

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

УДК 338.24

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ВЕЛИЧИНЫ ДЕНЕЖНОЙ МАССЫ M2

Масюков В.А.

Кафедра информационных технологий

Поступила в редакцию 20.03.2009, после переработки 29.05.2009.

В работе предложена математическая модель оптимизации величины денежной массы M2. Разработан метод определения параметров эластичности спроса на деньги по процентной ставке и доходу при условии равновесия на рынке финансовых активов. Предложенная модель может быть использована в условиях нарушения внутреннего баланса при экономическом кризисе. Показано, что при оптимизации величины денежной массы M2 может быть повышена эффективность денежно-кредитной политики.

A mathematical model for monetary aggregate M2 optimization is proposed. An estimation method of interest and income demand for money elasticity is developed on the assumption of financial market balance. The proposed model is applicable for internal balance disturbed by economic crisis. It is shown that the optimization of monetary aggregate M2 may improve the efficiency of monetary policy.

Ключевые слова: математическая модель, величина денежной массы M2, оптимизация, внутренний баланс, денежно-кредитная политика, экономический кризис.

Keywords: mathematical model, monetary aggregate M2, optimization, internal balance, monetary policy, economic crisis.

Введение

В условиях финансового и экономического кризиса особенно важно осуществление государственного регулирования экономики на основе согласованного проведения бюджетной и денежно-кредитной политики, т.е. при соблюдении внутреннего экономического баланса [1]. Денежно-кредитной политики отводится роль приспособляющей политики, сопровождающей мероприятия бюджетного регулирования. Денежно-кредитная политика необходима для того, чтобы удерживать процентную ставку на низком уровне и поощрять инвестиции: прирост предложения денег будет противодействовать росту процентной ставки и таким образом снижать “эффект вытеснения инвестиций”. Но величина денежной массы (ДМ) должна быть оптимальной в том смысле, чтобы, с одной стороны, обеспечивать

достижение максимальной величины реального ВВП, а с другой стороны, не вызывать инфляционных процессов в экономике [2]. Для проведения исследования из денежных агрегатов М1, М2, М3 и L выбран агрегат М2, который относится к самым надёжным финансовым активам [1]. В настоящее время в концептуальном плане задача оптимизации величины денежной массы М2 решена для условий бескризисного развития (когда рынки благ и финансовых активов согласованы) [3,4,5,6,7,8]. Однако при финансовом и экономическом кризисе условие согласованности рынков благ и финансовых активов не выполняется. Как показывает опыт борьбы с экономическими кризисами в России (1992-1993 года) и в США (1979-1981 года) попытки найти рациональную величину денежной массы экспериментальным путём не увенчались успехом, что привело к неэффективности проводимой денежно-кредитной политики [9]. Поэтому с целью повышения эффективности денежно-кредитной политики в условиях финансового и экономического кризиса представляется актуальным дать математическое описание оптимизации величины денежной массы М2.

В качестве основы для создания математической модели оптимизации величины денежной массы М2 с учётом неполного согласования рынков благ и финансовых активов была принята модифицированная макроэкономическая модель IS-LM Хикса-Хансена [1]. Классическая макроэкономическая модель IS-LM Хикса-Хансена используется как сторонниками кейнсианского, так и монетаристского подхода к решению макроэкономических проблем. С её помощью осуществляется поиск оптимального соотношения основных параметров различных рынков и формируются варианты экономической политики. Теоретические модели такого типа позволяют не только уяснить основные направления экономической политики, но и получить определённые количественные результаты. Однако дальнейшее расширение возможностей модели Хикса-Хансена стало невозможным без её модификации. С целью расширения возможностей классической макроэкономической модели IS-LM Хикса-Хансена при разработке предложений по повышению эффективности денежно-кредитной политики она преобразована к виду, позволяющему использование уравнений (описывающих условия равновесия на рынках благ и финансовых активов) для математического моделирования макроэкономических процессов. Однако необходимо учитывать, что после всех преобразований сохраняются все ограничения, присущие статическим макроэкономическим моделям. В модели Хикса-Хансена параметры эластичности спроса на деньги по процентной ставке (h^*) и эластичности инвестиций по процентной ставке (b^*) имеют размерность единиц денежной массы, что затрудняет проведение математического моделирования. В модифицированной модели используется произведение безразмерных параметров эластичности h и b на величину реальной денежной массы ($h^* = hM$) и на величину прямых инвестиций ($b^* = bI$). Хотя сущность классической макроэкономической модели IS-LM сохранена, но появилась возможность более полного учёта влияния реальной денежной массы и прямых инвестиций на равновесие на рынках благ и финансовых активов. Уравнения, описывающие условия равновесия на рынках благ и финансовых активов, приобрели следующий вид:

$$LM : r_{LM} = \frac{kY_{LM} - M_{FACT}}{hM_{FACT}10^{-2}} \quad (1)$$

–уравнение равновесия на рынке финансовых активов,

где

r_{LM} – равновесная процентная ставка на рынке финансовых активов,

$Y_{LM} = \alpha_{LM} M_{FACT}$ – равновесная величина дохода (ВВП) на рынке финансовых активов,

$\alpha_{LM} = \frac{1+hr10^{-2}}{k}$ – мультипликатор рынка финансовых активов,

M_{FACT} – фактическая (плановая) ДМ М2 в текущих ценах,

k – эластичность спроса на деньги по доходу,

h – эластичность спроса на деньги по процентной ставке.

$$IS : r_{IS} = \frac{\alpha_{IS} A - Y_{IS}}{\alpha_{IS} b I 10^{-2}} \quad (2)$$

- уравнение равновесия на рынке благ,

где

r_{IS} – равновесная процентная ставка на рынке благ,

$Y_{IS} = \alpha_{IS} A_{\Sigma}$ – равновесная величина дохода (ВВП) на рынке благ

$\alpha_{IS} = \frac{1}{1-c_0(1-T)+c_{im}}$ – мультипликатор рынка благ,

c_0 – средняя склонность к потреблению,

c_{im} – средняя склонность к импорту,

T – налоговая ставка,

$b = \frac{I_0 - I}{r I 10^{-2}}$ – эластичность инвестиций по процентной ставке,

I_0 – валовые инвестиции,

I – инвестиции в основной капитал,

$A = E_{ex} + G + c_0 TR + I (1 + br 10^{-2})$ – коэффициент спроса с учётом величины валовых инвестиций,

$A_{\Sigma} = E_{ex} + G + c_0 TR + I$ – коэффициент спроса с учётом величины прямых инвестиций,

E_{ex} – экспорт,

G – государственные расходы,

TR – межбюджетные трансферты.

По аналогии с мультипликатором рынка благ в модифицированной модели Хикса-Хансена введено понятие мультипликатора рынка финансовых активов. Мультипликатор рынка финансовых активов показывает прямую зависимость равновесной величины дохода (ВВП) на рынке финансовых активов от величины реальной денежной массы: $Y_{LM} = \alpha_{LM} M_{FACT}$. В отличие от классических выражений модели Хикса-Хансена изменена размерность параметров эластичности b и h , которые стали безразмерными, что свойственно параметрам эластичности, а выражения, описывающие условия равновесия на рынках благ и финансовых активах, могут непосредственно использоваться для проведения математического моделирования (при условии, что введённые значения эластичностей достаточно устойчивы во времени).

На этой основе были разработаны первые исследовательские версии макроэкономических оптимизационных балансовых моделей. Получена предварительная оценка влияния оптимизации величины денежной массы на ликвидацию разрыва между максимально возможной и фактической величиной ВВП [5]. Однако полученные результаты исследований требуют существенного уточнения, так как они были проведены в предположении о полном согласовании рынков благ и финансовых активов:

$$Y_{\max} = Y_{FACT}, \quad (3)$$

где

$$Y_{\max} = C + I + G + NX \quad (4)$$

– максимально возможная величина ВВП, определяемая из условия выполнения макроэкономического тождества

C – расходы на конечное потребление,

$NX = E_{ex} - I_{im}$ – чистый экспорт.

Это означает, что оценка влияния оптимизации величины денежной массы на темпы роста ВВП при нарушении этого согласования не является окончательной и требуется проведение дополнительных исследований с целью оптимизации величины денежной массы с учётом неполного выполнения условия совместного равновесия на рынках благ и финансовых активов. Описание основных макроэкономических взаимодействий при разработке экономико-математических моделей для определения оптимальной величины денежной массы недостаточно полно, так как не решён вопрос определения ряда параметров (эластичности спроса на деньги по процентной ставке и эластичности спроса на деньги по доходу), входящих в условие равновесия на рынке финансовых активов. Результаты исследований позволяют выявить лишь тенденции экономического развития страны, но не дают возможность сформулировать конкретные предложения по повышению эффективности макроэкономической политики [2]. Требуется завершить математическую постановку задачи определения оптимальной величины денежной массы при принятых значениях макроэкономических параметров бюджета с учётом неполного выполнения условия совместного равновесия на рынках благ и финансовых активов.

1. Метод определения параметров эластичности спроса на деньги по доходу и по процентной ставке (k и h)

С целью учёта неполного выполнения условия совместного равновесия на рынках благ и финансовых активов необходимо предложить метод определения значений этих параметров эластичности. Предположим, что значения этих параметров эластичности достаточно устойчивы в течение заданного временного интервала. Тогда искомые параметры эластичности могут быть найдены в явном виде на основе составления системы из двух однотипных уравнений, соответствующих определению мультипликатора рынка финансовых активов (1):

$$\alpha_{LM0} = \frac{1 + hr_0 10^{-2}}{k}, \quad (5)$$

$$\alpha_{LM1} = \frac{1 + hr_1 10^{-2}}{k}, \quad (6)$$

где

$\alpha_{LM0} = \frac{Y_0}{M_0}$ – мультипликатор рынка финансовых активов на начало заданного временного интервала (например, на начало года),

Y_0 – величина дохода (ВВП) в предшествующем временном интервале (например, в предшествующем году),

M_0 – величина реальной денежной массы на начало заданного временного интервала,

r_0 – процентная ставка на начало заданного временного интервала,

$\alpha_{LM1} = \frac{Y_1}{M_1}$ – мультипликатор рынка финансовых активов на конец заданного временного интервала,

Y_1 – величина дохода (ВВП) на конец заданного временного интервала,

M_1 – величина реальной денежной массы на конец заданного временного интервала,

r_1 – процентная ставка на конец заданного временного интервала.

Тогда выражения для определения параметров эластичностей в явном виде могут быть записаны следующим образом:

$$k_{fact} = (1 + h_{fact}r10^{-2}) \frac{M_{fact}}{Y_{fact}} \quad (7)$$

$$h_{fact} = 10^2 \frac{Y_{fact-1}M_{fact} - Y_{fact}M_{fact-1}}{r_{-1}Y_{fact}M_{fact-1} - rY_{fact-1}M_{fact}} \quad (8)$$

Для определения эластичностей используются фактические (или планируемые) данные о величинах ВВП (Y_0, Y_1), процентных ставках (r_0, r_1) и денежной массе (M_0, M_1), которые отражают реальное состояние макроэкономической системы. В общем случае фактические (или планируемые) значения ВВП не достигают максимально возможных значений, то есть $Y_0 < Y_{max}, Y_1 < Y_{max}$. Поэтому найденные из решения уравнений (5) и (6) значения параметров h и k в общем случае соответствуют неполному выполнению условия совместного равновесия на рынках благ и финансовых активов. Использование найденных значений этих параметров при построении целевой функции [4,5] даёт возможность постановки и решения оптимизационной задачи с учётом неполного выполнения условия совместного равновесия на рынках благ и финансовых активов.

2. Математическое описание оптимизации величины денежной массы

Если известны макроэкономические параметры бюджетной политики (2), (3), а также параметры h и k (7), (8), то при равенстве равновесных процентных ставок ($r_{LM} = r_{IS}$) и равновесных величин ВВП ($Y_{LM} = Y_{IS}$) уравнение для определения ВВП может быть представлено в следующем виде:

$$Y_{IS-LM} = \beta A + \gamma M, \quad (9)$$

где:

Y_{IS-LM} – величина ВВП с учётом неполного выполнения условия совместного равновесия на рынках благ и финансовых активов, например, при отличии фактической денежной массы от её оптимального значения,

$\beta = \frac{h\alpha_{IS}M}{hM + \alpha_{IS}bkI}$ – мультипликатор бюджетной (фискальной) политики,

$\gamma = \frac{\alpha_{IS}bI}{hM + \alpha_{IS}bkI}$ – мультипликатор денежно-кредитной (монетарной) политики.

Возможность определения величины ВВП из выражения (9) с учётом неполного выполнения условия совместного равновесия на рынках благ и финансовых

активов обусловлена тем, что влияние реальной макроэкономической ситуации в стране учитывается через параметры h, k, b . Из анализа выражения (9) следует, что при фиксированных значениях макроэкономических параметров, описывающих бюджет страны и условия его реализации, величина ВВП растёт при увеличении значения ДМ. Но равновесный доход на рынке финансовых активов не может превышать предельную величину ВВП, определяемую из условия выполнения макроэкономического тождества (4). Поэтому для достижения в реально сложившейся макроэкономической ситуации максимально возможной величины ВВП требуется целенаправленное регулирование величины ДМ. Тогда задача определения оптимальной величины денежной массы может быть решена на основе постановки оптимизационной задачи в виде задачи математического программирования:

$$Y_M = \max_M Y_{IS-LM}, \quad (10)$$

при

$$Y_{\max} - \alpha_{LM} M \geq 0, \quad (11)$$

где:

Y_M – ВВП при оптимальной величине ДМ (M_{opt}) с учётом неполного выполнения условия совместного равновесия на рынках благ и финансовых активов, а условие (11) накладывает ограничение на максимально возможную величину денежной массы.

Для нахождения оптимальной величины ДМ требуется решение простейшей задачи условной оптимизации. В связи с тем, что функция Y_M по параметру M является возрастающей, то решение задачи условной оптимизации относительно этого параметра определяется равенством:

$$M_{opt} = \alpha_{LM}^{-1} Y_{\max} \quad (12)$$

Из выражения (12) следует, что оптимальная величина денежной массы определяется произведением максимально возможной величины ВВП на мультипликатор рынка финансовых активов.

Ежегодное увеличение ВВП за счёт оптимизации величины денежной массы определяется путём сравнения величин ВВП, полученных из выражений (9):

$$\delta Y_M = Y_{IS-IM}^{opt} - Y_{IS-LM}^{fact}, \quad (13)$$

где

Y_{IS-LM}^{fact} – ВВП при фактической (плановой) величине денежной массы,
 Y_{IS-IM}^{opt} – ВВП при оптимальной величине денежной массы.

3. Результаты моделирования

Исходные данные для определения оптимальной величины денежной массы M_2 как фактора роста валового внутреннего продукта представлены в таблице 1.

Оценка потенциальных возможностей повышения эффективности денежно-кредитной политики за счёт оптимизации величины денежной массы проведена в среде MS Excel.

Таблица 1: Исходные данные для определения оптимальной величины денежной массы M2 как фактора роста валового внутреннего продукта

№	Параметры	2006	2007	2008
1	Темп роста ВВП, %	7,7	8,1	7,8
2	Величина ВВП, млрд. руб.	26 903,5	33 113,5	41 540,0
3	Величина денежной массы, млрд. руб.	8 995,8	13 272,1	13 493,2
4	Чистый экспорт, млрд. руб.	3 667,8	3 213,6	5 185,6
5	Экспорт, млрд. руб.	7 993,79	8 700,52	13 779,22
6	Импорт, млрд. руб.	4 326,0	5 486,9	8 593,6
7	Инвестиции в основной капитал, млрд. руб.	4 580,5	6 626,8	8 606,7
8	Государственные расходы, млрд. руб.	2 782,8	3 888,9	4 886,3
9	Уровень инфляции, %	9	11,9	13,3
10	Дефлятор	1,15	1,14	1,16
11	Расходы на конечное потребление, млрд. руб.	17 616,1	21 810,9	27 402,2
12	Межбюджетные трансферты, млрд. руб.	1 498,5	2 094,1	2 674,6
13	Налоговые доходы, млрд. руб.	2 649,9	3 301,8	4 112,5
14	Портфельные инвестиции, млрд. руб.	4 374,7	6 474,1	8 101,2
15	Ставка рефинансирования, %I ₀	11	10	13
16	Обменный курс, руб./долл.	26,33	24,55	29,38

На рис. 1 для периода 2006-2008 годов приведены результаты оценки дефицита фактической величины денежной массы M2 и увеличения ВВП при её оптимизации.

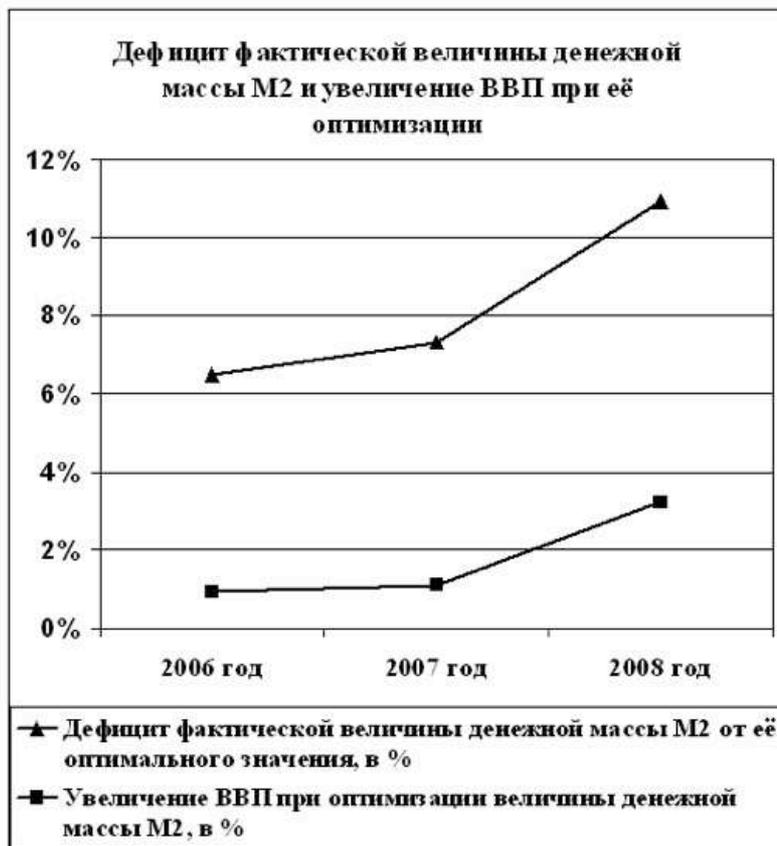


Рис. 1: Результаты оценки дефицита фактической величины денежной массы M2 и увеличения ВВП при её оптимизации.

Дефицит фактической величины денежной массы M2 в процентах от её величины в течение рассматриваемого периода возрастал с 6% до 10,9%, что характеризует ужесточение ограничительной денежно-кредитной политики, проводимой с целью снижения инфляции. Однако в рассматриваемом периоде инфляция продолжала расти (9,0% в 2006 году, 11,9% в 2007 году, 13,3% в 2008 году). Подтверждается положение [10], что инфляция (до достижения величины фактической денежной массы своего оптимального значения) в основном обусловлена немонетарными характеристиками. В рассматриваемых условиях оптимизация величины денежной массы могла привести к увеличению ВВП на 0,9% в 2006 году, на 1,1% в 2007 году, на 3,2% 2008 году без дополнительного возрастания инфляции, что обеспечивает сокращение разрыва между максимально возможным значением ВВП (4) и его фактической величиной. Появляется возможность снижения инфляции не

вопреки, а благодаря дополнительному увеличению ВВП [10]. Поэтому проведение жесткой ограничительной денежно-кредитной политики целесообразно после достижения величины фактической денежной массы своего оптимального значения.

Правомерность приведенных результатов математического моделирования подтверждается также на опыте макроэкономического развития США и Великобритании. На основе анализа макроэкономического развития США и Великобритании (в период 2000-2007г.г. [7,8]) можно сделать следующие выводы [2,3,4]. Величина денежной массы на всём периоде равнялась её оптимальному значению (12). Полностью выполняется условие совместного равновесия на рынках благ и финансовых активов (3). Подтверждается правомерность предложенного математического описания оптимизации величины денежной массы и предположения о том, что параметры эластичности (h и k) в условиях бескризисного развития достаточно устойчивы во времени и что в течение одного года их можно принять постоянными.

Заключение

Математическая модель оптимизации величины денежной массы M_2 является конкретизацией модифицированной макроэкономической модели Хикса-Хансена. Предложенная модель может быть использована как в условиях бескризисного развития экономики, так и в условиях неполного согласования рынков благ и финансовых активов, что характерно в период финансового и экономического кризиса.

Целью оптимизации величины денежной массы является ликвидация разрыва между максимально возможной и фактической величиной ВВП. Предварительные оценки показывают, что в результате оптимизации величины денежной массы возможно уменьшение этого разрыва примерно на 1-3% от фактической величины ВВП (без увеличения инфляции). До достижения денежной массы своего оптимального значения имеется возможность снижения инфляции за счёт дополнительного увеличения ВВП.

Оптимизации величины денежной массы не требует дополнительных ресурсов или финансовых затрат и является одним из необходимых условий успешной борьбы с финансовым и экономическим кризисом.

Приведенные количественные оценки повышения эффективности денежно-кредитной политики за счёт оптимизации величины денежной массы являются предварительными и в зависимости от изменения макроэкономической ситуации в стране могут быть скорректированы.

Список литературы

- [1] Линвуд Т. Гайгер. Макроэкономическая теория и переходная экономика. – М.: Инфра-М, 1996, 560 с.
- [2] Масюков В. Оптимизация величины денежной массы как фактор роста валового внутреннего продукта // Проблемы теории и практики управления, 2008, № 6, с. 51 – 55.

-
- [3] Масюков В.А. Макроэкономическая среда проведения маркетинговых исследований // Маркетинг и маркетинговые исследования, 2006, №2, с.120-124.
 - [4] Масюков В., Матылина Л. Эффективность оптимизации макроэкономических параметров управления // Проблемы теории и практики управления, 2004, №3, с. 41-47.
 - [5] Масюков В.А., Матылина Л. В. Исследование возможностей применения макроэкономической балансовой модели для информационной поддержки управленческих решений // Программные продукты и системы, 2003, №4, с. 2-4.
 - [6] Масюков В.А. , Матылина Л. В.(2003) Макроэкономическая балансовая модель для стран с элементами переходной экономики // Программные продукты и системы, 2003, №2, с. 24-27.
 - [7] Economic Indicators of the United States. – Government Printing Office, Washington, 2007, 37 p.
 - [8] United Kingdom National Accounts . – The Blue Book, London, 2007, 332 p.
 - [9] Ведута Е.Н. Государственные экономические стратегии. – Екатеринбург: Деловая книга, 1998, 440 стр.
 - [10] Инфляция, экономический рост и денежная политика.– М. :Астрия-Пресс, 2006, 32 стр.