англ. – 7 изд. – М.: Вильямс, 2003. – 656 с.
6. Васильев А.А. Критерии селекции моделей прогноза (обзор) / Вестник Тверского государственного университета, 2012, №2 (серия “Экономика и управление”, 2012, вып. 13). – С. 133-148.

RESEARCH OF SELECTIVE PREDICTABLE MODELS ACCURACY FOR ECONOMIC INDICATORS BASED ON DIFFERENT FUNDAMENTAL SETS OF INDIVIDUAL MODELS

A.A. Vasiliev¹, E.V. Vasilieva²

¹Tver State University, Tver

The department of mathematics, statistics and informatics in economics

²Tver State University, Tver

The department of mathematics, statistics and informatics in economics

The article investigates the dependence of selective predictable models accuracy on different basic selections of individual models. Simplified models, models based on exponential averages (Braun, Holt, Holt-Winters, Box–Jenkins) and hybrid models were added in the constant set of selective models.

Keywords: *absolute error of prediction, basic selection of predictable models, hybrid model, selection criterion, selective model, average absolute percentage error.*

Об авторах:

ВАСИЛЬЕВ Александр Анатольевич – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой математики, статистики и информатики в экономике Тверского государственного университета, e-mail: vasiljev-tvgu@yandex.ru

ВАСИЛЬЕВА Екатерина Васильевна – доцент кафедры математики, статистики и информатики в экономике Тверского государственного университета, e-mail: tver-tvgu@mail.ru