

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЭКОНОМИКЕ

УДК (338.43:519.2+631.1:633)(470.331)

ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО СЕКТОРА ЭКОНОМИКИ ТВЕРСКОГО РЕГИОНА, КАК ФЛАГ КРИЗИСНЫХ ЯВЛЕНИЙ

А.Н. Кудинов, В.П. Цветков, О.И. Крылова, И.В. Цветков

*Тверской государственной университет, г. Тверь
Лаборатория математического моделирования*

В данной работе исследуется возможность использования фрактальной размерности временного ряда, как «флага» катастрофы в социально-экономических процессах. Рассматривается конкретный пример динамики посевных площадей, занятых всеми видами культур, Тверского региона, начиная с 1950 года по настоящее время. Показано, что в период 1990-1991 гг. в динамике кривой посевных площадей Тверской области имела место катастрофа типа A_3 .

Ключевые слова: теория катастроф, «флаг катастрофы», кризисные явления, фрактальные множества, фрактальная размерность, кривая динамики посевных площадей.

FRactal DIMENSION OF THE MAIN AGRICULTURAL PARAMETERS OF THE TVER REGION ECONOMY AS A CRISIS PHENOMENON FLAG

A. N. Kudinov., V. P. Tsvetkov, O. I. Sazhina, I. V. Tsvetkov

Tver State University mathematical modeling laboratory

This work investigates an availability of a time-series fractal dimension as a catastrophe «flag» in socioeconomic processes. We have been studying a specific case of dynamics of cultivated areas put under crops of all kinds in Tver Region since 1950 up to date. We have demonstrated that during a period of 1990-1991 there was found a catastrophe of A_3 -type in the behavior of the cultivated areas curve in Tver Region.

Keywords: catastrophe theory, "crisis flag", crisis phenomena, fractal quantities, fractal dimension, the dynamic curve of cultivated areas.

Согласно традиционному подходу к изучению свойств сложных систем, а это могут быть и природные, и социальные, и экономические системы разных уровней, необходимо изучить полное множество состояний системы и определить максимально возможное значение ее параметров, а лишь потом анализировать их свойства. Здесь можно провести аналогию с решением множества дифференциальных уравнений, описывающих интересующую нас систему. А. Пуанкаре убедительно показал, что во многих случаях для описания динамики сложной необходим лишь небольшой объем информации качественного характера [1]. Особенно интересовало Пуанкаре, как качественно меняется поведение системы при количественном изменении описывающих ее параметров.

Естественно, наиболее интересующими исследователя в поведении сложных систем, являются точки перехода из одного состояния системы в другое или сильных и резких скачков ее основных параметров. Для финансовых систем это могут быть биржевые и экономические кризисы, для сельскохозяйственных систем – скачки урожайности культур и используемых посевных площадей.

Очень важно уметь в реальных условиях распознавать и предсказывать такие моменты в эволюции систем. В современной прикладной теории катастроф достаточно большое внимание уделяется т.н. «флагам» катастроф, то есть характерным видам изменений параметров системы в предкритические моменты [2]. Очень часто, когда «вывешивается» один «флаг» катастрофы, то если более внимательно присмотреться к системе, то можно обнаружить и другие признаки надвигающегося кризиса.

В то же время, среди многих новых идей и подходов центральное место занимает понятие фрактальных множеств или фракталов.

В нашей работе изучается поведение фрактальной размерности D динамических кривых, описывающих поведение ряда основных параметров сельскохозяйственного сектора экономики Тверской области, начиная с 1950 года и ее использование в качестве флага кризисных явлений. Фрактальная размерность кривых является характеристикой сложности их структуры.

В работе [3] показано, что при приближении D к критическому значению D_k система, описываемая фрактальной временной кривой, становится неустойчивой, т.е. значение величины за короткий промежуток времени по сравнению со временем наблюдения может измениться в несколько раз. На этом и основано использование резкого

возрастания фрактальной размерности временного ряда в качестве «флага» катастрофы.

В [3] показано, что связь X и D для многих финансовых процессов хорошо описывается кубическим уравнением:

$$B_k X^3 + A(D)X = \eta \quad (1)$$

Функция $A(D)$ в (1) выбирается достаточно просто:

$$A(D) = \begin{cases} \frac{1}{D_0 - D} & 1 \leq D \leq D_0 \\ \frac{(D_k - D)}{(D_k - D_0)(D_0 - D)} & D_0 \leq D \leq 2 \end{cases} \quad (2)$$

В точке D_0 у обеих ветвей функции $A(D)$ полюс и главные члены Лорановского разложения в ней совпадают.

Сделаем замену $X = X_k \xi$, где $X_k = \sqrt[3]{\frac{\eta}{B_k}}$. Тогда (2) приводятся к виду

$$\xi^2 - \frac{1}{\xi} = \lambda \quad (3)$$

где $\lambda = \frac{-A(D)}{B_k^{1/3} \eta^{2/3}}$.

Причем корни уравнения (3) будут зависеть только от одного параметра λ .

График зависимости ξ от D приводится на рис 1.

Одним из важнейших показателей, характеризующих сельское хозяйство любого региона, является значение общей величины посевных площадей всех сельскохозяйственных культур. Статистические данные по Тверской области взяты нами из [4].

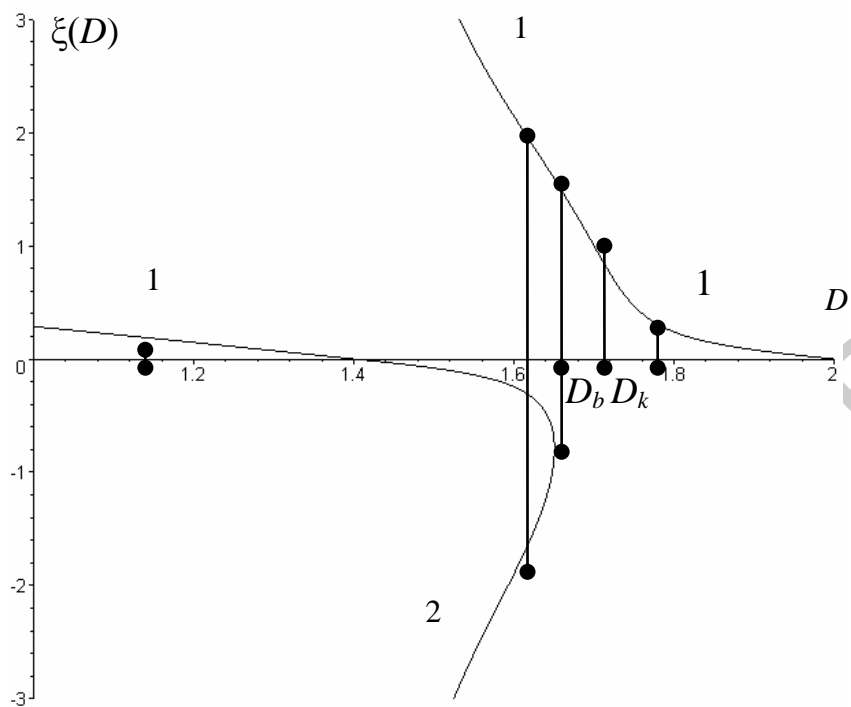


Рис. 1.

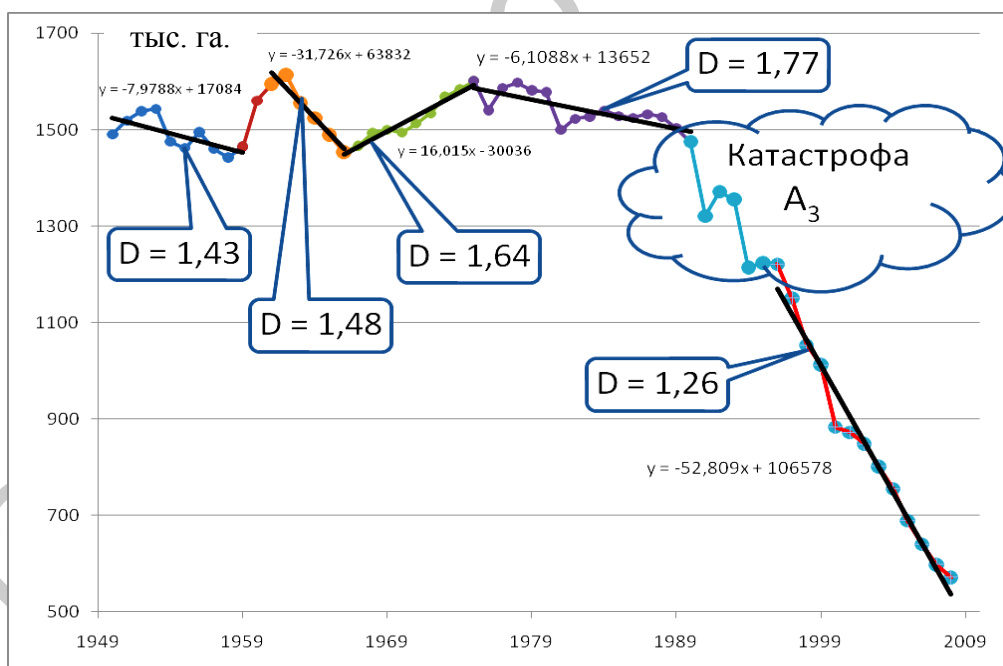


Рис. 2. Динамика общей величины посевных площадей всех сельскохозяйственных культур

Из рис. 2 видно, что с 1950 по 1989 год происходил постоянный рост фрактальной размерности кривой динамики общей величины посевных площадей всех сельскохозяйственных культур в Тверской области. По 1966 год он проходил достаточно медленно. Если за 16 лет этого периода рост фрактальной размерности составил 0,05, то за период с 1966 по 1975 годы ее фрактальная размерность быстро возросла на 0,16 и составила 1,64. Далее в период с 1975 по 1990 годы произошел небольшой рост посевных площадей, и фрактальная размерность кривой их динамики составила 1,77. Это значение оказалось больше или порядка D_k , которое для финансовых процессов составляет примерно 1,65-1,7 [3]. Это означает, что данный период можно вполне считать предкризисным.

В период с 1989 по 1996 годы произошло сильное уменьшение посевных площадей примерно на 300 тыс. га. В этот период имели место резкие скачки данной величины, а скорость уменьшения общей площади посевных площадей выросла более чем в 8 раз. Согласно [2] имели место все характерные признаки катастрофы A_3 .

С 1997 по 2007 годы происходит практически линейное быстрое дальнейшее уменьшение посевных площадей.

В период с 1950 по 1966 фрактальная размерность D кривой динамики посевных площадей была меньше 1,5 – значения, характерного для временных рядов, подчиняющихся закону нормального распределения Гаусса, но достаточно близкой к этому значению. Разница составила 0,02–0,07. Это говорит о приблизительном равенстве влияния детерминированных и хаотических факторов влияния на сельскохозяйственный сектор экономики Тверского региона в этот период, с небольшим преобладанием детерминированных факторов влияния (господдержка села).

В период с 1966 по 1975 годы фрактальная размерность кривой динамики посевных площадей превысила гауссовское значение на 0,14. Это указывает на заметное увеличение степени хаотизации и ослабление детерминированных факторов влияния в данный период. В данный период имели место высокие цены на нефть и государственная поддержка сельхозпроизводства была очень существенна и имел место небольшой рост посевных площадей.

В период с 1975 по 1989 фрактальная размерность кривой динамики общей величины посевных площадей всех сельскохозяйственных культур в Тверской области увеличилась по сравнению с гауссовским значением на 0,27 и хаотические процессы стали доминировать. Начался процесс постепенного сокращения посевных площадей почти на 10%.

Далее всего лишь за 1 год (1990 – 1991гг.) произошло уменьшение посевных площадей более чем на 10%. Как нами было

показано выше, в этот период имела место катастрофа типа A_3 в динамике кривой посевных площадей Тверской области.

С 1996 года наступил период быстрого падения посевных площадей Тверской области. После катастрофы A_3 фрактальная размерность динамики посевных площадей уменьшилась до 1,26. Это говорит о существенном преобладании в данный период детерминированных негативных факторов. Этот период к сожалению, продолжается и по настоящее время, как это видно из Рис. 1. В этот период скорость уменьшения посевных площадей увеличилась примерно в 8 раз по сравнению с предыдущим периодом.

Итак, нами показана эффективность использования мониторинга фрактальной размерности временного ряда, как «флага» катастрофы в социально-экономических процессах. Фрактальными нами была подробно изучена динамика посевных площадей, занятых всеми видами культур Тверского региона, начиная с 1950 года по настоящее время. Показано наличие в динамике общего количества посевных площадей катастрофы типа A_3 в период 1990 – 1991 гг.

1. Пуанкаре Ж.А. Избранные труды. Т.3.-М.: Наука, 1974.
2. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф: Пер. с англ. М.: Мир, 1984.
3. Кудинов А.Н., Цветков В.П., Цветков И.В. Валютный кризис и бифуркационные явления в рамках фрактальной модели. Финансы и кредит, №46 (382) 2009, С. 2-7.
4. Растениеводство Тверской области. Статистический сборник. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Тверской области. Тверь. 2007.

Об авторах:

КУДИНОВ Алексей Никифорович - зав. кафедрой математического моделирования Тверского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор; e-mail:

ЦВЕТКОВ Виктор Павлович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического моделирования Тверского государственного университета, e-mail:

КРЫЛОВА Ольга Игоревна – аспирант кафедры общей математики и математической физики Тверского государственного университета, e-mail:

ЦВЕТКОВ Илья Викторович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического моделирования Тверского государственного университета, e-mail: