

**ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КРУПНОГАБАРИТНЫХ  
ТРАНСФОРМИРУЕМЫХ РЕФЛЕКТОРОВ  
ВАНТОВО-СТЕРЖНЕВОЙ КОНСТРУКЦИИ**

**Пономарев С.В.**

ОСП «НИИ прикладной математики и механики  
Томского государственного университета»

Приводится обзор задач и некоторых результатов компьютерного моделирования крупногабаритных трансформируемых космических рефлекторов.

Survey of problems and some results computer simulation a large transformation cosmic reflector are considered.

**Ключевые слова:** рефлектор, нелинейная задача, метод конечных элементов, температурные деформации, спектр собственных частот.

**Keywords:** reflector, nonlinear problem, finite element method, temperature deformation, eigenfrequency spectrum.

Рассматриваются возможности компьютерного моделирования и задачи, в которых использование компьютерного моделирования необходимо на этапах проектирования, сборки и настройки крупногабаритных трансформируемых рефлекторов.

Основные задачи компьютерного анализа крупногабаритных трансформируемых космических рефлекторов:

1. моделирование теплового состояния конструкции рефлектора в условиях космического пространства;
2. моделирование механического поведения в условиях неравномерного нагрева элементов конструкции рефлектора;
3. разработка алгоритмов регулирования отражающей поверхности рефлектора для приведения ее к заданной форме;
4. проведение на основе построенных моделей численных расчетов конкретной конструкции с выбором оптимальных параметров;
5. моделирование напряженно-деформированного состояния элементов конструкции рефлектора под действием силы тяжести у поверхности Земли;
6. анализ динамических характеристик конструкции рефлекторов.

Вариант зонтичной конструкции рефлектора [1] показан на рис 1. Для подобных конструкций характерно наличие большого количества протяженных одномерных элементов, таких как ванты, участки фронтальной сети, кольцевые гибкие

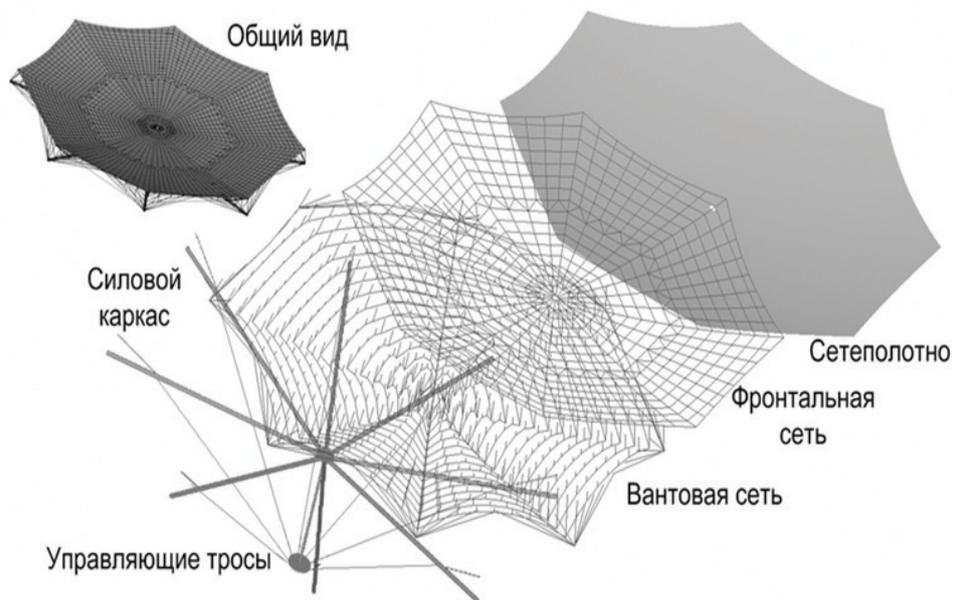


Рис. 1: Конструкция зонтичного рефлектора.

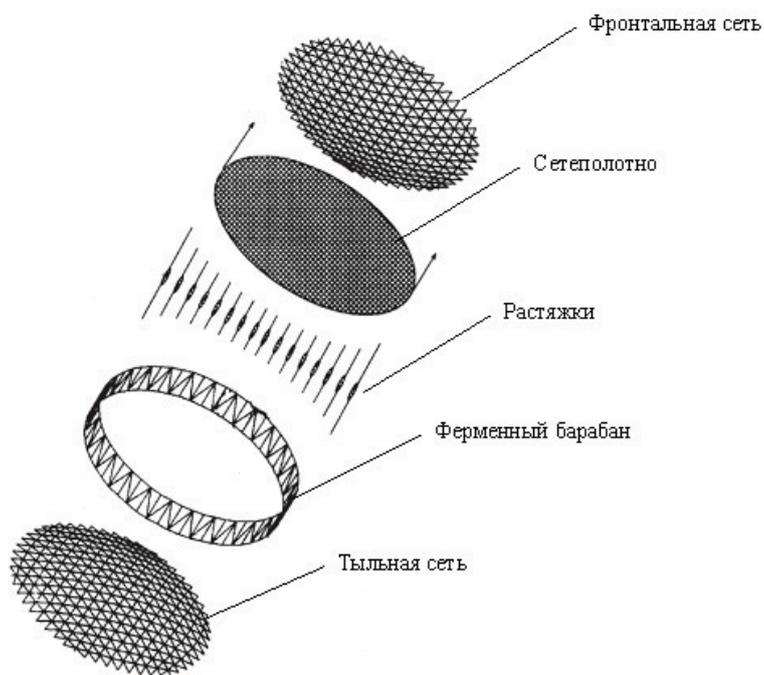


Рис. 2: Конструкция ободного рефлектора.

элементы, тросы натяжения, а также жесткие элементы: силовые спицы и штанги. Кроме этого в конструкции присутствуют оболочечные элементы отражающей поверхности.

Ободные конструкции рефлекторов [1], основные элементы которой представлены на рис.2, являются пока самыми крупными из летных трансформируемых конструкций рефлекторов. Для этих конструкций получены наименьшие относительные весовые характеристики.

Моделирование конструкций производилось с позиций механики деформируемого твердого тела. При этом отражающая поверхность моделировалась безмоментной тонкой оболочкой. Протяженные элементы конструкции рефлектора такие, как силовые спицы, тросы, ванты и другие элементы формообразующей структуры из композиционных материалов моделировались стержневыми элементами с эффективными характеристиками, дающими жесткостные свойства этим элементам модели, такие же, как у реальных элементов конструкций.

Пусть изменение положения точки элемента конструкции при деформировании обозначается вектором перемещений  $\mathbf{u}(t) = [u_1, u_2, u_3]^T$ . Связь между тензором деформаций и вектором перемещений представима в виде

$$\mathbf{e} = \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{A}\mathbf{q} / 2,$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_3} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} \partial/\partial x_1 & 0 & 0 & \partial/\partial x_2 & 0 & \partial/\partial x_3 \\ 0 & \partial/\partial x_2 & 0 & \partial/\partial x_1 & \partial/\partial x_3 & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial x_3 & 0 & \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{q} = \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \quad \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \quad \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \quad \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right]^T;$$

$$\mathbf{e} = [e_{11}, e_{22}, e_{33}, e_{12}, e_{23}, e_{31}]^T.$$

Тензор напряжений имеет компоненты

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{31}]^T.$$

Физические соотношения между напряжениями и деформациями, учитывающие температурные деформации и начальные напряжения, имеют следующий вид

$$\boldsymbol{\sigma} = E(\sigma_0, x, T^*, t)\mathbf{D}(\mathbf{e} - \mathbf{e}_T) + \sigma_0,$$

где  $E(\sigma_0, x, T^*, t)$ - функция, значения которой соответствуют модулю упругости стареющего материала в зависимости от напряженного состояния  $\sigma_0$ , положения точки  $x$ , температуры  $T^*$  и времени  $t$ ;  $e_T = [\alpha_1 \Delta T, \alpha_2 \Delta T, \alpha_3 \Delta T, 0, 0, 0]^T$  – вектор температурных деформаций;  $\sigma_0$  – вектор начальных напряжений;  $D$  – матрица материальных констант

$$D = \frac{1}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix};$$

$\nu$  – коэффициент Пуассона материала элемента конструкции.

Использование подобного соотношения между напряжениями и деформациями более правильно отражает реальное положение дел по свойствам материалов разнородных элементов конструкции рефлектора, объединенных в напряженную вантовую систему с изменяющимися материальными характеристиками при длительной эксплуатации в космосе.

Постановка задачи замыкается уравнениями равновесия с граничными и начальными условиями. В качестве нагрузок рассматривались объемные силы (силы гравитации) у поверхности Земли и температурные поля, характерные геостационарным орбитам.

Основой для отыскания деформированной формы отражающей поверхности и остальной части рефлектора является принцип возможных перемещений для упруго-динамических задач [ 2 ]

$$\int_V [\rho \ddot{\mathbf{u}}^T \delta \mathbf{u} + \sigma \delta \mathbf{e} - \mathbf{p} \delta \mathbf{u}] dV = 0,$$

где  $\delta$  – вариации соответствующих величин;  $\mathbf{p}$ – вектор массовых сил,  $\dot{\mathbf{u}}$ ,  $\ddot{\mathbf{u}}$ – вектора скорости и ускорений.

В качестве численного метода использовался метод конечных элементов. Компьютерное моделирование нелинейных задач производилось по методике с использованием пакета ANSYS.

Основным вопросом при моделировании напряженно-деформированного состояния рефлекторов является отклонение отражающей поверхности от теоретического профиля, выражаемое величиной среднеквадратичного отклонения (СКО). СКО есть характеристика отличия полученной поверхности от теоретической. В данной численной методике точками, по которым производится расчет СКО, являются узлы конечно-элементной модели отражающей поверхности. Каждая точка после приложения нагрузок имеет координату  $(x_i, y_i, z_i)$ . Таким образом, если точное значение  $z$  принять равным  $z = (x_i^2 + y_i^2)/4f$ , то формула для отклонения в каждой точке будет определяться выражением

$$O_i = \frac{2F |z_i - z|}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + 4f^2}},$$

а СКО поверхности – выражением  $\text{СКО} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^2}$ , где  $f$  – фокусное расстояние рефлектора.

Рассмотрены три положения рефлектора относительно положения Солнца.

Первое – Солнце освещает рефлектор с фронтальной стороны. При этом считалось, что отражающая поверхность из металлического сетеполотна пропускает 70% энергии солнечных лучей. Второе положение соответствует освещению с тыльной стороны. При этом силовые элементы конструкции рефлектора подвергаются освещению без затенения. Третье положение – боковое освещение рефлектора. В этом положении возможна наибольшая неравномерность освещения отдельных элементов рефлектора из-за затенения их другими элементами.

Рассчитаны соответственно три распределения температуры в элементах конструкции [4]. Относительные значения СКО, соответствующие этим положениям, приведены в таблице.

Освещение	Относительное СКО
Фронтальное	1.1
Тыльное	1.25
Боковое	1.4

Как видно из таблицы различные положения рефлектора относительно Солнца приводят к различным вариантам распределения температуры в элементах рефлектора. Следствием этого являются соответствующие деформированные состояния, приводящие к различающимся формам отражающей поверхности и значениям СКО. Результаты показывают, что наибольшие искажения отражающей поверхности и ухудшение качества работы антенн зонтичного типа, следует ожидать при боковом освещении Солнцем.

Возможности регулировки в космосе. Рассматриваемая конструкция зонтичного рефлектора имеет возможности регулировки отражающей поверхности при эксплуатации на орбите Земли. Такая регулировка предполагает прежде всего изменение положения концов силовых спиц за счет изменения длин тросов натяжения. Для ободной конструкции регулировка поверхности возможна лишь за счет изменения длин вант связывающих тыльную и ободную фронтальные сети.

Таким образом, задачи управления формой отражающей поверхности и напряженным состоянием рефлекторов вантовой конструкции решаются квазистатическим регулированием формы поверхности сетеполотна изменением длин вант. На основе методики расчета формы поверхности строится матрица влияния изменения длины управляющих вант на смещение выбранных точек поверхности. Опыт применения матрицы влияния [3] показал свою эффективность для подобных конструкций. По результатам измерения координат выбранных точек поверхности реального сетеполотна рассчитываются их отклонения от проектируемого положения и рассчитываются необходимые изменения длин управляющих вант с использованием матрицы влияния перемещений.

Эффективность методики компьютерного моделирования подтверждена лабораторной физической моделью зонтичного рефлектора, показанной на рис.3. Соответствующая компьютерная конечно-элементная модель нагружалась гравитационными силами, действующими на поверхности Земли. По результатам изме-

рений координат маркерных точек на отражающей поверхности рассчитывались необходимые изменения длин управляющих вант и производилась регулировка формы поверхности. Оценка эффективности регулировки производилась по величине СКО положения маркерных точек от проектируемого положения. При необходимости подобная регулировка продолжалась до получения заданной величины СКО.



Рис. 3: Лабораторная модель зонтичного рефлектора.

Для прогнозирования динамики колебательного процесса от импульсов двигателей системы управления космическим аппаратом или другого динамического воздействия важно знать собственные частоты и собственные формы колебаний рефлектора.

При анализе динамических характеристик конструкции предполагалось, что функция перемещений допускает разделение пространственных и временных переменных  $\mathbf{u}(x_1, x_2, x_3, t) = \mathbf{g}(x_1, x_2, x_3)\mathbf{v}(t)$ . После дискретизации вариационного уравнения динамической теории упругости получается матричное уравнение

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} = \mathbf{F},$$

где  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  – матрицы масс, демпфирования и жесткости,  $\mathbf{F}$  – вектор узловых сил.

Предполагается малое влияние демпфирования на собственные частоты и формы колебаний рефлектора. Представляя узловые перемещения в виде функции  $\mathbf{v}$

$= w \exp(i\omega t)$ , переходим к задаче на собственные значения матрицы, соответствующей конструкции рефлектора  $(K - \omega^2 M) w = 0$ .

На рис. 4 представлены нижние части расчетных спектров частот для зонтичных конструкций рефлекторов.

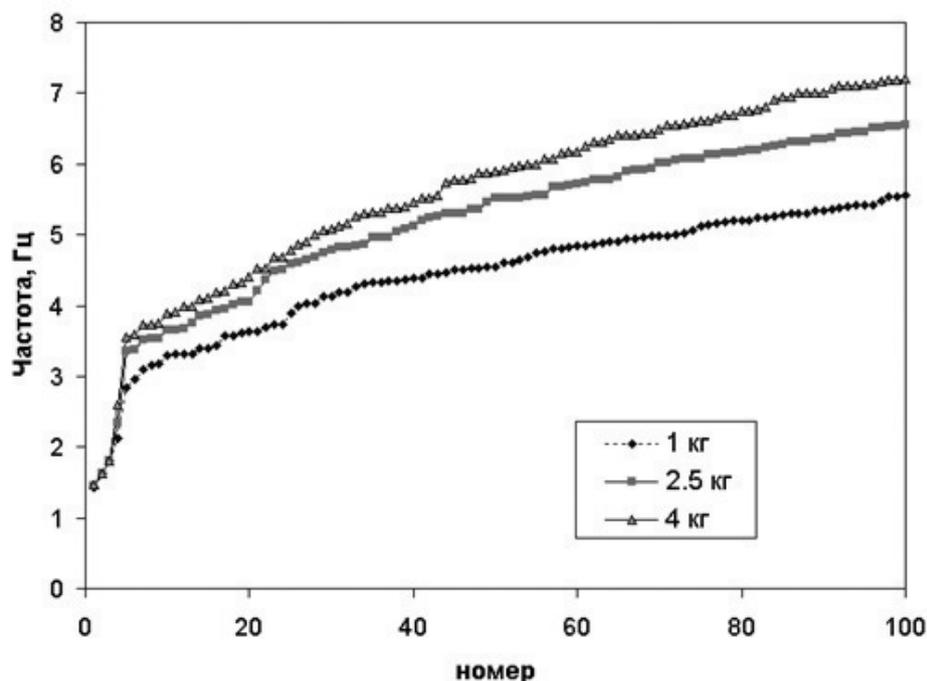


Рис. 4: Зависимость спектра частот от натяжения элементов фронтальной сети.

Как видно из рис. 4, существенное влияние на спектр оказывает натяжение элементов вантовой части конструкции рефлектора. Увеличение натяжения элементов фронтальной сети приводит к более сильному возрастанию частот собственных колебаний конструкции рефлектора от номера формы собственных колебаний. Следует отметить, что начальная часть спектра менее подвержена этому влиянию, так как эти частоты соответствуют крутильным колебаниям рефлектора.

На рис. 5 показано влияние конструкции вантовой системы сектора зонтичного рефлектора на спектр собственных частот колебаний. Как видно, откосная конструкция вантовой системы обеспечивает большую динамическую жесткость всей конструкции рефлектора.

Спектры частот на рис. 4 и 5 имеют характерный вид, качественно совпадающий с результатами частотного анализа крупногабаритных антенн, приведенными

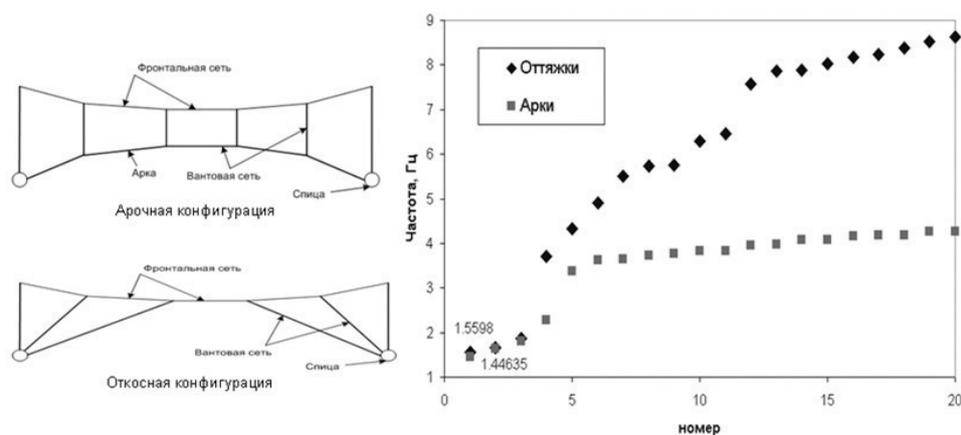


Рис. 5: Влияние конструкции вантовой системы рефлектора на спектр собственных частот.

в [5]. Из полученных результатов следует, что динамическая жесткость конструкции рефлектора существенно зависит от структуры вантовой системы. Большую жесткость конструкции рефлектора обеспечивает откосная структура вантовой системы.

На основании проведенных расчетов предложены рекомендации по оптимизации структуры фронтальной сети рефлектора в соответствии с заданной величиной СКО отражающей поверхности. На рис. 6 показаны результаты расчетов равновесной формы отражающей поверхности с разными фронтальными сетями. Конструкция, с почти в два раза меньшим количеством вант, может иметь СКО, незначительно отличающееся от его величины для формообразующей системы с большим количеством вант.

Моделирование напряженно-деформированного состояния рефлектора у поверхности Земли при действии сил гравитации показывает, что формообразование в напряженном состоянии определяется величиной натяжения элементов фронтальной сети. При незначительной величине натяжения элементов фронтальной сети влияние силы тяжести особенно сильно проявляется при положении рефлектора «чашей вверх» и выражается в смещениях центральной части рефлектора, преобразующих вырезку из параболоида в поверхность эллипсоида. При достаточном натяжении элементов формообразующей системы подобные искажения становятся малыми, соизмеримыми с погрешностями расчетной схемы. При расположении рефлектора «чашей вниз» реализуется наименьшее СКО, т.е. наилучшее приближение к проектной форме отражающей поверхности.

Анализ результатов моделирования ободных рефлекторов показывает, что для них характерно лучшее приближение равновесной формы отражающей поверхности к ее проектному профилю. В подтверждение этого можно привести данные

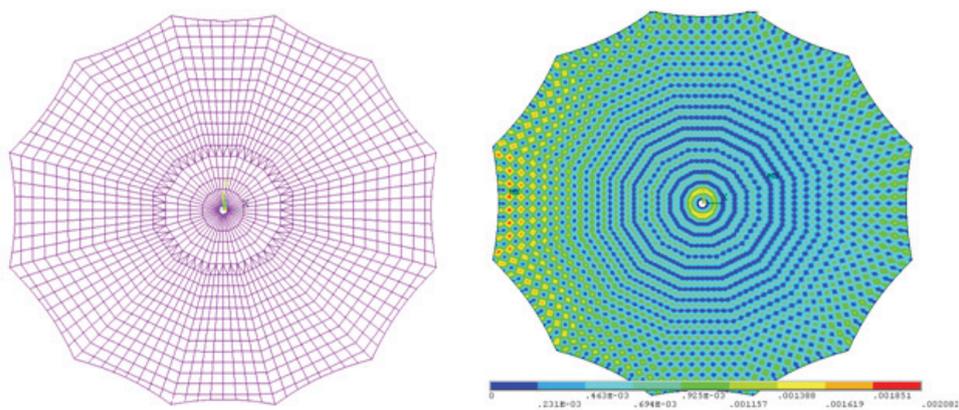


Рис. 6: Результаты расчетов.

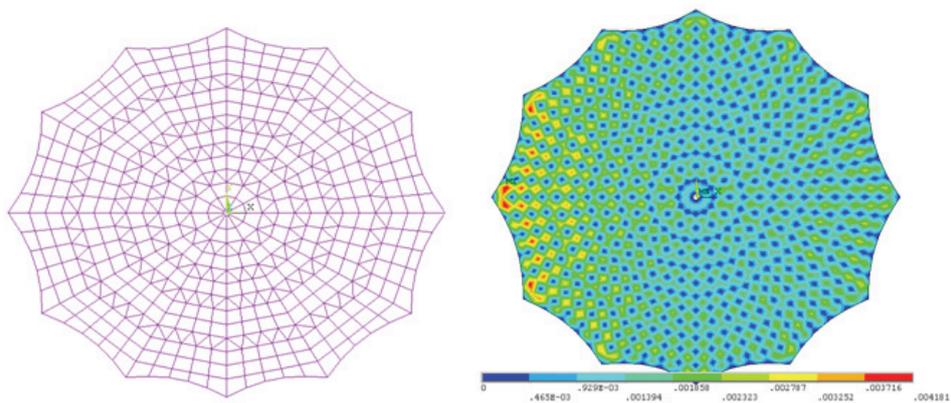


Рис. 7: Результаты расчетов.

по созданию лабораторной модели диаметром 6 метров, описанные в [1]. В целом конструкция более устойчива из-за наличия жесткого обода, как при численном анализе, так и при практической реализации. Однако при отклонениях обода от заданной формы по различным причинам и, соответственно, при искажениях отражающей поверхности улучшить ситуацию в условиях функционирования на орбите регулировками подобно зонтичному рефлектору не представляется возможным.

### Список литературы

- [1] Tibert G. Deployable Tensegrity Structures for Space Applications. – Stockholm: 2002. – 230 с.
- [2] Метод конечных элементов в механике твердых тел/ Под общ. Ред. А.С.Сахарова и И.Альтенбаха.- Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1982.- 480 с.
- [3] Белвин У.К., Эдигхофер Г.Г., Херштром К.Л. Квазистатическое регулирование формы космической антенны диаметром 15 м. Journal of Spacecraft and Rockets, 1989, No 3, pp. 129-136
- [4] Бутов В.Г., Пономарев С.В., Солоненко В.А., Ящук А.А. // Изв. вузов. Физика. – 2004. – Т.47. – №10. – С. 15-18.
- [5] Баничук Н.В., Карпов И.И., Климов Д.М. и др. Механика больших космических конструкций. – М.: Факториал, 1997. – 314 с.