Вестник ТвГУ. Серия "Экономика и управление". 2015. № 1, т.2. С. 129–135.

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УДК 334.75 : 519.86

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФРАНЧАЙЗИНГОВОГО ДОГОВОРА ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ СПРОСА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

А.Г. Соломаха

Тверской государственный университет, г. Тверь

Рассматривается подход к оптимизации параметров франчайзингового договора при задании отношений франчайзера и франчайзи в виде иерархической игры. Получены аналитические выражения для расчета параметров договора для нелинейной (квадратичной) функции спроса. В условиях неопределенности данных о функции спроса задача определения параметров договора сведена к максиминной оптимизационной задаче.

Ключевые слова: *франчайзинговая система, франчайзинговый договор, иерархическая игра, коэффициент роялти, нелинейный спрос.*

Одним из основных способов стимулирования и увеличения инвестиционной деятельности в регионах является франчайзинг, так как крупным предприятиям и организациям открывать подразделения и представительства в регионах во многих случаях нецелесообразно. Это связано с необходимостью существенных капиталовложений, прежде всего из-за географической отдалённости регионов от головной организации. К тому же при попытках организовать продажи в регионах такие предприятия сталкиваются с неверным прогнозированием спроса из-за незнания особенностей рынка регионов (потребностей населения, востребованных и популярных рекламных мест и других особенностей). Во многих случаях с течением времени они прекращают свою деятельность в выбранных регионах либо переходят в другие регионы.

Франчайзинговые системы появились сравнительно недавно и уже зарекомендовали себя как надежный механизм развития бизнеса. Они состоят из субъектов, которыми являются франчайзер и франчайзи, а также объектов, которыми являются франшизы.

В большинстве случаев франчайзер представляет собой крупную компанию, уже завоевавшую место на рынке и имеющую известную среди потребителей торговую марку, бренд, которая с целью развития бизнеса заключает договор с небольшими и самостоятельными фирмами на создание и реализацию определённых товаров, работ и услуг.

В качестве франчайзи обычно выступают небольшие фирмы, индивидуальные предприниматели, стремящиеся развивать успешный бизнес других компаний с целью максимизировать свой доход. Хотя текущая деятельность франчайзи самостоятельна, но в тоже время является частью единой стратегии франчайзинговой сети.

Главным звеном, регулирующим отношения между субъектами франчайзинговой системы, является договор франшизы, в котором устанавливаются параметры и условия предоставления франшизы.

Основными параметрами договора франшизы являются: величина вступительного взноса франчайзи F, срок действия договора L и коэффициент роялти r, определяющий долю дохода от осуществляемых франчайзинговой системой продаж, передаваемую по договору франшизы франчайзеру от франчайзи. При этом обоснованный выбор этих параметров в основном определяет эффективность функционирования франчайзинговой системы в целом.

1. Теоретико-игровой подход к определению параметров франчайзингового договора

В [1] рассмотрен подход к определению параметров франчайзингового договора в рамках общей концепции идентифицируемости нелинейных систем [2] на основе решения иерархической игры. При условии, что каждый из игроков стремится максимизировать свою прибыль, математически критерии первого и второго игроков соответственно запишутся в виде

$$\pi_1(r,F,Q) = r \cdot X(Q) - K(Q) + F - S \to \max \quad (1)$$

и

$$\pi_2(r,F,Q) = (1-r) \cdot X(Q) - C(Q) - F - W \to \max, \quad (2)$$

где

S – начальные затраты франчайзера на создание системы,

W – начальные инвестиции франчайзи на осуществление деятельности по договору,

$C(Q)$ – переменные затраты франчайзи,

$K(Q)$ – переменные затраты франчайзера,

$X(Q)$ – доход франчайзи от продаж за период действия договора франшизы.

В соответствии с принципом Штакельберга решение рассматриваемой иерархической игры осуществляется следующим образом. Для каждой стратегии игрока 1, т.е. набора (r,F), ищется максимум целевой функции игрока 2 в (2) и множество

$$R(r,F) = Arg\max_{Q} \pi_2(r,F,Q),$$

а затем оптимальная стратегия (оптимальные стратегии) игрока 1 (r_*, F_*) в соответствии с (1) выбирается из множества

$$Arg\max_{(r,F)} \min_{Q \in R(r,F)} \pi_1(r,F,Q).$$

Конкретизируем процесс нахождения стратегии игрока 1 (r_*, F_*) и соответствующего ей объема выпуска Q_*, т.е. оптимальной стратегии игрока 2, из множества

$$Arg\max_{Q} \pi_2(r_*, F_*, Q).$$

Пусть франчайзи осуществляет выпуск объемом Q товаров (работ, услуг) в соответствии со спросом $D(p)$, где p - цена производимых товаров (работ, услуг), то есть $Q = D(p)$, следовательно, $p = p(Q)$. Тогда доход от продаж составит

$$X(Q) = Q \cdot p(Q).$$

Ясно, что предполагаемому франчайзи должно быть выгоднее работать в франчайзинговой системе, чем использовать какое-либо альтернативное направление, обеспечивающее процент прибыли B % за временной период, равный сроку договора, т.е.

$$\pi_2(r, F, Q) \geq \frac{B}{100} \cdot (F + W) \cdot \lambda,$$

где λ – некоторый коэффициент, устанавливаемый франчайзи, причем $\lambda \geq 1$.

Таким образом, учитывая (2), должно выполняться неравенство

$$(1-r) \cdot X(Q) - C(Q) - F - W \geq \frac{B}{100} \cdot (F + W) \cdot \lambda,$$

или

$$(F + W)\left[1 + \frac{B}{100} \cdot \lambda\right] \leq (1-r) \cdot X(Q) - C(Q).$$

Последнее неравенство преобразуется к виду

$$F \leq \frac{(1-r) \cdot X(Q) - C(Q)}{\frac{B}{100} \cdot \lambda + 1} - W.$$

Поскольку величина вступительного взноса F устанавливается игроком 1, то при выбранном объеме выпуска Q значение F берется максимальным, т.е. в последнем неравенстве достигается равенство

$$F = \frac{(1-r) \cdot X(Q) - C(Q)}{\frac{B}{100} \cdot \lambda + 1} - W, \qquad (3)$$

далее для упрощения полагаем $\lambda = 1$.

При установленных игроком 1 значениях r и F объем выпуска Q выбирается игроком 2 из условия максимизации своей прибыли, т.е. с учетом (2) из решения задачи

$$(1-r) \cdot X(Q) - C(Q) \to \max_{Q}.$$

В [1] для случая линейной функции спроса и линейных или квадратичных переменных затрат франчайзера и франчайзи получены выражения для нахождения указанных параметров.

Рассмотрим задачу определения параметров франчайзингового договора в двух более сложных случаях.

2. Определение параметров договора в случае нелинейной функции спроса

Пусть функция спроса нелинейная и имеет квадратичный вид

$$D(p) = a + b\cdot p - h\cdot p^2;$$

функция издержек франчайзи - $C(Q) = c\cdot Q$, функция издержек франчайзера – $K(Q) = k\cdot Q$, где коэффициенты функций a, h, c, d, k, l - положительные числа.

При условии, что реализацией является потенциальный спрос на товары (работы, услуги), цена единицы товара определяется как больший корень квадратного уравнения

$$a + b\cdot p - h\cdot p^2 = Q$$

равный

$$p = \frac{b + \sqrt{b^2 + 4h(a-Q)}}{2h}$$

Тогда доход от продаж определяется выражением

$$X(p) = Q\cdot p = Q\frac{b}{2h} + \frac{Q\sqrt{b^2 + 4h(f-Q)}}{2h}$$

Учитывая вогнутость целевой функции франчайзи (2) по выпуску Q оптимальный выпуск $Q^* = Q^*(r)$ удовлетворяет уравнению

$$(1-r)X'(Q) = C'(Q). \qquad (4)$$

Подставив в (4) выражения для функций спроса и переменных затрат франчайзера и франчайзи, после дифференцирования и обозначения

$$b^2 + 4h(a-Q) = y^2,\ y > 0$$

получим, что

$$(1-r)\cdot\left[b + y - \frac{h}{2y}(a - \frac{y^2 - b^2}{4h}\right] = c.$$

Последнее выражение приводится к уравнению относительно y вида $y^2[9(1-r)] + y[8b(1-r) - 8c] - (1-r)(4ha + b^2) = 0$ и ищем его положительный корень $y_1 = y_1(r)$.

Тогда выпуск составит

$$Q = a - \frac{y_1^2 - b^2}{4h}, \qquad (5)$$

а цена единицы товара

$$p = \frac{b + y_1}{2a}.$$

Для нахождения коэффициента роялти r и величины вступительного взноса F подставим выражения для C, K, X, F, в целевую функцию (1) для прибыли франчайзера. Оптимальное значение коэффициента роялти находим численным методом аналогично предыдущему.

Получим $\pi_1(r,Q) = r - X(Q) - K(Q) + \dfrac{(1-r)\cdot X(Q) - C(Q)}{(1+B)\cdot\lambda+1} - W - S$. (6)

Учитывая (5), доход от продаж составит

$$X(Q(r)) = p\cdot Q = \left(\frac{b+y_1}{2a}\right)\cdot\left(a - \frac{y_1^2}{4h}\right), \tag{7}$$

переменные затраты франчайзи –

$$C(Q(r)) = cQ + d = c\left(a - \frac{y_1^2 - b^2}{4h}\right) + d\ , \tag{8}$$

а переменные затраты франчайзера –

$$K(Q(r)) = kQ + l = k\left(a - \frac{y_1^2 - b^2}{4h}\right) + l\ . \tag{9}$$

Подставив выражения (7)-(9) в (6), оптимальное значение r_* находим, максимизируя по r полученную функцию.

Тогда оптимальные значения выпуска Q_* и вступительного взноса определяются соответственно выражениями (5) и (3).

3. Определение параметров договора в условиях неопределенности данных о функции спроса

Пусть в отличие от раздела 2 функция спроса неизвестна, а остальные параметры те же.

Полагаем, что каждая возможная функция спроса

$D(p) = a + b\cdot p - h\cdot p^2$;

определяется вектором $\overline{z} = (a,b,h)$, а имеется совокупность из I возможных функций спроса $\{\overline{z}_i\}$. Тогда найдем субъективные вероятности прямым методом для группы экспертов [3]. При этом N экспертам предлагается оценить, может ли функция спроса иметь вид $\overline{z}_i = (a_i, b_i, h_i)$ для каждого i из указанной совокупности. Для удобства возможные функции спроса могут быть представлены в графическом виде. Тогда субъективная вероятность набора $\overline{z}_i = (a_i, b_i, h_i)$ равна

$$\mu(\overline{z}_i) = \frac{N_i}{N},$$

где N_i – число экспертов из числа опрошенных, полагающих, что функция спроса может иметь вид $\overline{z}_i = (a_i, b_i, h_i)$. В соответствии [3] можно считать, что эти субъективные вероятности определяют функцию принадлежности для заданного множества возможных функций спроса $\{\overline{z}_i\}$.

Для определения параметров франчайзингового договора в этом случае для каждого набора $\overline{z}_i = (a_i, b_i, h_i)$ аналогично случаю 1 определяются значение коэффициента роялти r_i^* и соответствующее значение прибыли игрока 1, т.е. $\pi_1(r_i^*)$. Тогда в соответствии с подходом Беллмана-Заде окончательно значение коэффициента роялти r^* выбирается равным r_i^* для i, на котором достигается внешний максимум в выражении

$$\max_{1\le i\le I} \min \left\{ \frac{\pi_1(r_i^*)}{\max\limits_{1\le j\le I} \pi_1(r_j^*)}; \mu(\overline{z}_i) \right\}$$

Эта максиминная задача эквивалентна оптимизационной задаче

$$\Lambda \to \max$$

при ограничениях

$$\left\{ \frac{\pi_1(r_i^*)}{\max\limits_{1\le j\le I} \pi_1(r_j^*)} \ge \Lambda \right\},\ 1 \le i \le I,$$

$$\mu(\overline{z}_i) \ge \Lambda, 1 \le i \le I,$$

решение которой может быть найдено, например, методом множителей Лагранжа.

После нахождения значения коэффициента роялти значения выпуска Q_* и вступительного взноса определяются соответственно выражениями (5) и (3).

Таким образом, для случая нелинейных (квадратичных) функций спроса и линейных функций переменных затрат франчайзера и франчайзи получены аналитические выражения для расчёта параметров договора в рамках рассмотренной экономико-математической модели оптимизации параметров франчайзингового договора, основанной на рассмотрении отношений франчайзера с франчайзи в виде иерархической игры. Предложен подход к оценке параметров договора в условиях неопределенности данных о функции спроса, причем эти параметры определяются на основе решения максиминной задачи.

Список литературы

1. Соломаха А.Г., Соломаха Г.М. Теоретико-игровой подход к оптимизации параметров франчайзингового договора // Вестник Тверского государственного университета, выпуск 26. Серия «Экономика и управление». № 4 т.1, 2014. С. 184-190
2. Катулев А.Н., Соломаха Г.М. Концепция идентифицируемости нелинейных многомерных систем обработки информации // Вестник ТвГУ. Серия «Прикладная математика». 2010. Выпуск 3(18). С. 49-58.

3. Аверкин А.Н., Батыршин И.З., Блишун А.Ф., Силов В.Б., Тарасов В.Б. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. М.: Наука, 1986. 312 с.

DETERMINATION OF FRANCHISING AGREEMENT PARAMETERS WITH NON-LINEAR DEMAND FUNCTION IN UNCERTAIN CONDITIONS

A.G. Solomakha

Tver State University, Tver

The article analyses approaches to the optimization of franchising contract parameters on the understanding that the franchiser and franchisee play a hierarchical game. The author investigates analytical results of the contract parameters' calculation for nonlinear (square) function of demand. Data uncertainty on the demand function specifies the problem of determining the contract parameters. It is to maximize the optimization task.

***Keywords**: franchising system, franchising contract, hierarchical game, royalty coefficient, nonlinear demand.*

Об авторе

СОЛОМАХА Алексей Геннадьевич – аспирант кафедры информационных технологий, Тверской государственный университет (170000, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33), e-mail: f1shkacool@ya.ru

About the author

SOLOMAHA Aleksej Gennad'evich – Graduate student of Department of Information Technologies, Tver State University (33, Zhelaybova St., Tver, 170000), e-mail: f1shkacool@ya.ru

References

1. Solomaha A.G., Solomaha G.M. Teoretiko igrovoy podhod k optimizatsii parametrov franchayzingovogo dogovora. Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo universiteta, vypusk 26. Seriya «Ekonomika i upravlenie». № 4 t.1, 2014. S. 184-190
2. Katulev A.N., Solomaha G.M. Kontseptsiya identifitsiruemosti nelineynyh mnogomernyh sistem obrabotki informatsii. Vestnik TvGU. Seriya «Prikladnaya matematika». 2010. Vypusk 3(18). S. 49-58.
3. Averkin A.N., Batyrshin I.Z., Blishun A.F., Silov V.B., Tarasov V.B. Nechetkie mnozhestva v modelyah upravleniya i iskusstvennogo intellekta. M.: Nauka, 1986. 312 s.