

УДК 314.182 : 519.86

ТЕНДЕНЦИИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РОСТА НАРОДОНАСЕЛЕНИЯ РОССИИ И ТВЕРСКОЙ ОБЛАСТИ В МОДЕЛИ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ

А.Н. Кудинов¹, К.В. Круглов², В.Н. Рыжиков³, В.П.Цветков⁴, И.В.Цветков⁵

Тверской государственный университет, г. Тверь

Исследуются вопросы народонаселения России и Тверской области в модели мультифрактальной динамики (МФД). Выявлены тенденции роста народонаселения и сделан прогноз роста до 2030 года по России и до 2031 года по Тверской области. На основании опытных данных по численности народонаселения за последние 25 лет проведен расчет параметров МФД за это время и установлено, что народонаселение носит осцилляторный характер по России и монотонный по Тверской области. В рамках МФД дан среднесрочный прогноз народонаселения.

Ключевые слова: *фрактал, мультифрактал, кусочно-линейный тренд народонаселения, мультифрактальная динамика, прогноз.*

Динамика численности народонаселения любого региона и любой страны во многом определяет перспективы социально-экономического развития, качество жизни их населения. В связи с этим несомненно связана важность высококачественного прогнозирования вышеуказанной динамики. Описание динамики роста народонаселения достаточно сложная задача. Это несомненно связано с тем, что человеческое общество действительно предельно сложная система. Многообразие сценариев динамики народонаселения, опирающихся на различные механизмы, влияющие на демографические процессы, породило множество математических моделей описывающих данные процесс [1-5]. Неоднозначность существующих прогнозов, которые дают большинство моделей приводит к необходимости уточнения существующих и разработка принципиально новых моделей роста народонаселения. В частности такая модель может быть построена на основе концепции мультифрактальной динамики (МФД) [6,7,8], разработанной авторами данной статьи.

В данной работе выявляются особенности формирования народонаселения и состояния демографической ситуации Российской Федерации и Тверской области на современном этапе. В настоящее время численность народонаселения России составляет свыше 143 млн. человек (нами не учитываются изменения численности народонаселения России после воссоединения с Крымом), а в Тверской области свыше 1 млн. 300 тысяч. В 2014 году народонаселение Российской Федерации по данным Федеральной службы государственной статистики увеличилось примерно на 320 тысяч человек, а вот в Тверской области уменьшилось примерно на 10 тысяч человек. Естественная убыль населения сократилась за счет увеличения рождаемости и снижения смертности. Средний темп роста народонаселения с 2008 по 2014 год составляет 1,2 %.

Численность народонаселения будем описывать функцией $y(t)$. Разобьем ее на две составляющие: тренд $\bar{y}(t)$ и осцилляции относительно тренда $\tilde{y}(t)$:

$$y(t) = \bar{y}(t) + \tilde{y}(t) \quad (1)$$

Характерное время изменения $\tilde{y}(t)$ составляет 1 год, а $\bar{y}(t)$ не менее 5 лет. В большинстве моделей тренд $\bar{y}(t)$ считается гладкой или кусочно гладкой функцией и находится как решение дифференциального уравнения.

Согласно МФД $\bar{y}(t)$ аппроксимируется кусочно-линейной функцией, на каждом из участков которой

$$\bar{y}(t) = X(D)(t - t_0) + \bar{y}(t_0) \quad (2)$$

где t_0 - начальный момент времени участка. Точность модели определяется как $\Delta = \max|\tilde{y}(t)|$ на рассматриваемом временном промежутке. В (2) D фрактальная размерность функции $\tilde{y}(t)$ на том же участке. Предполагается, что $\bar{y}(t)$ является мультифрактальной кривой. На это, в частности, указывает факт отсутствия у функции $y(t)$ свойства гладкости. Соотношение (2) вытекает из принципа самоподобия фракталов, согласно которому формирование тренда $\bar{y}(t)$ обусловлено характером быстропеременной функции $\tilde{y}(t)$. Существенным отличием данной модели от других моделей является формирования тренда на конечном временном интервале, а не локально. Согласно модели МФД скорость линейного тренда $X(D)$ определяется из уравнения:

$$A(D)X(D) + B_k X^3 = \eta. \quad (3)$$

Параметр η описывает эффективность влияния всех внешних факторов на рост народонаселения. Он также, как и X , измеряется в млн.чел./год. По порядку величины η есть максимально возможная в данных условиях и на протяжении достаточно большого промежутка времени порядка столетия скорость роста народонаселения при самых благоприятных факторах.

Для коэффициента $A(D)$ в (3) в МФД предложено следующее аналитическое представление

$$A(D) = \begin{cases} (D_0 - D)^{-1} & \text{при } 1 \leq D \leq D_0 \\ (D_0 - D_k)^{-1}(D_0 - D)^{-1}(D - D_k) & \text{при } D_0 \leq D \leq 2 \end{cases} \quad (4)$$

Параметры D_0, D_k, B_k и η выбирают из условия наилучшего согласия с опытными данными. Функция $A(D)$ выбрана так, чтобы описывать многообразие сценариев роста народонаселения.

В случае $|D - D_k| \gg \eta^2(D - D_0)^2$, $D - 1 \ll D_0$ и $D < D_0$ решение уравнения (3) имеет вид линейной функции

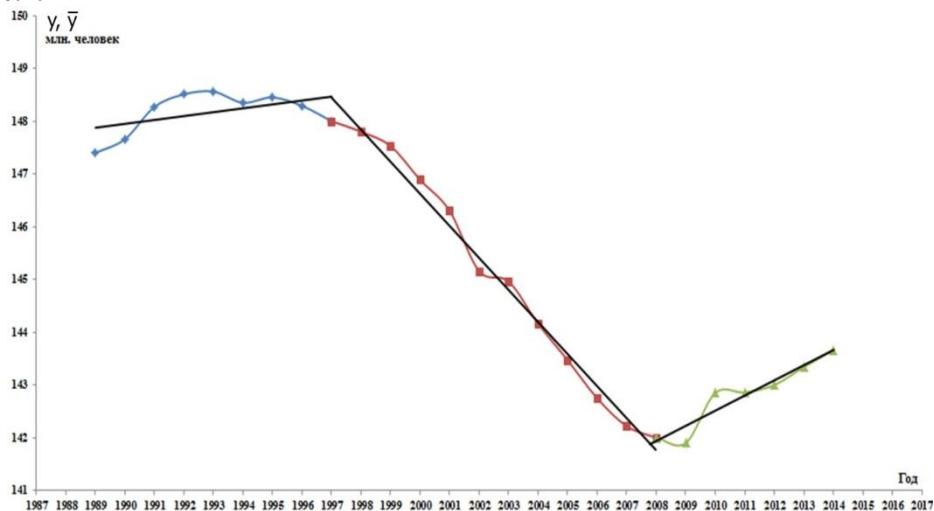
$$X = \eta(D_0 - D) \quad (5)$$

Из (5) следует, что $X = 0$ в точке $D = D_0$. Это равновесное значение D . Если выполняются только условия $D_0 < D, D_k - D_0 \gg \eta^2(D - D_0)^2$, то вместо (5)

$$X = \eta \frac{D_0 - D_k}{D - D_k} (D_0 - D_k). \quad (6)$$

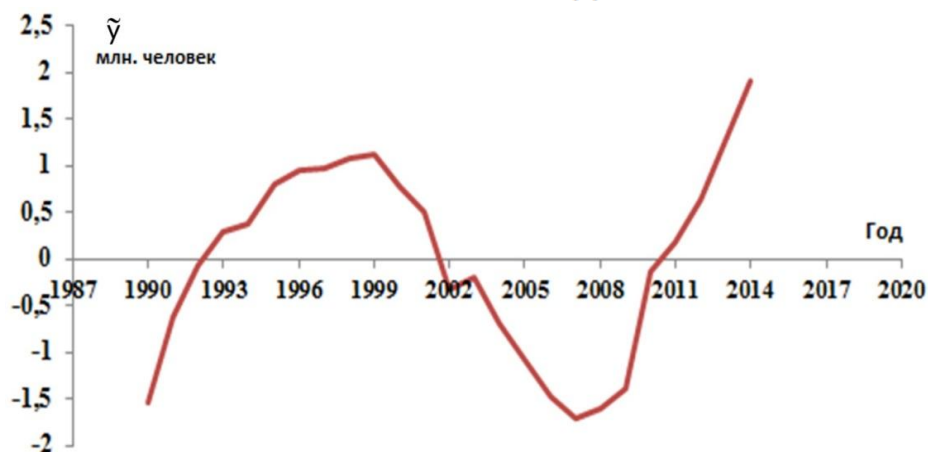
В (6) при приближении D к D_k значение X резко возрастает. В точке D_k имеет место катастрофа A_3 при $\eta = 0$ с ростом $\frac{1}{4}B_k X^4$. В точке $\left(\frac{A(D_0)^3}{3}\right) + \left(\frac{B_k^{1/2}}{2}\right)^2 = 0$ возникает уже катастрофа A_2 при ненулевых значениях η . Вблизи D_k пренебречь членом с B_k уже нельзя.

Данные о динамике народонаселения России будем использовать на основании [9]. На основании этих данных кусочно-линейный тренд реального роста народонаселения России с 1989 года по настоящее время представлен на рис.1.



Р и с . 1. Кусочно- линейный тренд народонаселения России

Как видно из рис.1 реальный рост народонаселения не соответствует как экспоненциальному, так и гиперболическому законам. Кусочно-линейный тренд состоит из трех участков, на каждом из которых с высокой степенью точности численность народонаселения, как растет, так и линейно убывает. Для иллюстрации этого построим график функции $\tilde{y}(t)$, который приведен на рис.2.



Р и с . 2. График функции отклонения народонаселения России от кусочно-линейного тренда

Из графика следует оценка максимального уклонения $y(t)$ от тренда \bar{y} $\Delta = 1,5$ млн. человек, что составляет 1%. При таком уклонении различие $y(t)$ и $\bar{y}(t)$ визуально не значительно.

Проведенные нами вычисления дают значения параметров МФД для роста народонаселения России, представленные в таблице 1.

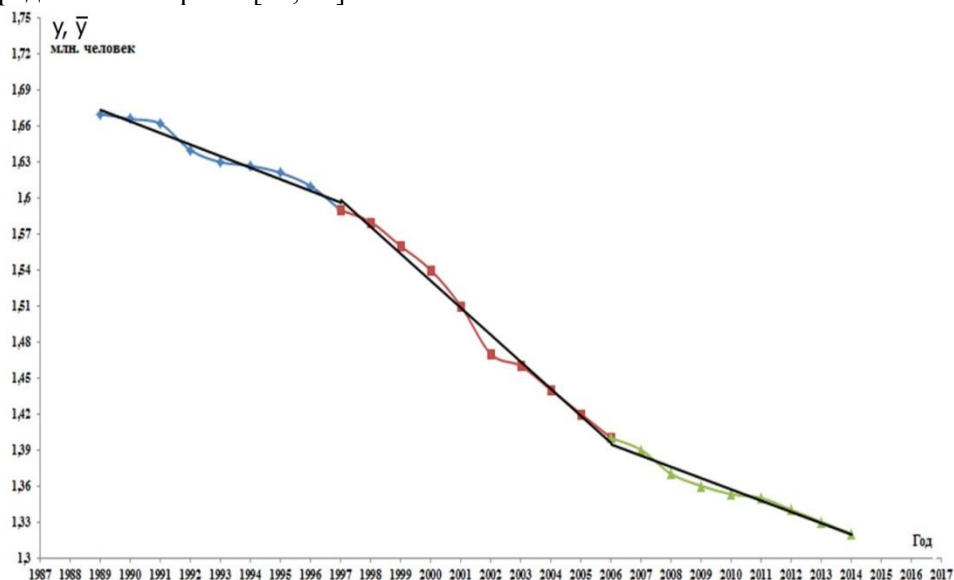
Таблица 1

i	1	2	3
T_i (лет)	9	12	7
X_i (млн. человек/год)	0,0748	-0,6063	0,2861
D_i	1,1062	1,2154	1,3691
D_0	1,1105		
$h_i = D_0 - D_i$	-0,004	-2,3259	-2,4796
η (млн. человек/год)	17,4418		-1,1063

Фрактальная размерность D кривой народонаселения во втором периоде уменьшилась на 9% по сравнению с первым, а в третьем уменьшилась всего на 12% по сравнению со вторым. Тенденция уменьшения D соответствует увеличению скорости роста народонаселения.

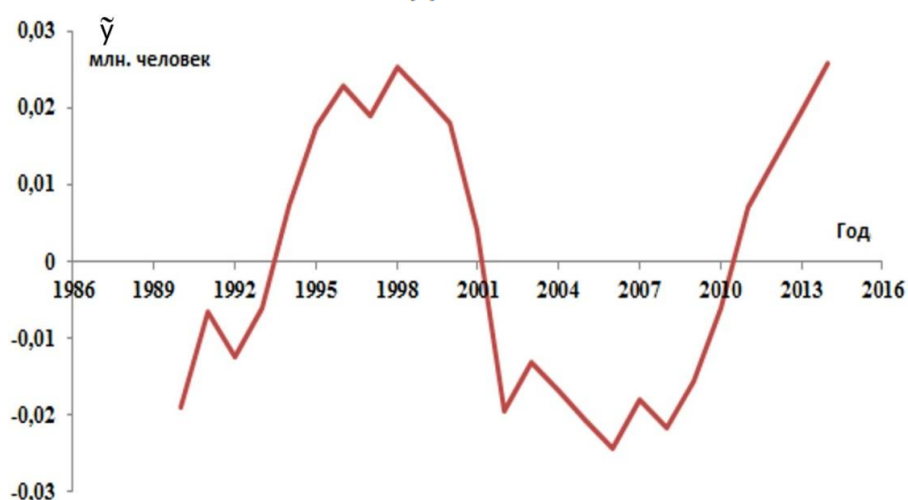
Значения D_1, D_2, D_3 оказались существенно меньше равновесного значения $D_0 = 1,1105$, соответствующего нулевой скорости роста народонаселения, а также еще дальше от точек D_k, D_b . Следовательно, скачков больших в численности народонаселения в ближайшее время быть не должно.

Данные о динамике народонаселения России будем использовать на основании [10]. На основании этих данных кусочно-линейный тренд реального роста народонаселения Тверской области с 1989 года по настоящее время представлен на рис.3 [11, 12].



Р и с . 3. Кусочно-линейный тренд народонаселения Тверской области

Как видно из рис.3 реальный рост народонаселения не соответствует как экспоненциальному, так и гиперболическому законам. Кусочно-линейный тренд состоит из трех участков, на каждом из которых с высокой степенью точности численность народонаселения линейно убывает. Для иллюстрации этого построим график функции $\tilde{y}(t)$, который приведен на рис.4.



Р и с . 4. График функции отклонения народонаселения Тверской области от кусочно-линейного тренда

Из графика следует оценка максимального отклонения $y(t)$ от тренда \bar{y} $\Delta = 0,025$, что составляет 1%. При таком отклонении различие $y(t)$ и $\bar{y}(t)$ визуально не заметно.

Проведенные нами вычисления дают значения параметров МФД для роста народонаселения Тверской области, представленные в таблице 2.

Т а б л и ц а 2

i	1	2	3
T_i (лет)	9	10	9
X_i (млн. человек/год)	0,0097	-0,0225	-0,0095
D_i	1,2198	1,2198	1,1699
D_0	1,2562		
$h_i = D_0 - D_i$	0,0364	-0,036	-0,0863
η (млн. человек/год)	0,2664	-0,61813	

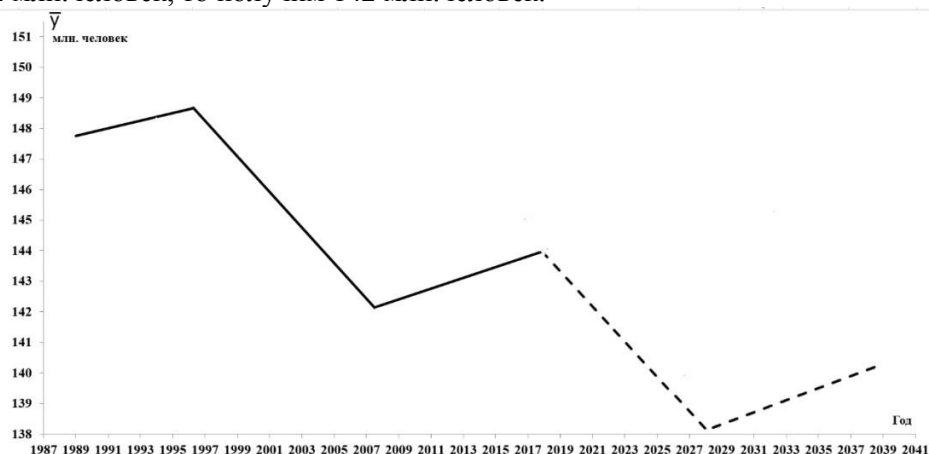
Фрактальная размерность D кривой народонаселения во втором и первом периоде не изменилась, а в третьем увеличилось всего на 4% по сравнению со вторым. Тенденция уменьшения D соответствует увеличению скорости роста народонаселения.

Значения D_1, D_2, D_3 оказались существенно меньше равновесного значения $D_0 = 1,05$, соответствующего нулевой скорости роста народонаселения, а также еще дальше от точек D_k, D_b . Следовательно, скачков больших в численности народонаселения в ближайшее время быть не должно.

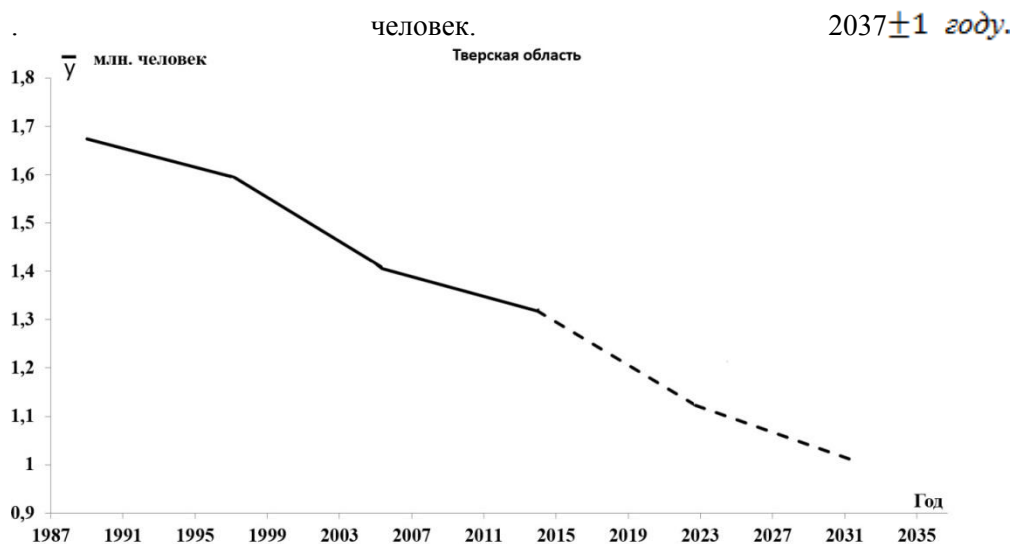
Прогноз роста народонаселения будем делать в предположении сохранения значений основных тенденций сложившихся за последние 6 лет. Для прогнозирования народонаселения $y_i(t)$ на i периоде времени будем использовать формулу:

$$y_i(t) = \bar{y}_{0i} - \eta h_i(t - t_{0i}) + \Delta_i \quad (7)$$

В России будем считать, что параметр η не сильно будет меняться на протяжении нашего столетия и возьмем его, как и в таблице 1, равным -1,1063. Что касается длительности периодов, то ради простоты мы положим $T = 11$ лет. Все Δ_i положим равными $\Delta_4 = 1,5$. Считая, что закономерности поведения h сохранятся получим, что население России составит 20240 году порядка 140 млн.человек, если к ним прибавить численность населения Крыма в 2 млн.человек, то получим 142 млн.человек.



Р и с . 5. Реальный кусочно-линейный тренд роста народонаселения России _____, прогноз - - - - - .



Р и с . 6. Реальный кусочно-линейный тренд роста народонаселения Тверской области _____, прогноз - - - - - .

В Тверской области будем считать, что параметр η не сильно будет меняться на протяжении нашего столетия и возьмем его, как и в таблице 2, равным -0,61813. Считая, что закономерности поведения h сохранятся, имеем, что численность населения Тверской области в 2030 г. составит 1,100 млн.

Вполне возможно может наступить момент, начиная с которого темпы роста народонаселения сильно изменятся. Естественно, тогда нужно внести соответствующие коррективы, опираясь на новые данные динамики народонаселения.

Для описания динамики народонаселения России и Тверской области использована математическая модель МФД, построенная ранее авторами данной работы. На временном промежутке с 1987 года рассчитаны параметры модели МФД представленные в таблицах 1 и 2. В обоих случаях кусочно-линейный тренд разбивается на три периода продолжительностью от 7 до 12 лет. По России фрактальная размерность кривой народонаселения за рассматриваемый промежуток времени растет с $D = 1,106$ до $D = 1,369$. Это обстоятельство указывает на существенное усиление степени хаотичности данного процесса к настоящему времени. По Тверской области фрактальная размерность практически постоянна $D_1 = D_2 = 1,22$, $D_3 = 1,17$. Это указывает на длительное сохранение имеющейся тенденции убывания населения Тверской области. Прогнозное население России к 2040 году 142 млн. человек, а Тверской области к 2030 году 1,1 млн. человек.

Список литературы

1. Капица С.П.. Сколько людей жило, живет и будет жить на Земле. М.: Наука, 1999.
2. Мальтус Т.. Опыт о законе народонаселения. Шедевры мировой экономической мысли. Т. 4. Петрозаводск: Петроком.1993.
3. Н.von Foerster, P.Vora, L.AA Doomsday Friday 13 November, A.D.2026.Science132: 1 291-1295. 1960.
4. Капица С.П.. Математическая модель роста населения мира. Мат.моделирование: 4/6: с.65-79. 1992.
5. Акаев А.А., Садовничий В.А.. Математическая модель демографической динамики со стабилизацией численности населения мира вокруг стационарного уровня. Доклады РАН 435/3:320-324. 2010.
6. Kudinov A.N, Tsvetkov V.P., Tsvetkov I.V. Cafas tropkes in the Multi-FractalDynamics of Social-Economomic System. Russian Journal of Mathematical Physics, vol.18, No.2, 2011, pp. 149-155.
7. Кудинов А.Н., Цветков В.П., Цветков И.В.. Валютный кризис и бифуркационные явления в рамках фрактальной модели. Финансы и кредит. Выпуск 46(326).2009.с.59.
8. Кудинов А.Н., Рыжиков В.Н., Цветков В.П., Цветков И.В.. Тенденции и прогнозирование роста народонаселения в модели мультифрактальной динамики // Вестник Тверского Государственного Университета. Серия: Экономика и управление. 2014. №3, С 77-87,.
9. http://ru.wikipedia.org/wiki/Население_России.

10. http://ru.wikipedia.org/wiki/Население_Тверской_области.
11. Черников О.С. Особенности регулирования регионального промышленного сектора // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2013. № 51. С. 16-18.
12. Черников О.С. Промышленная политика – системный инструмент стимулирования экономики региона // Вестник Тверского государственного университета. Серия: Экономика и управление. 2012. № 13. С. 104-111.

RUSSIA AND TVER REGION'S POPULATION GROWTH TRENDS AND PREDICTION BASED ON THE MULTIFRACTAL DYNAMICS MODEL

A.N. Kudinov¹, K.V. Kruglov², V.N. Ryzhikov³, V.P. Tsvetkov⁴, I.V. Tsvetkov⁵

Tver State University, Tver

The article researches the issues concerning the Russian Federation and Tver Region's population growth based on the multifractal dynamics model (MDM). The authors define the population growth trends and forecast tendencies up to 2030 across Russia and up to 2031 across Tver region. Based on the experimental data on population size over the last 25 years the article calculates the MDM parameters for this period. The conclusion is as follows: the Russian Federation population has an oscillatory character and the Tver Region population has a monotonic character. Within the framework of the MDM, the authors make a medium-range population growth forecast.

Keywords: *fractal, multifractal, piecewise-linear population growth trend, multifractal dynamics, forecast.*

Об авторах:

КУДИНОВ Алексей Никифорович – доктор физико-математических наук, профессор, директор Научного образовательного центра «Математическое моделирование» ТвГУ, e-mail mathlab@mail.ru.

КРУГЛОВ Константин Валерьевич – аспирант кафедры общей математики и математической физики ТвГУ, e-mail kon_krugg@mail.ru.

РЫЖИКОВ Владимир Николаевич – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры общей математики и математической физики ТвГУ, e-mail vlnr@yandex.ru.

ЦВЕТКОВ Виктор Павлович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей математики и математической физики ТвГУ, e-mail tsvet@tvesu.ru

ЦВЕТКОВ Илья Викторович – доктор технических наук, профессор кафедры экономики и управления производством ТвГУ, e-mail mansu@mail.ru

About the authors:

KUDINOV Aleksej Nikiforovich – Doctor in Physics and Mathematics Sciences, Professor, Director of Research and Education Institution on Mathematic e-mailmathlab@mail.ru.

KRUGLOV Konstantin Valer'evich – Research Student, Department of General Mathematics and Mathematical Physics e-mailkon_krugg@mail.ru

RYZHIKOV Vladimir Nikolaevich – Philosophy Doctor in Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor Department of General Mathematics and Mathematical Physics, e-mailvlnr@yandex.ru.

CVETKOV Viktor Pavlovich – Doctor in Physics and Mathematics Sciences, Professor, Head of Department of General Mathematics and Mathematical Physics, e-mailsvet@tvesu.ru

CVETKOV Il'ja Viktorovich – Doctor in Engineering, Professor, Department of Economics and Management Production, e-mailmancu@mail.ru

References

1. Kapica S.P.. Skol'ko ljudej zhilo, zhivet i budet zhit' na Zemle. M.: Nauka, 1999.
2. Mal'tus T.. Opyt o zakone narodonaselenija. Shedevry mirovoj jekonomicheskoj mysli. T. 4. Petrozavodsk: Petrokom.1993.
3. H.von Foerster, P.Vora, L.AA Doomsday Friday 13 November, A.D.2026.Science132: 1 291-1295. 1960.
4. Kapica S.P.. Matematicheskaja model' rosta naselenija mira. Mat.modelirovanie: 4/6: s.65-79. 1992.
5. Akaev A.A., Sadovnichij V.A.. Matematicheskaja model' demograficheskoi dinamiki so stabilizaciej chislennosti naselenija mira vokrug stacionarnogo urovnja. Doklady RAN 435/3:320-324. 2010.
6. Kudinov A.N., Tsvetkov V.P., Tsvetkov I.V. Cafas tropkes in the Multi-FractalDynamics of Social-Economomic System. Russian Journal of Mathematical Physics, vol.18, No.2, 2011, pp. 149-155.
7. Kudinov A.N., Cvetkov V.P., Cvetkov I.V.. Valjutnyj krizis i bifurkacionnye javlenija v ramkah fraktal'noj modeli. Finansy i kredit. Vypusk 46(326). 2009. s.59.
8. Kudinov A.N., Ryzhikov V.N., Cvetkov V.P., Cvetkov I.V.. Tendencii i prognozirovanie rosta narodonaselenija v modeli mul'tifraktal'noj dinamiki. Vestnik Tverskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Serija: Jekonomika i upravlenie. 2014. №3, S 77-87,.
9. http://ru.wikipedia.org/wiki/Naselenie_Rossii.
10. http://ru.wikipedia.org/wiki/Naselenie_Tverskoj_oblasti.
11. Chernikin O.S. Osobennosti regulirovanii regional'nogo promyshlennogo sektora. Vestnik Altajskoj akademii jekonomiki i prava. 2013. № S1. S. 16-18.
12. Chernikin O.S. Promyshlennaja politika – sistemnyj instrument stimulirovanija jekonomiki regiona. Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Jekonomika i upravlenie. 2012. № 13. S. 104-111.