

МАТЕМАТИКА, СТАТИСТИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЭКОНОМИКЕ И УПРАВЛЕНИИ

УДК 330.4::338.518+338.532.423

СТРУКТУРНОЕ ПОСТРОЕНИЕ ЦЕНЫ И ОЦЕНКА ЕЕ НИЖНЕЙ И ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЫ ПРИ ПОЛНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОДУКЦИИ

В.Б. Реут

Тверской государственной университет

Кафедра математики, статистики и информатики в экономике

Вводится понятие критической цены и показано, что при линейной функции спроса, линейной зависимости затрат от объемов производства и полной реализации производимой продукции цена на продукцию складывается из половины себестоимости и половины критической цены.

Ключевые слова: функция спроса, критическая цена, структурное построение цены, нижняя граница цены, границы допустимого интервала изменения цен.

Вопрос о том, какую цену выбрать, чтобы получить максимум прибыли и реализовать весь объем производимой продукции, постоянно возникает в практической деятельности фирм. При этом интерес представляет не только сама цена, но и ее структура. Детерминированный ответ на эти вопросы можно получить, если воспользоваться моделью планирования цен и объема выпуска продукции при полной ее реализации [1].

Приведем эту модель. Основные допущения, которые принимаются при ее построении, сводятся к следующим требованиям:

1) Зависимость объема реализации продукции каждого вида от цены на нее носит линейный характер. Заданы функции спроса

$$D_j(P_j) = \alpha_j + a_j p_j, \quad j = 1, n \quad (1)$$

для всех n видов производимой продукции.

2) Имеет место линейная зависимость затрат от объемов производства, т.е. при заданной технологической матрице производства $A = (a_{ij})_{m \times n}$ и ценах на ресурсы $\beta_i, i = 1, m$, затраты могут быть представлены следующим образом:

$$\text{Затраты} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \beta_i a_{ij} x_j, \quad (2)$$

где $x_j, j = \overline{1, n}$ – объемы выпускаемой продукции.

3) Производство организуется с целью получения максимума прибыли.

4) Весь объем производимой продукции каждого вида должен быть полностью реализован, т.е.

$$x_j = \alpha_j + a_j p_j, j = 1, n \quad (3)$$

5) Отсутствуют ограничения по объему средств, выделенных на приобретение ресурсов.

Введем обозначение для затрат на производство единицы продукции j -го вида

$$v_j = \sum_{i=1}^m \beta_i a_{ij}, j = 1, n. \quad (4)$$

При принятых допущениях и обозначениях (1–4) модель планирования цен и объема выпуска продукции представляется в следующем виде:

$$\max \sum_{j=1}^n (p_j - v_j)x_j \quad (5)$$

при условиях

$$x_j = \alpha_j + a_j p_j, \quad j = \overline{1, n} \quad (6)$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, n} \quad (7)$$

$$p_j^- \leq p_j \leq p_j^+, j = \overline{1, n} \quad (8)$$

Здесь через p_j^- и p_j^+ обозначены соответственно нижняя и верхняя границы допустимого интервала изменения цен.

Определим требования к нижней и верхней границе диапазона допустимых значений цен.

При $p_j < v_j$ цена реализации окажется ниже стоимости затрат на выпуск единицы продукции j -го вида, поэтому нижняя граница цены определяется как

$$p_j^- \geq v_j, j = \overline{1, n} \quad (9)$$

Согласно (1) при цене $p_j = -\frac{\alpha_j}{a_j}$ спрос на продукцию j -го вида окажется равным нулю.

$$\text{Назовем цену } p_j^{kp} = -\frac{\alpha_j}{a_j}, j = \overline{1, n} \quad (10)$$

критической ценой на продукцию j -го вида.

При $p_j > p_j^{kp}$ переменная x_j по условию (6) станет отрицательной, что является недопустимым в силу требования (7) $x_j \geq 0, j = \overline{1, n}$.

При $p_j^+ \leq p_j^{kp}$ требование $x_j \geq 0$ будет выполняться автоматически при выполнении условия (6), поэтому требование отрицательности переменных (условие (7)) в математической модели (5–8) может быть опущено. Заменив в этой модели x_j на $(\alpha_j + a_j p_j)$, получим эквивалентную модель:

$$\max \sum_{j=1}^n ((\alpha_j - v_j a_j) p_j + a_j p_j^2 - v_j \alpha_j) \quad (11)$$

$$\text{при условии } v_j \leq p_j \leq p_j^{kp}, j = \overline{1, n}. \quad (12)$$

При отсутствии ограничений (12) максимум (11) достигается при ценах

$$p_j^0 = \frac{v_j a_j - \alpha_j}{2 a_j} = \frac{v_j}{2} + \frac{p_j^{kp}}{2}, j = \overline{1, n} \quad (13)$$

Если для каждого вида продукции $j = \overline{1, n}$ цены, определенные согласно (13), находятся в диапазоне (12), то эти цены являются оптимальными ценами $p_j^* = p_j^0, j = \overline{1, n}$ в модели (5-8), а оптимальные по критерию максимума прибыли объемы выпуска продукции вычисляются как

$$x_j^* = \alpha_j + a_j p_j^*, j = \overline{1, n} \quad (14)$$

Определенные в соответствии с (13) цены окажутся на границе допустимого диапазона цен только в случае, если $v_j = p_j^{kp}$, при этом $x_j^* = 0$.

При выходе из диапазона (12) цены p_j^0 , т.е. при $p_j^0 < v_j$ и $p_j^0 > p_j^{kp}$ объем выпуска продукции j -го вида также будет равен 0, поскольку в обоих случаях будет иметь место $v_j > p_j^{kp}$, т.е. затраты на выпуск продукции будут превышать критическую цену, при которой и выше которой покупатель полностью отказывается от приобретения продукции.

Таким образом, если известны функция спроса $D_j(p_j) = \alpha_j + a_j p_j$ и затраты на производство единицы продукции, то при принятии вышеуказанных ограничений формула (13) определяет структуру оптимальной по критерию максимума прибыли цены, которая складывается из половины себестоимости и половины критической цены.

Оптимальные объемы выпуска продукции будут определяться следующим образом:

$$x_j^* = \begin{cases} 0, \text{ при } v_j \geq p_j^{kp} \\ \alpha_j + a_j p_j^0, \text{ при } v_j < p_j^{kp} \end{cases} \quad (15)$$

Общие затраты на производство всех видов продукции в объеме, определяемом согласно (15), составляет:

$$M^* = \sum_{j=1}^n v_j x_j^* = \sum_{j \in N^+} v_j \cdot (\alpha_j + a_j p_j^0) = \frac{\alpha + a}{2}, \quad (16)$$

$$\text{где } \alpha = \sum_{j \in N^+} v_j \alpha_j, a = \sum_{j \in N^+} v_j^2 a_j,$$

$$\text{здесь } N^+ = \{j : j \in N, v_j \leq p_j^0 \leq p_j^{kp}\},$$

Заметим, что если объем средств выделяемых на приобретение ресурсов $M \geq M^*$, то введение в модель (5-8) дополнительного ограничения вида

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \beta_i a_{ij} x_j \leq M \quad (17)$$

не повлияет на оптимальный план производства и на структуру цены и последнее (пятое) допущение, которое мы принимали при построении модели, может быть снято. При $M \leq M^*$ ограничение (17) будет существенным и окажет влияние на структуру цены. На вопрос о том, каким будет это влияние, дается ответ в работе [2].

Сделаем два замечания по поводу возможности практического использования выводов о структурном построении цены.

Замечание 1. Из приведенных допущений, которые были сделаны при построении рассмотренной модели планирования цен и объема выпуска продукции, допущение о постоянстве технологических коэффициентов по мере изменения объема выпуска является наиболее существенным и, безусловно, не всегда приемлемым. В таких случаях наиболее удобной предпосылкой является предпосылка о непрерывности производственной функции, связывающей затраты и выпуск и использование предельных категорий. Но, как замечает Аллен «существует немного доказательств того, что предприниматель склонен мыслить предельными категориями, и еще меньше их имеется в пользу того, что именно так он и мыслит... Более вероятно, что он оперирует прямыми вариантами простых и довольно жестких процессов».

Формулировка технологии фирмы в форме приведенной выше матрицы $A = (a_{ij})_{m \times n}$ приемлема только при краткосрочном анализе, поэтому полученные результаты не могут безоговорочно использоваться при долгосрочных анализах и прогнозах.

Замечание 2. При краткосрочном анализе формула структурного построения цены как сумма половины затрат и половины критической цены может оказаться весьма полезной при назначении цены, даже если предпринимателю неизвестна функция спроса, знание которой положено в основу определения критической цены. В качестве критической цены предприниматель может принять ту цену, при которой спрос с его точки зрения становится недопустимо малым.

Список литературы

1. Реут В.Б. Аналитический анализ модели планирования цен и объема выпуска при полной реализации // Вестник ТвГУ, 2008. – № 39 [99].
2. Реут В.Б. Планирование цен и объемов выпуска продукции при ограниченных ресурсах // Вестник ТвГУ, 2009. – № 4.

**THE PRICE STRUCTURE FORMATION, ITS MAXIMUM AND
MINIMAL LEVEL EVALUATION AT THE COMPLETE SALES OF
PRODUCTS**

V. B. Reut

Tver State University

Department of mathematics, statistics and economic informatics

The author suggests the concept of the critical price. He shows that the product price includes the half of production costs and the half of the critical price at the line function of demand, the line cost dependence on the output and the complete sales of products.

Keywords: *demand function, critical price, price structure formation, the price minimal level, the levels of price change possible interval.*

Об авторах:

РЕУТ Владимир Борисович – доктор технических наук, профессор кафедры математики, статистики и информатики в экономике, e-mail: eco_aoeiis@mail.ru