Вестник ТвГУ. Серия "Экономика и управление". 2014. №4. Т.1 С. 184-190

УДК 004.418, 334.752

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ФРАНЧАЙЗИНГОВОГО ДОГОВОРА

А.Г. Соломаха, Г.М. Соломаха

Тверской государственный университет, Россия, г. Тверь

В статье рассматривается подход к оптимизации параметров франчайзингового договора на основе представления отношений франчайзера и франчайзи в виде иерархической игры. Получены аналитические выражения для расчета параметров договора для линейных и нелинейных (квадратичных) функций переменных затрат субъектов франчайзинговых отношений.

Ключевые слова: *франчайзинговая система, франчайзинговый договор, иерархическая игра, коэффициент роялти.*

Перспективным направлением развития бизнеса в настоящее время является франчайзинг [1-3]. Сама система франчайзинговых отношений состоит из субъектов, которыми являются франчайзер и франчайзи, а также объектов, которыми являются франшизы. В свою очередь франчайзером является компания, желающая расширить границы и объёмы своего бизнеса посредством привлечения франчайзи.

Франчайзинговые системы могут исследоваться с разных сторон. Например, в [3] анализируются особенности развития франчайзинговых бизнес-систем на региональном уровне.

Главным звеном, регулирующим отношения между субъектами франчайзинговой системы, является договор франшизы, в котором устанавливаются параметры и условия предоставления франшизы. Поэтому первостепенной задачей выступает получение научно-обоснованных значений параметров этого договора. В частности, эта задача может быть рассмотрена в рамках общей концепции идентифицируемости нелинейных систем [4]. Основными параметрами договора франшизы являются: величина вступительного взноса франчайзи F, срок действия договора L и коэффициент роялти r, определяющий долю дохода от осуществляемых франчайзинговой системой продаж, передаваемую по договору франшизы франчайзеру от франчайзи. При этом обоснованный выбор этих параметров в основном определяет эффективность функционирования франчайзинговой системы в целом.

Рассмотрим франчайзинговую систему, состоящую из пары: франчайзер – один франчайзи.

В интересах определения параметров договора франшизы будем рассматривать отношения франчайзера с франчайзи в виде иерархической игры, в которой франчайзер (игрок 1) является лидером, а франчайзи (игрок 2) – ведомым. В этой игре стратегии игрока 1 – это выбираемые им величина коэффициент роялти r и величина вступительного взноса франчайзи F. При этом, учитывая часто встречающуюся практику заключения краткосрочного договора франшизы с возможной дальнейшей пролонгацией, положим, что $L=1$ (однопериодный договор), и в силу этого будем пренебрегать дисконтированием денежных потоков. Стратегии игрока 2 – это выбранные им объемы Q выпуска товаров (выполненных работ или оказанных услуг).

При условии, что каждый из игроков стремится максимизировать свою прибыль, математически критерии первого и второго игроков соответственно запишутся в виде

$$\pi_1(r,F,Q)=r\cdot X(Q)-K(Q)+F-S\to\max \tag{1}$$

и

$$\pi_2(r,F,Q)=(1-r)\cdot X(Q)-C(Q)-F-W\to\max, \tag{2}$$

где S - начальные затраты франчайзера на создание системы,

W - начальные инвестиции франчайзи на осуществление деятельности по договору,

$C(Q)$ - переменные затраты франчайзи,

$K(Q)$ - переменные затраты франчайзи,

$X(Q)$ - доход франчайзи от продаж за период действия договора франшизы.

В соответствии с принципом Штакельберга решение рассматриваемой иерархической игры осуществляется следующим образом. Для каждой стратегии игрока 1, т.е. набора (r,F), ищется максимум целевой функции игрока 2 в (2) и множество

$$R(r,F)=Arg\max_{Q}\pi_2(r,F,Q),$$

а затем оптимальная стратегия (оптимальные стратегии) игрока 1 (r_*,F_*) в соответствии с (1) выбирается из множества

$$Arg\max_{(r,F)}\min_{Q\in R(r,F)}\pi_1(r,F,Q).$$

Конкретизируем процесс нахождения стратегии игрока 1 (r_*,F_*) и соответствующего ей объема выпуска Q_*, т.е. оптимальной стратегии игрока 2, из множества

$$Arg\max_{Q}\pi_2(r_*,F_*,Q).$$

Пусть франчайзи осуществляет выпуск объемом Q товаров (работ, услуг) в соответствии со спросом $D(p)$, где p - цена производимых товаров (работ, услуг), то есть $Q = D(p)$, следовательно $p = p(Q)$. Тогда доход от продаж составит

$$X(Q) = Q \cdot p(Q).$$

Ясно, что предполагаемому франчайзи должно быть выгоднее работать в франчайзинговой системе, чем использовать какие-либо альтернативные направления, к примеру, разместить денежные средства в банке под процент B за временной период, равный сроку договора, т.е.

$$\pi_2(r, F, Q) \geq \frac{B}{100} \cdot (F + W) \cdot \lambda,$$

где λ - некоторый коэффициент, устанавливаемый франчайзи, причем $\lambda \geq 1$.

Таким образом, учитывая (2), должно выполняться неравенство

$$(1-r) \cdot X(Q) - C(Q) - F - W \geq \frac{B}{100} \cdot (F + W) \cdot \lambda,$$

или

$$(F + W)\left[1 + \frac{B}{100} \cdot \lambda\right] \leq (1-r) \cdot X(Q) - C(Q).$$

Последнее неравенство преобразуется к виду

$$F \leq \frac{(1-r) \cdot X(Q) - C(Q)}{\frac{B}{100} \cdot \lambda + 1} - W.$$

Поскольку величина вступительного взноса F устанавливается игроком 1, то при выбранном объеме выпуска Q значение F берется максимальным, т.е. в последнем неравенстве достигается равенство

$$F = \frac{(1-r) \cdot X(Q) - C(Q)}{\frac{B}{100} \cdot \lambda + 1} - W, \tag{3}$$

далее для упрощения полагаем $\lambda = 1$.

При установленных игроком 1 значениях r и F объем выпуска Q выбирается игроком 2 из условия максимизации своей прибыли, т.е. с учетом (2) из решения задачи

$$(1-r) \cdot X(Q) - C(Q) \to \max_Q. \tag{4}$$

Случай 1. Пусть функция спроса имеет вид $D(p) = a - bp$; функция издержек франчайзи - $C(Q) = c \cdot Q$, функция издержек франчайзера - $K(Q) = k \cdot Q$, где коэффициенты линейных функций a, b, c, k - положительные числа.

При условии, что реализацией является потенциальный спрос на товары (работы, услуги), цена составит $p = \dfrac{a - Q}{b}$. Тогда доход от продаж определяется выражением $X = Q \cdot p = \dfrac{a \cdot Q - Q^2}{b}$, а целевая функция в (4) вогнутая, поэтому оптимальный выпуск $Q^* = Q^*(r)$ в соответствии с принципом Ферма удовлетворяет уравнению

$$(1-r)X'(Q) = C'(Q). \tag{5}$$

Подставляя соответствующие функции в уравнение (5) и дифференцируя обе части полученного уравнения по Q, получим, что

$$\frac{(1-r)}{b}(a-2Q) = c.$$

Из последнего выражения после элементарных преобразований находим оптимальный годовой выпуск

$$Q^* = \frac{a(1-r) - c \cdot b}{2(1-r)}.$$

Теперь найдём выражение для оптимальной цены:

$$p^* = \frac{a - Q^*}{b} = \frac{a(1-r) + c \cdot b}{2b(1-r)}.$$

Соответственно, доход от продаж составит:

$$X(Q^*(r)) = p^* \cdot Q^* = \frac{a^2}{4b} - \frac{c^2 b}{4(1-r)^2}. \tag{6}$$

Тогда выражение для издержек франчайзи примет следующий вид:

$$C(Q^*(r)) = c \cdot Q^* + d = \frac{ac}{2} - \frac{c^2 b}{2(1-r)}, \tag{7}$$

а издержки франчайзера равны:

$$K(Q^*(r)) = k \cdot Q^* + l = \frac{ak}{2} - \frac{ckb}{2(1-r)}. \tag{8}$$

Оптимальное значение коэффициента роялти r будем искать из условия максимизации критерия игрока 1, который с учетом (3) формально записывается в виде

$$(1+B_1 r)X(Q^*(r)) - (1+B_1)K(Q^*(r)) - C(Q^*(r)) \to \max_r, \tag{9}$$

где введено $B_1 = B/100.$

Необходимое условие экстремума состоит в равенстве нулю производной целевой функции в (9), т.е.

$$\{(1+B_1 r)X(Q^*(r)) - (1+B_1)K(Q^*(r)) - C(Q^*(r))\}' = 0. \tag{10}$$

Данное уравнение после подстановки найденных выражений для дохода от продаж (6), издержек франчайзи (7) и франчайзера (8) и дифференцирования выражения в левой части уравнения по r решается численным методом деления отрезка пополам.

При отсутствии у потенциального франчайзера альтернативных вариантов работ и вложений средств можно в последней формуле взять $B_1 = 0$, тогда из (10) после элементарных преобразований получаем выражение для нахождения оптимального значения коэффициента роялти:

$$r^* = \frac{k}{k+c},$$

В качестве примера, пусть $c = 4k$, то есть коэффициент роста издержек у франчайзи в четыре раза превышает коэффициент роста издержек франчайзера. Тогда

$$r^* = \frac{k}{k+4k} = 0{,}2 .$$

Случай 2. Пусть функция спроса имеет вид $D(p) = a - bp$; функция издержек франчайзи - $C(Q) = d \cdot Q - f \cdot Q^2$, функция издержек франчайзера - $K(Q) = k \cdot Q - l \cdot Q^2$, где коэффициенты функций a, b, c, l - положительные числа.

При условии, что реализацией является потенциальный спрос на товары (работы, услуги), цена составит $p = \frac{a-Q}{b}$. Тогда доход от продаж определяется выражением $X = Q \cdot p = \frac{a \cdot Q - Q^2}{b}$,

а целевая функция в критерии игрока 2

$$(1-r) \cdot X(Q) - C(Q) \to \max_Q$$

вогнутая, поэтому оптимальный выпуск $Q^* = Q^*(r)$ в соответствии с принципом Ферма удовлетворяет уравнению

$$(1-r)X'(Q) = C'(Q).$$

Подставляя выражения $X(Q)$ и $C(Q)$ в это уравнение, после дифференцирования обеих частей полученного уравнения по Q, получим, что

$$(1-r)\left(\frac{a}{b} - \frac{2Q}{b}\right) = d - 2fQ .$$

Из последнего выражения после элементарных преобразований находим оптимальный годовой выпуск

$$Q^* = \frac{db - a + ar}{2r - 2 + 2bf}.$$

Находим выражение цены через оптимальный годовой выпуск

$$p^*(r) = \frac{a - Q^*}{b} = \frac{a}{b} - \frac{db - a + ar}{b(2r - 2 + 2bf)}.$$

Доходы от продаж при этом составят

$$x(r) = X\left(Q^*(r)\right) = \frac{a}{b}\left(\frac{db - a + ar}{2r - 2 + 2bf}\right)^2 - \frac{1}{b}\left(\frac{db - a + ar}{2r - 2 + 2bf}\right)^2$$

Тогда издержки франчайзера и франчайзи будут соответственно

$$k(r) = K\left(Q^*(r)\right) = k\left(\frac{db - a + ar}{2r - 2 + 2bf}\right) - l\left(\frac{db - a + ar}{2r - 2 + 2bf}\right)^2$$

и

$$c(r) = C\left(Q^*(r)\right) = c + d\left(\frac{db - a + ar}{2r - 2 + 2bf}\right) - f\left(\frac{db - a + ar}{2r - 2 + 2bf}\right)^2$$

Найдём значение коэффициента роялти r^* из уравнения аналогичного (10):

$$\{(1 + B_1 r)X(Q^*(r)) - (1 + B_1)K(Q^*(r)) - C(Q^*(r))\}' = 0.$$

После подстановки соответствующих функций и выполнения элементарных преобразований получим при $B_1 = 0$

$$r^* = \frac{kfb - dlb + al - k}{al + af - k - d}.$$

Если функции переменных затрат франчайзера и франчайзи линейны, т.е. $f = 0$ и $l = 0$, то найденное значение коэффициента роялти $r^* = \dfrac{k}{k + d}$ совпадает с полученным для случая 1.

Таким образом, предложена экономико-математическая модель оптимизации параметров франчайзингового договора, основанная на рассмотрении отношений франчайзера с франчайзи в виде иерархической игры, в которой франчайзер является лидером. На основе использования принципа Штакельберга решения иерархической игры разработан подход к нахождению значений коэффициента роялти, величины вступительного взноса и объёма выпуска товаров (выполненных работ или оказанных услуг) для франчайзинговой системы. Для различных условий: линейных и нелинейных (квадратичных) функций переменных затрат франчайзера и франчайзи получены аналитические выражения для расчёта параметров договора для линейной функции спроса.

Список литературы

1. Рудашевский В.Д., Фурщик М.А. Оптимальная стратегия развития франчайзинговой системы // Экономика и математические методы. 1998. Том.34, вып.2. С.89-104.
2. Соломаха А.Г. Франчайзинг как механизм инновационного развития // Современное состояние экономики России и экономический механизм инновационного развития. Сборник научных трудов I Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Тверь: СФК-офис, 2012. С. 207-213.
3. Толкаченко Г.Л., Федоров А.В., Головин А.О. Особенности развития франчайзинговых бизнес-систем на региональном рынке // Вестник ТвГУ. Серия «Экономика и управление». 2014. Выпуск 23. С. 87-97.
4. Катулев А.Н., Соломаха Г.М. Концепция идентифицируемости нелинейных многомерных систем обработки информации // Вестник ТвГУ. Серия «Прикладная математика». 2010. Выпуск 3(18). С. 49-58.

GAME-THEORETIC APPROACH TO OPTIMIZATION OF PARAMETERS OF THE FRANCHASING CONTRACT

A.G. Solomakha, G.M. Solomakha

Tver State University, Russia, Tver

In article approach to optimization of parameters of the franchasing contract on the basis of representation of the relations of the franchiser and the franchisee in the form of hierarchical game is considered. Analytical expressions for calculation of parameters of the contract for linear and nonlinear (square) functions of variable expenses of subjects of the franchasing relations are received.

Keywords*: franchasing system, franchasing contract, hierarchical game, royalty coefficient.*

Об авторах:

СОЛОМАХА Алексей Геннадьевич – аспирант кафедры информационных технологий Тверского государственного университета, e-mail: f1shkacool@ya.ru

СОЛОМАХА Геннадий Михайлович – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математической статистики и системного анализа Тверского государственного университета, e-mail: gsolomakha@ya.ru