

УДК 338.27:519.862.6

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ БРАУНА ПРИ КЛАССИЧЕСКИХ И ЗАПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ПОСТОЯННОЙ СГЛАЖИВАНИЯ

А.А. Васильев¹, Е.В. Васильева²

¹Тверской государственный университет, г. Тверь
Кафедра математики, статистики и информатики в экономике

²Тверской государственный университет, г. Тверь
Кафедра математики, статистики и информатики в экономике

Исследована точность прогнозирования реальных временных рядов экономических показателей с использованием модели Брауна с оптимальным значением постоянной сглаживания из расширенного диапазона.

Ключевые слова: модель Брауна, оптимальное значение постоянной сглаживания, расширенный диапазон постоянной сглаживания, тестовая последовательность, ретропрогноз, точность прогноза.

1. Введение

Адаптивная однопараметрическая модель Брауна предназначена для прогнозирования стационарных временных рядов на основе простого экспоненциального сглаживания. Одна из форм ее записи для одношагового прогнозирования имеет вид [1, с. 41, 156]:

$$\hat{y}_{t+1} = S_t, \quad S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) S_{t-1}, \quad t = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

где \hat{y}_{t+1} – прогнозное значение уровня временного ряда показателя y на момент времени $(t + 1)$; S_t – экспоненциальная средняя (сглаженное значение временного ряда) на момент времени t ; α – постоянная сглаживания (сглаживающая константа); y_t – фактическое (наблюдавшееся) значение уровня временного ряда показателя y на момент времени t .

К основным достоинствам модели Брауна и ее модификаций, обусловившим их широкое применение в краткосрочном прогнозировании, относятся:

- 1) учет весов уровней ряда [2, с. 143];
- 2) повышение точности с увеличением числа уровней временного ряда [3, с. 189];
- 3) гибкость описания различных динамик процессов [2, с. 143], так как экспоненциальное сглаживание, на котором основана модель Брауна, является простейшим вариантом самообучающейся модели прогнозирования [4, с. 22–29];

4) способность последовательно адаптироваться к новому уровню процесса без значительного реагирования на случайные отклонения [4, с. 22–29];

5) логичная и ясная концепция метода экспоненциального сглаживания [5, с. 96];

6) содержательная интерпретируемость для экономических приложений, так как процедура экспоненциального сглаживания хорошо согласуется с интуитивным представлением о характере взаимосвязи будущего состояния экономических процессов с достигнутыми уровнями предшествующих периодов [6, с. 17-18].

7) возможность нахождения оптимального значения единственного параметра модели (постоянной сглаживания α) эмпирическим путем [5, с. 96].

К основным проблемам применения модели Брауна относятся [4, с. 22-29; 5, с. 94-95]: 1) выбор оптимального значения постоянной сглаживания α ; 2) выбор начального значения экспоненциальной средней S_0 .

Объектом настоящего исследования является определение оптимального значения постоянной сглаживания в модели Брауна при краткосрочном прогнозировании временных рядов экономических показателей.

Выбор данного объекта исследования, обусловлен тем, что в результате теоретических и экспериментальных исследований модели Брауна изменился взгляд на диапазон возможных значений постоянной сглаживания (от классического диапазона вида $0 < \alpha < 1$ до расширенного диапазона вида $0 < \alpha < 2$) [7, с. 18]. Однако для запредельной части расширенного диапазона вида $1 \leq \alpha < 2$, во-первых, сглаженное значение ряда не имеет смысла взвешенной средней величины, а, во-вторых, это сглаженное значение будет иметь большую дисперсию, чем исходный временной ряд в соответствии с теоретически полученным Брауном выражением для дисперсии экспоненциальной средней [8, с. 183-196].

В связи с этим предметом исследования данной работы является исследование оптимального значения постоянной сглаживания в модели Брауна с расширенным диапазоном ее значений при прогнозировании реальных временных рядов экономических показателей.

2. Формулировка задачи и описание методики исследования

В соответствии с предметом исследования общая задача исследования заключается в определении оптимального значения постоянной сглаживания α_{opt} в модели Брауна вида (1), доставляющего экстремум характеристике точности прогноза, для реального временного ряда экономического показателя, то есть

$$\alpha_{opt} = \arg \max_{\alpha \in A} [f(e_t)], \quad (2)$$

где $A = \{\alpha: 0 < \alpha < 2\}$ – расширенное множество возможных значений постоянной сглаживания; $f(e_t)$ – характеристика точности прогноза, являющаяся функцией абсолютных ошибок прогноза для каждого момента времени $e_t = \hat{y}_t - y_t$, $t \in T$, T – множество моментов времени, используемых для расчета характеристики точности прогноза.

Методика определения оптимального значения постоянной сглаживания при вычислении характеристики точности прогноза зависит от количества уровней ряда, используемых для ее оценивания. В настоящем исследовании оценка характеристик точности прогноза осуществляется тремя методами: ретропрогноза; тестовой последовательности фиксированной длины; последней точки.

Методика определения оптимального значения постоянной сглаживания при вычислении характеристики точности прогноза на основе ретропрогноза включает следующие этапы:

- 1) задание очередного значения α , $\alpha \in A$;
- 2) последовательное вычисление одношаговых прогнозов \hat{y}_{t+1} , для всех уровней ряда по формуле (1);
- 3) расчет выбранной характеристики точности прогноза $f(e_t)$ на множестве моментов времени, используемых для расчета характеристики точности прогноза (при одношаговом прогнозе $T = \{2, 3, \dots, t\}$, где t – момент времени, соответствующий последнему наблюдению уровня ряда), при данном значении α ;
- 4) выбор в качестве оптимального значения постоянной сглаживания α_{opt} значения α , доставляющего экстремум выражению (2) (после расчета характеристики точности прогноза для всех возможных значений α).

Методика определения оптимального значения постоянной сглаживания при вычислении характеристики точности прогноза на основе тестовой последовательности фиксированной длины отличается от описанной методики на основе ретропрогноза только количеством уровней ряда, используемых для расчета характеристики.

Методика определения оптимального значения постоянной сглаживания при вычислении характеристики точности прогноза на основе последней точки отличается от описанной методики, во-первых, расчетом характеристики точности только для последнего уровня ряда, во-вторых, использованием в качестве такой характеристики модуля абсолютной ошибки прогноза для этого уровня ряда, равного $|e_t| = |\hat{y}_t - y_t|$.

В качестве исследуемых значений α , как правило, используются дискретные значения с шагом 0,1. Поэтому в данном исследовании

расширенное множество возможных значений постоянной сглаживания с учетом крайних значений имеет вид $A = \{0, 0; 0, 1; 0, 2; \dots; 1, 9; 2, 0\}$.

В качестве начального значения экспоненциальной средней S_0 использовалось значение первого уровня ряда y_1 , то есть $S_0 = y_1$ [1, с. 41].

Абсолютные критерии точности прогноза, используемые в качестве характеристик точности прогноза, приведены в табл. 1, заимствованной из [9, с. 135–136].

Таблица 1

Абсолютные критерии точности прогноза

№	Наименование	Выражение для вычисления
1	Среднее абсолютное отклонение (mean absolute deviation, MAD)	$MAD = \bar{e} =$ $= \frac{1}{t-1} \sum_{i=2}^t \hat{y}_i - y_i = \frac{1}{t-1} \sum_{i=2}^t e_i ,$ $0 \leq MAD \leq +\infty$
2	Средняя квадратическая ошибка (root mean squared error, RMSE)	$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{t-1} \sum_{i=2}^t (\hat{y}_i - y_i)^2} =$ $= \sqrt{\frac{1}{t-1} \sum_{i=2}^t e_i^2}, \quad 0 \leq \hat{\sigma} \leq +\infty$
3	Средняя процентная ошибка (mean percentage error, MPE)	$MPE = \frac{1}{t-1} \sum_{i=2}^t \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \cdot 100\% =$ $= \frac{1}{t-1} \sum_{i=2}^t \frac{e_i}{y_i} \cdot 100\%,$ $-\infty \leq MPE \leq +\infty$
4	Средняя абсолютная ошибка в процентах (mean absolute percentage error, MAPE)	$MAPE = \frac{1}{t-1} \sum_{i=2}^t \left \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right \cdot 100\% =$ $= \frac{1}{t-1} \sum_{i=2}^t \left \frac{e_i}{y_i} \right \cdot 100\%,$ $0 \leq MAPE \leq +\infty$

Выражение (2) для этих характеристик точности прогноза имеет вид:

$$\alpha_{opt} = \arg \min_{\alpha \in A} [f(e_t)].$$

Основным показателем точности прогноза на практике из перечисленных в табл. 1 является средняя квадратическая ошибка прогноза (RMSE) [5, с. 63; 10, с. 43; 11, с. 71].

Среднее абсолютное отклонение (MAD) используется при необходимости оценки точности прогноза в тех же единицах, в которых измерены уровни исходного временного ряда [11, с. 70].

Средняя абсолютная ошибка в процентах (MAPE), как правило, используется для сравнения точности прогнозов разнородных объектов прогнозирования, так как она характеризует относительную точность прогноза [5, с. 62; 10, с. 44]. С помощью MAPE, например, сравнивается точность прогнозирования одной и той же моделью разных временных рядов с разными единицами измерения уровней [11, с. 70].

Средняя процентная ошибка (MPE) характеризует относительную степень смещенности прогноза [5, с. 62].

3. Временные ряды для оценки точности прогнозов

Для исследования точности рассматриваемых гибридных моделей в качестве объекта прогнозирования была выбрана экономика России. Характеристики временных рядов, использованных для оценки точности прогнозов, представлены в табл. 2. Временной ряд первого показателя взят по данным Банка России (<http://www.cbr.ru>), а остальные временные ряды по данным Федеральной службы государственной статистики России (<http://www.gks.ru>).

Таблица 2

Временные ряды для оценки точности прогнозов

№	Показатель прогнозирования	Временной ряд	Характеристика временного ряда
1	Курс доллара США (в руб.) в период с 01.04.2010 г. по 28.04.2010 г. (шаг прогноза 1 день), $\sigma_y = 0,155$	29,496; 29,439; 29,219; 29,210; 29,242; 29,294; 29,400; 29,323; 28,943; 29,029; 29,044; 28,931; 29,033; 29,197; 29,138; 29,091; 29,129; 29,273; 29,088; 29,062	Незначительная линейная тенденция к убыванию значений с незначительными колебаниями вокруг тренда
2	Объем производства легковых автомобилей (в штуках) с 1 квартала 2005 г. по 4 квартал 2009 г. (шаг прогноза 1 квартал), $\sigma_y = 77173$	244141; 256653; 282154; 284861; 254005; 295047; 305200; 319348; 288634; 314112; 331354; 353208; 330973; 393899; 402075; 343458; 122686; 165909; 136742; 169781	Сначала линейная тенденция к росту значений с незначительными колебаниями вокруг тренда, затем спад, после спада рост с линейной тенденцией к росту значений с незначительными колебаниями вокруг тренда

№	Показатель прогнозирования	Временной ряд	Характеристика временного ряда
3	Объем производства персональных компьютеров (в штуках) с 1 квартала 2005 г. по 4 квартал 2009 г. (шаг прогноза 1 квартал), $\sigma_y = 54460$	33790; 39026; 68515; 87709; 45832; 66898; 94361; 120143; 15275; 43051; 151451; 168082; 79520; 137752; 211210; 189016; 33219; 49902; 72751; 87816	Линейный рост с выраженной сезонностью и с увеличением амплитуды колебаний
4	Объем производства бензина (в тыс. тонн) с 1 квартала 2005 г. по 4 квартал 2009 г. (шаг прогноза 1 квартал), $\sigma_y = 527$	7713,3; 7595,2; 8392,4; 8261,3; 8087,8; 7992,6; 9225,3; 9025,8; 8850,2; 8330,8; 9132,9; 8791,4; 8915,8; 8287,5; 9218,1; 9313,2; 9079,5; 8407,9; 9294,2; 8980,2	Линейный рост с выраженной сезонностью и с постоянной амплитудой колебаний
5	Объем розничной продажи хлеба и хлебобулочных изделий (в млн рублей) с 1 квартала 2006 г. по 4 квартал 2010 г. (шаг прогноза 1 квартал), $\sigma_y = 20914$	39505; 40615; 42013; 55715; 43451; 46687; 49376; 65118; 49864; 51699; 61362; 85345; 62287; 70720; 74299; 107481; 76232; 77979; 79225; 115842	Линейный рост с выраженной сезонностью и с медленно увеличивающейся амплитудой колебаний
6	Объем производства мяса (в тоннах) с 1 квартала 2005 г. по 4 квартал 2009 г. (шаг прогноза 1 квартал), $\sigma_y = 131661$	391183; 427243; 447404; 484845; 443418; 486405; 502958; 586166; 542063; 590044; 603737; 650794; 643829; 672320; 668272; 727661; 717039; 749901; 791096; 887808	Линейный рост с незначительно выраженной сезонностью и с незначительными колебаниями вокруг тренда
7	Объем производства мороженого (в тоннах) с 1 квартала 2005 г. по 4 квартал 2009 г. (шаг прогноза 1 квартал), $\sigma_y = 33176$	46106; 119772; 112020; 43672; 44818; 116878; 104130; 40215; 54979; 118858; 107701; 42395; 53456; 110768; 105490; 41123; 48132; 111791; 95459; 36602	Колебания с постоянной амплитудой и с ярко выраженной сезонностью

В данной таблице через σ_y обозначено стандартное отклонение уровней временного ряда.

Графическое изображение этих рядов показано на рис. 1–7.



Р и с . 1. Курс доллара



Р и с . 2. Объем производства легковых автомобилей



Р и с . 3. Объем производства персональных компьютеров



Р и с . 4. Объем производства бензина



Р и с . 5. Объем продажи хлеба



Р и с . 6. Объем производства мяса



Р и с . 7. Объем производства мороженого

4. Результаты исследования

Пример результатов расчета характеристик точности прогноза объема производства мороженого на основе ретропрогноза приведен в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

Характеристики точности прогноза объема производства мороженого

α	Характеристика точности			
	MAD (тонн)	RMSE (тонн)	MPE (%)	MAPE (%)
0,0	36204	47016	-28,648	36,009
0,1	35630	39552	3,734	47,827
0,2	36834	39547	15,256	54,299
0,3	37833	40642	20,613	57,951
0,4	38509	42040	23,758	60,274
0,5	38737	43506	25,819	61,567
0,6	38888	44906	27,128	61,797
0,7	37347	46136	27,768	60,841
0,8	36158	47101	27,740	59,413
0,9	36545	47725	27,040	59,823
1,0	38875	47957	25,694	62,563
1,1	41164	47783	23,780	65,493
1,2	42658	47226	21,425	67,082
1,3	43341	46346	18,785	67,316
1,4	43272	45233	16,022	66,285
1,5	42567	44007	13,278	64,139
1,6	41368	42818	10,660	60,997
1,7	39820	41901	8,212	56,817
1,8	38057	41757	5,823	51,028
1,9	36616	44243	2,711	42,303
2,0	52422	61717	-5,236	60,659

Данный ряд использован в качестве примера расчетов в связи с тем, что зависимость $\alpha = f(e_t)$ значения постоянной сглаживания от характеристик точности прогноза (MAD, RMSE, MPE, MAPE) имеет несколько локальных минимумов для каждой характеристики, которые выделены в таблице полужирным шрифтом. Для остальных рядов экономических показателей данные зависимости имеют один локальный минимум для всех характеристик точности.

Графическое изображение сглаженной зависимости $\alpha = f(RMSE)$ значения постоянной сглаживания от средней квадратической ошибки прогноза для объема производства мороженого, имеющей два локальных минимума, показано на рис. 8.



Рис. 8. Зависимость α от RMSE для объема производства мороженого

Графическое изображение сглаженной зависимости $\alpha = f(RMSE)$ значения постоянной сглаживания от средней квадратической ошибки прогноза для объема производства легковых автомобилей, имеющей один локальный минимум, показано на рис. 9.



Рис. 9. Зависимость α от RMSE для объема производства автомобилей

Анализ рис. 8 и 9 показывает, что выбор значения постоянной сглаживания оказывает существенное влияние на среднюю квадратическую ошибку прогноза (RMSE).

Оптимальные значения постоянной сглаживания при различных характеристиках точности, значения которых определялись на основе ретропрогноза, для анализируемых временных рядов представлены в табл. 4.

Таблица 4

Оптимальные значения α при разных характеристиках точности прогноза, определяемых на основе ретропрогноза

№	Показатель прогнозирования	Характеристика точности (Значение RMSE)			
		MAD	RMSE	MPE	MAPE
1	Курс доллара США, руб.	0,7 (0,134)	0,9 (0,133)	1,9 (0,231)	0,7 (0,134)

№	Показатель прогнозирования	Характеристика точности (Значение RMSE)			
		MAD	RMSE	MPE	MAPE
2	Объём производства легковых автомобилей, шт	0,8 (60048)	1,0 (59218)	0,0 (87184)	0,8 (60048)
3	Объём производства персональных компьютеров, шт	0,7 (59624)	0,3 (57519)	0,1 (61758)	0,0 (80126)
4	Объём производства бензина, тыс. тонн	0,4 (478)	0,4 (478)	1,6 (945)	0,4 (478)
5	Объём розничной продажи хлеба и хлебобулочных изделий, млрд руб.	0,3 (15790)	0,5 (15229)	1,9 (62338)	0,3 (15790)
6	Объём производства мяса, тонн	0,9 (44505)	1,0 (44228)	1,8 (116083)	0,9 (44505)
7	Объём производства мороженого, тонн	0,1 (39552)	0,2 (39547)	1,9 (44243)	0,0 (47016)

Анализ табл. 4 показывает следующее:

1) оптимальные значения постоянной сглаживания, выбранные с использованием разных характеристик точности, различаются (в ряде случаев существенно), что обусловлено, в частности, короткими временными рядами [7, с. 24];

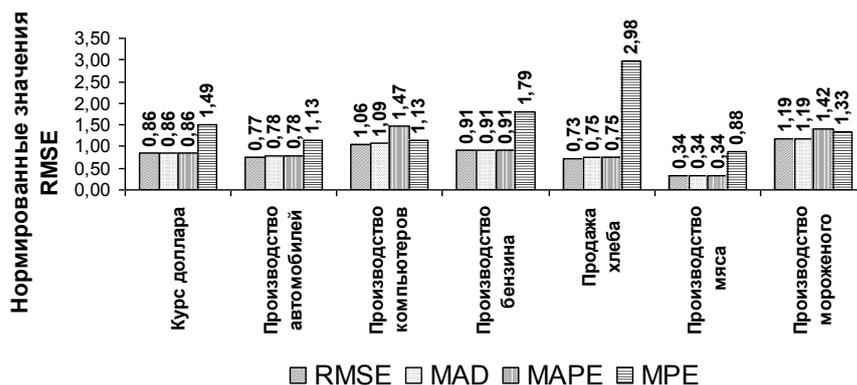
2) оптимальные значения постоянной сглаживания, выбранные с использованием MAD, RMSE, MAPE, находятся, в основном, в классическом диапазоне ($0 < \alpha < 1$); причем эти значения в большинстве случаев не попадают в диапазон, рекомендованный Брауном ($0,1 < \alpha < 0,3$);

3) оптимальные значения постоянной сглаживания, выбранные с использованием RMSE, для двух рядов из семи находятся на границе классического и запредельного диапазонов ($\alpha = 1$);

4) оптимальные значения постоянной сглаживания, выбранные с использованием MPE, находятся для большинства рядов в запредельном диапазоне ($1 \leq \alpha < 2$);

5) выбор оптимального значения постоянной сглаживания с использованием MAD, MPE, MAPE приводит к увеличению средней квадратической ошибки прогноза (RMSE).

Значения средней квадратической ошибки прогноза (RMSE), нормированные средним квадратическим отклонением уровней соответствующего ряда для оптимальных (по разным характеристикам точности) значений постоянной сглаживания, представлены на рис. 10.



Р и с . 10. Нормированные значения RMSE

Нормирование RMSE производилось по формуле

$$RMSE'_{ij} = RMSE_{ij} / \sigma_{yi},$$

где $i, i=1,2,\dots,n$, – номер анализируемого временного ряда; n – количество анализируемых временных рядов (в данном исследовании $n=7$); $j, j=1,2,\dots,m$, – номер рассматриваемой характеристики точности прогноза; m – количество рассматриваемых характеристик точности (в данном исследовании $m=4$); $RMSE_{ij}$ – средняя квадратическая ошибка прогноза (RMSE) i -го временного ряда с оптимальным по j -ой характеристике точности значением постоянной сглаживания; σ_{yi} – среднее квадратическое отклонение уровней i -го ряда.

Анализ рис. 10 позволяет сформулировать следующие выводы:

1) нормированные значения средней квадратической ошибки прогноза $RMSE'_{ij}$ для оптимальных значений постоянной сглаживания, выбранных с использованием MAD, RMSE, MAPE, практически одинаковы для всех анализируемых временных рядов (за исключением объема производства мороженого);

2) $RMSE'_{ij}$ для оптимальных значений постоянной сглаживания, выбранных с использованием MAD, RMSE, MAPE, для всех анализируемых временных рядов (за исключением объемов производства компьютеров и мороженого) меньше 1, что говорит о том, что соответствующие средние квадратические ошибки прогноза меньше средних квадратических отклонения уровней ряда;

3) $RMSE'_{ij}$ для оптимальных значений постоянной сглаживания, выбранных с использованием MPE, больше $RMSE'_{ij}$ для оптимальных значений постоянной сглаживания, выбранных с использованием MAD, RMSE;

4) $RMSE'_{ij}$ для оптимальных значений постоянной сглаживания, выбранных с использованием MPE, для всех анализируемых временных рядов (за исключением объема производства мяса) больше 1, что говорит о том, что соответствующие средние квадратические ошибки прогноза больше средних квадратических отклонений уровней ряда;

5) модели Брауна с постоянными сглаживания, выбранными с использованием MPE, для 4 из 6 временных рядов имеют средние квадратические ошибки прогноза, превышающие средние квадратические отклонения уровней соответствующих рядов; значения постоянных сглаживания этих моделей принадлежат запредельному диапазону (это следует из выражения Брауна для дисперсии экспоненциальной средней, в соответствии с которым при $1 \leq \alpha < 2$ сглаженное значение будет иметь большую дисперсию, чем исходный временной ряд).

Оптимальные значения постоянной сглаживания при различных характеристиках точности, значения которых определялись на основе тестовой последовательности из половины последних уровней ряда (9 уровней) и из последней трети уровней ряда (6 уровней), для анализируемых временных рядов представлены в табл. 5.

Таблица 5

Оптимальные значения α при разных характеристиках точности прогноза, определяемых на основе тестовой последовательности

№	Показатель прогнозирования	Характеристика точности (Значение RMSE) (в числителе для 9 уровней, в знаменателе для 6)			
		MAD	RMSE	MPE	MAPE
1	Курс доллара США, руб.	<u>0,4</u> (0,103) 0,2 (0,076)	<u>0,4</u> (0,103) 0,2 (0,076)	<u>0,3</u> (0,105) 1,9 (0,284)	<u>0,4</u> (0,103) 0,2 (0,076)
2	Объем производства легковых автомобилей, шт	<u>0,8</u> (83805) 0,8 (98908)	<u>1,0</u> (82317) 1,0 (96655)	<u>0,0</u> (112845) 1,9 (239918)	<u>0,8</u> (83805) 0,8 (98908)
3	Объем производства персональных компьютеров, шт	<u>0,9</u> (68717) 0,9 (72923)	<u>0,5</u> (67569) 1,4 (68688)	<u>0,1</u> (73925) 0,1 (74988)	<u>0,0</u> (100666) 0,0 (100224)
4	Объем производства бензина, тыс. тонн	<u>0,4</u> (416) 0,4 (452)	<u>0,3</u> (402) 0,3 (440)	<u>0,6</u> (455) 1,8 (1972)	<u>0,4</u> (416) 0,4 (452)
5	Объем розничной продажи хлеба и хлебобулочных изделий, млрд руб.	<u>0,3</u> (21147) 0,3 (22409)	<u>0,5</u> (20351) 0,4 (21691)	<u>1,7</u> (45245) 1,7 (48691)	<u>0,3</u> (21147) 0,3 (22409)
6	Объем производства мяса, тонн	<u>0,9</u> (47123) 0,9 (52903)	<u>1,1</u> (45142) 1,2 (50074)	<u>1,5</u> (55517) 1,9 (215745)	<u>0,9</u> (47123) 0,9 (52903)
7	Объем производства мороженого, тонн	<u>0,0</u> (40339) 0,0 (41625)	<u>1,9</u> (31872) 0,1 (33315)	<u>1,9</u> (31872) 2,0 (58136)	<u>0,0</u> (40339) 0,0 (41625)

Оптимальные значения постоянной сглаживания, значения которых определялись методом последней точки, для анализируемых временных рядов представлены в табл. 6.

Таблица 6

Оптимальные значения α , определенные методом последней точки

№	Показатель прогнозирования	Номер точки t (Значение $ e_t $)			
		17	18	19	20
1	Курс доллара США, руб.	0,2 (0,005)	0,1 (0,075)	0,2 (0,066)	1,1 (0,006)
2	Объем производства легковых автомобилей, шт	0,0 (121455)	0,8 (3115)	0,9 (27110)	0,5 (798)
3	Объем производства персональных компьютеров, шт	0,0 (571)	0,9 (960)	1,3 (4813)	0,0 (1379)
4	Объем производства бензина, тыс. тонн	0,5 (26)	0,1 (196)	0,3 (472)	0,4 (16)
5	Объем розничной продажи хлеба и хлебобулочных изделий, млрд руб.	0,2 (3368)	0,3 (856)	0,7 (108)	0,5 (36019)
6	Объем производства мяса, тонн	0,8 (1327)	1,0 (32862)	1,6 (449)	1,4 (87897)
7	Объем производства мороженого, тонн	0,9 (577)	1,8 (31827)	0,7 (1749)	0,0 (9504)

Экспериментальная зависимость оптимального значения α от количества уровней ряда, по которым определялось значение характеристики точности на примере средней квадратической ошибки прогноза (RMSE), для анализируемых временных рядов показана на рис. 11.

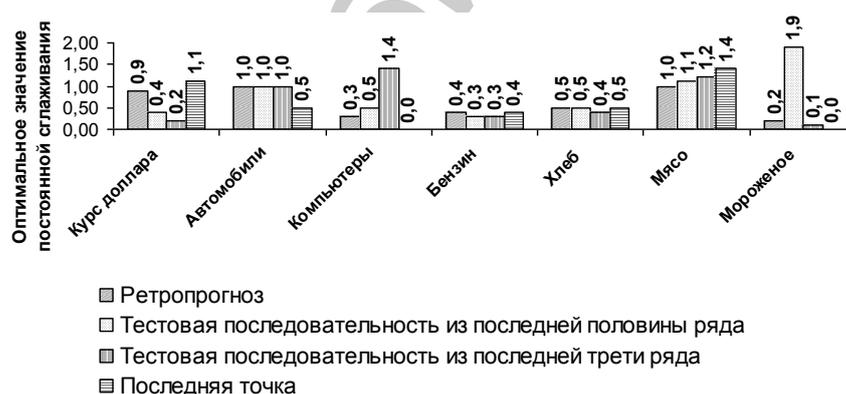


Рис. 11. Зависимость оптимального значения α от количества уровней ряда для определения RMSE

Экспериментальная зависимость оптимального значения α от номера уровня ряда, по которому определялось это значение, для анализируемых временных рядов показана на рис. 12.

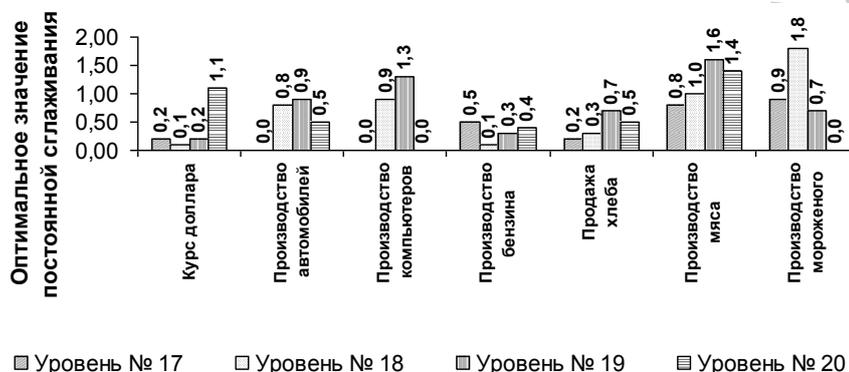


Рис. 12. Зависимость оптимального значения α от номера уровня ряда

Анализ рис. 11 и рис. 12 показывает, что оптимальное значение α зависит от участка временного ряда, по которому определялась RMSE.

Количество локальных экстремумов в зависимости $\alpha = f(RMSE)$ оптимального значения постоянной сглаживания от средней квадратической ошибки прогноза (RMSE) при разных количествах уровней ряда, по которым определялась RMSE, для анализируемых временных рядов приведено в табл. 7.

Таблица 7
Количество локальных экстремумов в зависимости $\alpha = f(RMSE)$

№	Показатель прогнозирования	Количество локальных экстремумов			
		Ретро-прогноз	Тестовая последовательность из последней половины ряда	Тестовая последовательность из последней трети ряда	Последняя точка
1	Курс доллара США, руб.	1 (0/0)	1 (0/0)	1 (0/0)	2 (1/1)
2	Объём производства легковых автомобилей, шт	1 (0/0)	1 (1/1)	2 (1/1)	2 (0/0)
3	Объём производства персональных компьютеров, шт	1 (0/0)	1 (0/0)	2 (1/1)	3 (1/0)

№	Показатель прогнозирования	Количество локальных экстремумов			
		Ретро-прогноз	Тестовая последовательность из последней половины ряда	Тестовая последовательность из последней трети ряда	Последняя точка
4	Объем производства бензина, тыс. тонн	1 (0/0)	1 (0/0)	1 (0/0)	1 (0/0)
5	Объем розничной продажи хлеба и хлебобулочных изделий, млрд руб.	1 (0/0)	1 (0/0)	1 (0/0)	2 (1/0)
6	Объем производства мяса, тонн	1 (1/1)	1 (1/1)	1 (1/1)	1 (1/1)
7	Объем производства мороженого, тонн	2 (1/0)	2 (1/1)	2 (1/0)	2 (1/0)
Общее количество локальных экстремумов		8	8	10	13
Из них в запредельном диапазоне		2	3	4	5
Кол-во глобальных экстремумов в запредельном диапазоне		1	3	3	2

В табл. 7 первое число в скобках – это количество локальных экстремумов в запредельном диапазоне, а второе число в скобках – количество глобальных экстремумов в запредельном диапазоне.

Анализ табл. 7 позволяет сделать следующие выводы:

1) количество локальных экстремумов в зависимости $\alpha = f(RMSE)$ возрастает с уменьшением количества уровней ряда, по которым определялась RMSE;

2) количество локальных экстремумов в зависимости $\alpha = f(RMSE)$ в запредельном диапазоне постоянной сглаживания возрастает с уменьшением количества уровней ряда, по которым определялась RMSE.

5. Выводы

Результаты проведенного исследования позволяют сделать следующие общие выводы.

1. При краткосрочном прогнозировании реальных временных рядов экономических показателей с использованием модели Брауна оптимальное значение постоянной сглаживания в ряде случаев находится в запредельном диапазоне.

2. Дисперсия прогноза реальных рядов с использованием модели Брауна с оптимальным значением постоянной сглаживания из запредельного диапазона больше дисперсии исходного временного ряда (в соответствии с выражением Брауна для дисперсии экспоненциальной средней). Однако для таких рядов эта дисперсия меньше дисперсии прогноза на основе модели Брауна со значением постоянной сглаживания из классического диапазона.

3. Оптимальное значение постоянной сглаживания в модели Брауна зависит как от особенностей прогнозируемого ряда, так и от используемой при оптимизации характеристики точности и от участка ряда, по которому она определяется.

Список литературы

1. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования: монография. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Статистика, 1977. – 200 с.
2. Рабочая книга по прогнозированию: монография / Редкол.: И.В. Бестужев-Лада (отв. ред.). – М.: Мысль, 1982. – 430 с.
3. Статистическое моделирование и прогнозирование: учеб. пособие / Г.М. Гамбаров, Н.М. Журавель, Ю.Г. Королев и др.; под ред. А.Г. Гранберга – М.: Финансы и статистика, 1990. – 383 с.
4. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования: учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
5. Арженовский С.В. Методы социально-экономического прогнозирования: учеб. пособие. – М.: Дашков и К0; Ростов н/Д: Наука-Спектр, 2009. – 236 с.
6. Давнис В.В. Адаптивное прогнозирование: Модели и методы: монография – Воронеж.: Изд-во Воронежского гос. ун-та, 1997. – 196 с.
7. Светульников С.Г., Светульников И.С. Методы социально-экономического прогнозирования: учеб. пособие. – Т.2. – СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2011. – 103 с.
8. Васильев А.А. Методы выбора постоянной сглаживания в модели прогнозирования Брауна / Вестник Тверского государственного университета, 2013, №1 (серия “Экономика и управление”, 2013, вып. 17). – С.183–196.
9. Васильев А.А. Критерии селекции моделей прогноза (обзор) / Вестник Тверского государственного университета, 2012, №2 (серия “Экономика и управление”, 2012, вып. 13). – С. 133-148.
10. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей: монография / Пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 133 с.

11. Дуброва Т.А. Прогнозирование социально-экономических процессов: учеб. пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Маркет ДС, 2010. – 192 с.

**THE INVESTIGATION OF BROWN'S FORECASTING MODEL IN
THE CLASSICAL AND TRANSCENDENT VALUE OF THE
SMOOTHING CONSTANT**

A.A. Vasiliev¹, E.V. Vasilieva²

¹Tver State University, Tver

The department of mathematics, statistics and informatics in economics

²Tver State University, Tver

The department of mathematics, statistics and informatics in economics

The author investigates the prediction accuracy of real time series of economic indicators, using Brown's model with optimal value of the smoothing constant of extended range.

Keywords: *Brown's model, the optimal value of the smoothing constant, extended range of the smoothing constant, the test sequence, retroprediction, the prediction accuracy.*

Об авторах:

ВАСИЛЬЕВ Александр Анатольевич – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой математики, статистики и информатики в экономике Тверского государственного университета, e-mail: vasiljev-tvgu@yandex.ru

ВАСИЛЬЕВА Екатерина Васильевна – доцент кафедры математики, статистики и информатики в экономике Тверского государственного университета, e-mail: tver-tvgu@mail.ru