

## ОПТИМИЗАЦИЯ ТОРГОВЫХ НАЦЕНОК ПРИ ПРОДАЖЕ ВЗАИМОЗАВИСИМЫХ ТОВАРОВ

Соломаха Г.М., Туркенич Е.В.

Тверской государственный университет, г. Тверь

---

*Поступила в редакцию 20.11.2017, после переработки 05.12.2017.*

---

В статье предложен подход к принятию решения о величине торговой наценки на реализуемые товары для предприятия розничной торговли, учитывающий возможную взаимозависимость реализуемых товаров. Подход основан на кибернетическом описании процессов функционирования предприятия, при этом процессы реализации товаров и их оптовых поставок описываются динамическими преобразователями, а функционирование торгового предприятия представляется системой дифференциальных уравнений. Выявлен экономический смысл коэффициентов полученных дифференциальных уравнений. Исходя из этого, выбран их возможный конкретный вид. Найдено аналитическое решение соответствующей системы дифференциальных уравнений, описывающей функционирование торгового предприятия. Предложена экономико-математическая модель оптимизации размера торговой наценки. Оптимизация торговых наценок проводится путем максимизации выручки торгового предприятия за исследуемый промежуток времени. Приведен пример расчета величины торговой наценки на взаимозависимые товары для двухпродуктовой модели предприятия, иллюстрирующий работоспособность предложенного подхода.

**Ключевые слова:** экономико-математическая модель, динамический преобразователь, торговое предприятие, торговая наценка, оптимизация, взаимозависимые товары, принятие решений, дифференциальное уравнение, выручка.

*Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2017. № 4. С. 59–71.*  
<https://doi.org/10.26456/vtprm189>

### Введение

Принятие решений в реальной задаче управления торговым предприятием — проблема сложная и особенно актуальная в условиях возрастающей конкуренции в сфере розничной торговли. Среди наиболее частых задач управления торговым предприятием можно выделить следующие: ценообразование, ассортиментная политика, подбор поставщиков, составление наиболее выгодного плана закупок, распределение товаров по розничным торговым точкам, оптимизация использования

финансовых ресурсов. Преимущество в конкурентной борьбе получают те предприятия розничной торговли, которые используют научный подход и программно-технические средства при решении перечисленных выше задач.

Важно осознавать структуру и все составляющие процесса принятия решений на торговом предприятии, чтобы принятое решение обеспечивало достижение наилучшего результата в управлении. Применение экономико-математических методов и моделей позволяет получить оптимальный результат без вовлечения в процесс дополнительных ресурсов, а также существенно повысить качество планирования на предприятии.

Основной задачей использования экономико-математических методов и моделей является помощь лицу, принимающему решения, научно обоснованно определить свои действия среди возможных путей достижения поставленных целей.

Математические методы и модели являются эффективным средством структурированного, наглядного и более компактного представления имеющейся информации. При помощи экономико-математической модели соответствующей системы, включающей факторы вероятности и риска, можно рассчитать и сравнить результаты различных решений, стратегий и методов управления, выбрав из них наиболее оптимальный.

В данной статье предложено решение одной из задач управления предприятием розничной торговли — нахождение оптимальных величин торговых наценок на реализуемые товары с применением методов экономико-математического моделирования, которые позволяют учесть основные факторы, определяющие функционирование предприятий. Известные экономико-математические модели функционирования торгового предприятия либо ориентированы на конкретный вид товаров [1-3], либо имеют большое количество параметров [4-7], которые трудно оценить, а тем более спрогнозировать для конкретного предприятия розничной торговли. При этом дискретные модели торгового предприятия в большей степени соответствуют реальности ввиду дискретности изменения экономических показателей, однако они предполагают обработку значительного объема информации для большого числа временных интервалов. Это ограничивает возможность их использования на практике, а тем более в интересах решения оптимизационных задач.

Таким образом, разработка непрерывной экономико-математической модели нахождения оптимальных величин торговых наценок на реализуемые товары предприятием розничной торговли, обладающей небольшим числом параметров, которые допускают оценивание по статистическим данным функционирования конкретного предприятия, является актуальной. Целью статьи является разработка метода определения величин торговых наценок, удовлетворяющего указанным требованиям. Данный метод основан на кибернетическом описании процессов функционирования предприятия сферы розничной торговли.

## **1. Экономико-математическая модель торгового предприятия**

Торговое предприятие при осуществлении своей деятельности проводит закупку товаров у поставщиков по оптовым ценам и реализует их населению по розничным. Предприятие стремится максимизировать свою выручку, которая при прочих фиксированных условиях зависит от величин торговых наценок на товары.

Для расчета торговых наценок выделим несколько товарных групп, внутри которых наценка будет одинаковой. Разделение товаров на группы позволяет уменьшить размерность оптимизационной задачи, при этом товары из разных групп могут иметь различную торговую наценку. Разобьем товары предприятия на  $s$  групп.

Предлагаемая экономико-математическая модель основана на применении кибернетического подхода к моделированию процессов функционирования предприятия в сфере торговли. Рассмотрим особенности этого подхода для исследуемых процессов. Анализ специфики торгового предприятия позволяет выявить наличие прямой связи, соответствующей процессу реализации товаров предприятием, а также обратной связи, характеризующей процесс закупки товаров по оптовым ценам предприятием на часть денежных средств, полученных им от реализации товаров населению. Таким образом, торговое предприятие рассматривается как динамическая система, содержащая прямые и обратные связи (см. схему на Рис. 1).

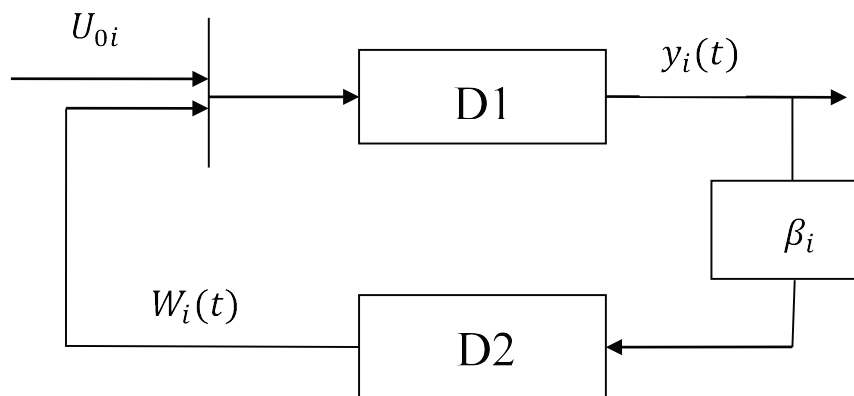


Рис. 1: Кибернетическая схема торгового предприятия

Далее будем использовать следующие обозначения:

$U_{0i}$  — внешнее инвестирование на создание запасов товаров группы  $i$  ( $i = \overline{1, s}$ ) в денежном выражении;

$y_i(t)$  — денежные средства, полученные от продажи товаров группы  $i$  к моменту времени  $t$ ;

$\beta_i$  — коэффициент, определяющий долю средств  $y_i(t)$ , идущих на оптовые закупки товаров этой же группы;

$W_i(t)$  — денежные средства, направляемые на оптовые закупки товаров этой же группы, для схемы на Рис. 1 представляет собой выход линии обратной связи.

Для процесса реализации товаров предприятием, а также для процесса закупки товаров по оптовым ценам характерно запаздывание, для моделирования которого в кибернетических системах используются динамические преобразователи. На схеме (Рис. 1) они обозначены  $D_1$  и  $D_2$  соответственно.

Вход  $x(t)$  и выход  $y(t)$  динамического преобразователя  $n$ -ого порядка связаны

с помощью дифференциального уравнения вида:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_0 y(t) = x(t),$$

где  $a_i$  — коэффициенты преобразователя.

Рассмотрим прямую линию связи. В случае, когда на все товары торгового предприятия повышенный спрос, для моделирования запаздывания в реализации товаров населению можно использовать динамический преобразователь  $D_1$  первого порядка.

Преобразователь  $D_1$  первого порядка в общем случае описывается уравнением:

$$a_1 y'(t) + a_0 y(t) = x(t).$$

Для выяснения смысла коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$ , решим данное уравнение с нулевым начальным условием  $y(0) = 0$  и  $x(t) = 1$ , получим:

$$y(t) = \frac{1}{a_0} \left( 1 - e^{-\frac{a_0}{a_1} t} \right).$$

В качестве  $a_0$  следует взять  $a_0 = (1 + \alpha)^{-1}$ .

Действительно, при достаточно большом  $t$  на единицу вложенных денежных средств предприятие должно получить доход от реализации товара равный  $(1 + \alpha)$ , где  $\alpha$  — торговая наценка, выражение в круглых скобках при этом близко к 1.

Теперь исследуем вид функции  $a_1$ . Он показывает насколько быстро реализуется товар. Для каждой группы товаров эта функция имеет свой вид  $a_{1i}$ .

В общем случае  $a_{1i}$  зависит от торговой наценки  $\alpha$ , и должна отражать тот факт, что доля реализованного товара к моменту времени  $t$  при торговой наценке  $\alpha + \delta$  не превышает доли реализованного товара к этому же моменту времени при торговой наценке  $\alpha$ , то есть повышение цены на товар при прочих неизменных условиях не должно привести к увеличению объема продаж.

Также следует учесть, что на объем продаж и скорость реализации товаров группы  $i$ , помимо собственной наценки  $\alpha_i$  также влияют и наценки на другие группы товаров, если эти товары являются взаимозаменяемыми или взаимодополняемыми с товарами группы  $i$ . Например, продажа одного товара стимулирует сбыт другого и может оказаться выгодным один из них продавать по низкой цене (с минимальной наценкой или даже в убыток для привлечения покупателей), получая прибыль за счет реализации другого товара. В данном случае можно говорить о наличии перекрестной эластичности товаров.

Основным фактором, определяющим перекрестную эластичность различных товаров, являются потребительские свойства различных благ, их способность дополнять или замещать друг друга в потреблении. Следует отметить, что перекрестная эластичность товаров может иметь асимметричный характер, когда один товар строго зависит от другого. Например, рынок компьютеров и рынок компьютерных аксессуаров и периферии (флэш-карты, коврики для мышки, наушники, принтеры и так далее). Снижение цены на компьютеры вызывает рост спроса на рынке компьютерных аксессуаров, но если снизится цена на компьютерные аксессуары, то это не окажет никакого влияния на величину спроса на компьютеры.

Так же следует отметить, что необходимо учитывать уровень цен на соответствующие товары при анализе их на взаимозаменяемость. Если разница в ценах двух взаимозаменяемых товаров существенна, то вероятно, что в реальности при увеличении цены на дешевый товар потребители не увеличат потребления дорогого товара.

Для того чтобы отразить изменение спроса (а соответственно и запаздывания в реализации) на один товар к изменению цены другого товара будем использовать коэффициент перекрестной эластичности.

Известно, что коэффициент перекрестной эластичности спроса по цене показывает относительное изменение объема спроса на данный ( $i$ -ый) товар при изменении цены другого ( $j$ -го) товара. Обозначим этот коэффициент  $E_{ij}$ .

Формула для его расчета имеет вид:

$$E_{ij} = \frac{\text{Изменение спроса на товар } i (\%)}{\text{Изменение цены на товар } j (\%)}$$

Возможны три случая:

1. При росте (снижении) цены товара  $i$  спрос на товар  $j$  растет (снижается), такие товары называются взаимозаменяемыми (субститутами). В этом случае  $E_{ij} > 0$ .
2. При росте (снижении) цены товара  $i$  спрос на товар  $j$  снижается (растет), такие товары называются взаимодополняющими (комплементарными). В этом случае  $E_{ij} < 0$ .
3. При росте (снижении) цены товара  $i$  спрос на товар  $j$  не изменяется, такие товары называются независимыми (нейтральными). В этом случае  $E_{ij} = 0$ .

Отметим, что коэффициент перекрестной эластичности может быть использован для характеристики взаимозаменяемости и взаимодополняемости товаров лишь при небольших изменениях цен. При значительных изменениях цен будет проявляться влияние эффекта дохода, что приведет к изменению спроса на оба товара. Например, если цена картофеля снизится вдвое, то очевидно, что возрастет потребление не только картофеля, но и других товаров. В этом случае получим, что  $E_{ij} < 0$ , то есть эти товары будут классифицироваться как взаимодополняющие, что неверно.

Таким образом, функция  $a_{1i}$  в общем случае зависит от наценок на группы товаров  $(\alpha_1, \dots, \alpha_s)$  и от коэффициентов перекрестной эластичности  $E_{i1}, \dots, E_{is}$ . Причем, если  $E_{ij} = 0$ , то наценка  $\alpha_j$  на товары группы  $j$  не влияет на скорость реализации товаров группы  $i$ .

Если  $E_{ij} > 0$  (товары взаимозаменяемы), то при росте наценки  $\alpha_j$  запаздывание в реализации товаров группы  $i$  должно уменьшаться, поскольку потребитель будет заменять товары из группы  $j$  на товары группы  $i$ . То есть при  $E_{ij} > 0$  функция  $a_{1i}$  является убывающей по  $\alpha_j$ .

Если  $E_{ij} < 0$  (товары взаимодополняемы), то при снижении наценки  $\alpha_j$  запаздывание в реализации товаров группы  $i$  должно уменьшаться, поскольку потребитель будет попутно с товарами из группы  $j$  покупать товары группы  $i$ . При  $E_{ij} < 0$  функция  $a_{1i}$  является возрастающей по  $\alpha_j$ .

Конкретный вид функции  $a_1(\alpha_1, \dots, \alpha_s, E_{i1}, \dots, E_{is})$  выбирается, например, с помощью проведения маркетинговых исследований.

Учитывая проведенный выше анализ коэффициента  $a_{1i}$  динамического преобразователя  $D_1$ , для дальнейших исследований возьмем его в следующем виде:

$$a_{1i}(\alpha_1, \dots, \alpha_s, E_{i1}, \dots, E_{is}) = v_i e^{\alpha_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s e^{-E_{ij} \alpha_j}.$$

Здесь  $v_i$  — это коэффициент, характеризующий запаздывание при реализации, разный для каждой группы товаров.

Теперь перейдем к рассмотрению обратной линии связи. Для моделирования запаздывания процесса закупки товара по оптовым ценам также воспользуемся динамическим преобразователем  $D_2$  первого порядка, что соответствует хорошо развитой системе оптовой торговли. В качестве коэффициента  $a_0$  следует взять 1, поскольку этот преобразователь моделирует преобразование денежных средств в товар той же суммарной стоимости, но с запаздыванием. Параметр  $a_1$  характеризует запаздывание в оптовой закупке товара предприятием. Предположим, что  $a_1 = e^n$ , где  $n$  — показатель запаздывания, примем его одинаковым для всех групп товаров. В ходе дальнейшего усовершенствования модели может быть подобран другой вид функции  $a_1$ , более точно отражающий запаздывание в закупке.

## 2. Торговое предприятие как динамическая система

Функционирование рассматриваемой динамической системы описывается составленными для каждой товарной группы системами дифференциальных уравнений вида:

– для линии прямой связи с входом  $U_{0i} + W_i(t)$

$$v_i e^{\alpha_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s e^{-E_{ij} \alpha_j} \cdot y_i'(t) + \frac{1}{1 + \alpha_i} \cdot y_i(t) = U_{0i} + W_i(t),$$

– для линии обратной связи

$$e^n \cdot W_i'(t) + W_i(t) = \beta_i \cdot y_i(t),$$

где  $\beta_i \cdot y_i(t)$  — вход преобразователя  $D_2$ .

Начальные условия имеют вид:

$$y_i(0) = 0 \text{ и } W_i(0) = 0,$$

то есть выручка от реализации товара в начальный момент времени и, соответственно, количество закупленных товаров в денежном выражении равны нулю.

Рассмотрим, как определяется решение  $y_i(t)$  системы дифференциальных уравнений.

Выразим  $W_i(t)$  из первого уравнения и подставим во второе. После несложных преобразований получим:

$$v_i e^{\alpha_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s e^{-E_{ij} * \alpha_j} \cdot e^n \cdot y_i''(t) + \left( \frac{e^n}{1 + \alpha_i} + v_i e^{\alpha_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s e^{-E_{ij} * \alpha_j} \right) \times \\ \times y_i'(t) + \left( \frac{1}{1 + \alpha_i} - \beta_i \right) \cdot y_i(t) = U_{0i}.$$

Составим характеристическое уравнение для соответствующего однородного дифференциального уравнения:

$$v_i e^{\alpha_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s e^{-E_{ij} * \alpha_j} \cdot e^n \cdot \lambda^2 + \left( \frac{e^n}{1 + \alpha_i} + v_i e^{\alpha_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s e^{-E_{ij} * \alpha_j} \right) \cdot \lambda + \\ + \left( \frac{1}{1 + \alpha_i} - \beta_i \right) = 0.$$

Дискриминант этого квадратного уравнения равен:

$$D = \left( \frac{e^n}{1 + \alpha} - v_i e^{\alpha_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s e^{-E_{ij} * \alpha_j} \right)^2 + 4 v_i e^{\alpha_i} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^s e^{-E_{ij} * \alpha_j} e^n \beta_i$$

и является положительным при  $\beta_i > 0$ , соответственно уравнение имеет два различных действительных корня  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Тогда исходное дифференциальное уравнение имеет решение:

$$y_i(t) = c_1 \cdot \exp \{ \lambda_1 \cdot t \} + c_2 \cdot \exp \{ \lambda_2 \cdot t \} + \frac{U_{0i} \cdot (\alpha_i + 1)}{1 - \alpha_i \cdot \beta_i - \beta_i}.$$

Константы  $c_1$  и  $c_2$  определяются из начальных условий:  $y(0) = 0$  и  $W(0) = 0$ .

Таким образом, мы определили вид функции  $y_i(t)$  для случая, когда все товары торгового предприятия имеют повышенный спрос и можно использовать динамический преобразователь  $D_1$  первого порядка.

В реальности спрос на различные группы товаров обычно разный и не всегда бывает высоким, в связи с чем могут понадобиться динамические преобразователи более высокого порядка, что в свою очередь усложнит расчеты. Рассмотрим случай, когда динамический преобразователь  $D_1$  имеет второй порядок. Это соответствует эффекту «психологической инерции потребителей». Преобразователь  $D_1$  характеризуется дифференциальным уравнением второго порядка:

$$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = x(t).$$

Параметры  $a_0, a_1, a_2$  в общем случае зависят от торговой наценки  $\alpha$ , то есть являются функциями  $T_0(\alpha), T_1(\alpha), T_2(\alpha)$ .

Решим полученное дифференциальное уравнение

$$T_2(\alpha)y''(t) + T_1(\alpha)y'(t) + T_0(\alpha)y(t) = x(t)$$

со следующими начальными условиями:  $y(0) = 0, y'(t) = y_0$ , где  $y_0$  — некоторая неотрицательная константа, и  $x(t) = 1$ .

Составим характеристическое уравнение для соответствующего однородного дифференциального уравнения:

$$T_2(\alpha)\lambda^2 + T_1(\alpha)\lambda + T_0(\alpha) = 0.$$

Дискриминант этого квадратного уравнения равен:

$$D = (T_1(\alpha))^2 - 4T_2(\alpha)T_0(\alpha).$$

Общее решение однородного уравнения записывается в виде:

$$y_o(t) = C_1y_1(t) + C_2y_2(t),$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — константы, а вид функций  $y_1(t)$  и  $y_2(t)$  определяется в зависимости от знака дискриминанта.

Тогда решение исходного дифференциального уравнения ищется в виде:

$$y(t) = C_1(t)y_1(t) + C_2(t)y_2(t).$$

Производные функций  $C_1(t)$  и  $C_2(t)$  определяются из системы уравнений:

$$\begin{cases} C_1'(t)y_1(t) + C_2'(t)y_2(t) = 0, \\ C_1'(t)y_1'(t) + C_2'(t)y_2'(t) = 1, \end{cases}$$

а сами функции  $C_1(t)$  и  $C_2(t)$  находятся при последующем интегрировании.

Таким образом, вид функции  $y(t)$  удалось получить только в общем виде, на его основе определить вид функций  $T_0(\alpha), T_1(\alpha), T_2(\alpha)$  невозможно. Поэтому  $T_0(\alpha), T_1(\alpha), T_2(\alpha)$  определяются путем маркетинговых исследований с учетом полученного соотношения.

В случае преобразователя второго порядка функционирование рассматриваемой динамической системы описывается составленными для каждой товарной группы системами дифференциальных уравнений вида:

– для линии прямой связи с входом  $U_{0i} + W_i(t)$

$$T_2(\alpha_i)y_i''(t) + T_1(\alpha_i)y_i'(t) + T_0(\alpha_i)y_i(t) = U_{0i} + W_i(t),$$

– для линии обратной связи

$$e^n \cdot W_i'(t) + W_i(t) = \beta_i \cdot y_i(t),$$

где  $\beta_i \cdot y_i(t)$  — вход преобразователя  $D_2$ .



Начальными условиями являются:

$$y_i(0) = 0, y_i'(t) = y_{0i}, W_i(0) = 0.$$

Данная система сводится к дифференциальному уравнению третьего порядка, решив которое, получим  $y_i(t)$ .

Суммарная выручка предприятия, полученная от реализации всех товаров к моменту времени  $T$ , определяется соотношением:

$$y(\bar{\alpha}, T) = \sum_{i=1}^s y_i(T).$$

### 3. Определение оптимального размера торговых наценок

Рассматриваемый подход помимо непосредственного нахождения функции  $y(T)$ , определяющей выручку предприятия, может быть использован для решения задачи выбора торговых наценок  $\alpha$  предприятием. Возьмём суммарную выручку  $y(\bar{\alpha}, T)$  в качестве показателя функционирования торгового предприятия.

Тогда оптимальный вектор торговых наценок на товарные группы  $\bar{\alpha}^0 = (\alpha_1^0, \dots, \alpha_s^0)$  определяется из условия максимизации функции  $y(\bar{\alpha}, T)$ :

$$y(\bar{\alpha}^0, T) = y(\bar{\alpha}, T).$$

Таким образом, приведенная экономико-математическая модель обеспечивает возможность решения оптимизационной задачи по выбору торговых наценок на товарные группы с учетом взаимозависимости товаров.

Для решения полученной задачи разработан метод переборного типа и проведены исследования зависимости дохода предприятия от торговых наценок на двух-продуктовой модели. При этом полагалось, что запаздывание реализации описывается динамическим преобразователем первого порядка и у предприятия в продаже имеются две взаимозаменяемые группы товаров. Данные товары имеют разный спрос и, соответственно, различные коэффициенты запаздывания реализации. На начальный момент времени у предприятия есть запасы каждой группы товаров, выраженные в денежном эквиваленте. Задан период планирования  $[0;6]$  в месяцах; определена доля вырученных средств, идущая на дальнейшие оптовые закупки товаров. Решалась задача определения оптимальных значений торговых наценок с учетом взаимозависимости товарных групп.

Используя при расчете торговой наценки данные по коэффициенту перекрестной эластичности спроса по цене на пищевые товары [8] представлены в Таблице 1.

Из анализа приведенных коэффициентов эластичности следует, что при изменении цены на сливочное масло, изменение спроса на маргарин будет более значительным, чем изменение спроса на сливочное масло при изменении цены на маргарин.

В Таблице 2 приведены основные исходные данные для решаемой задачи, а также результаты расчетов.

Таблица 1: Данные по коэффициенту перекрестной эластичности

Товар X	Товар Y	Коэффициент эластичности $E_{xy}$
масло	маргарин	+0,67
маргарин	масло	+0,81

Таблица 2: Результаты расчета торговых наценок

	Товарная группа 1 (сливочное масло)	Товарная группа 2 (маргарин)
Запасы (млн. руб.)	1	1
Доля выручки, идущая на последующие оптовые закупки	0,6	0,6
Коэффициенты запаздывания реализации	10	12
Торговая наценка	14%	18%

## Заключение

Таким образом, предложена экономико-математическая модель с небольшим количеством входных параметров, которые могут быть получены на основе статистических исследований рынка и практики функционирования предприятия. Предложенную экономико-математическую модель можно использовать для обоснования величин торговых наценок на товары, реализуемые торговым предприятием, при этом будет учитываться взаимозависимость между товарами. Также с применением данного подхода к моделированию предприятия розничной торговли может быть решена задача оптимального управления торговыми наценками в условиях конкуренции.

## Список литературы

- [1] Соломаха А.Г., Соломаха Г.М., Туркенич Е.В., Язенин А.В. Оптимизация торговой наценки предприятия розничной торговли при кибернетическом описании его функционирования // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2015. № 2. С. 109–118.
- [2] Соломаха А.Г., Соломаха Г.М., Туркенич Е.В., Чернышев О.Л. Оптимизация рекламных затрат и торговых наценок в сфере розничной торговли // Интернет-журнал «Науковедение». 2015. Т. 7, № 3. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/176EVN315.pdf>
- [3] Новицкая Е.В., Терпугов А.Ф. Определение оптимального объема партии товара и розничной цены продажи непрерывно портящейся продукции // Вестник Томского государственного университета. 2004. № 284. С. 67–72.

- [4] Степанова Н.В. Математические модели и инновационные методы в системе торговли: метод. пособие для вузов. Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2013. 46 с.
- [5] Галажинская О.Н. Продажа товара нетерпеливым продавцом при ступенчатом изменении цены // Вестник Томского государственного университета. 2006. № 293. С. 5–10.
- [6] Алексеева Е.Ю., Беседин А.А. Адаптация цен товаров в розничной торговле // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Экономика и менеджмент. 2010. № 39(215). С. 91–93.
- [7] Сидельников В.И., Языков М.С. Модель динамики основных параметров современного гипермаркета // Экономический вестник Ростовского государственного университета. 2008. Т. 6, № 4-3. С. 138–141.
- [8] Грачева С.С., Першин М.А. Дискретная задача оптимизации рекламной политики компании в случае линейной модели динамики спроса // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. 2013. № 3(51). URL: <http://uecs.ru/uecs51-512013/item/2033-2013-03-14-07-36-27>
- [9] Колемаев В.А. Математическая экономика. М.: ЮНИТИ, 1998. 240 с.
- [10] Gould I.P., Ferguson C.E. Microeconomic Theory. Homewood, Illinois, 1980. 101 p.

#### Образец цитирования

Соломаха Г.М., Туркенич Е.В. Оптимизация торговых наценок при продаже взаимозависимых товаров // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2017. № 4. С. 59–71. <https://doi.org/10.26456/vtpmk189>

#### Сведения об авторах

##### **Соломаха Геннадий Михайлович**

профессор кафедры исследования операций в экономике и управлении Тверского государственного университета.

*Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова 33, ТвГУ.*

##### **Туркенич Елена Владимировна**

аспирант кафедры исследования операций в экономике и управлении Тверского государственного университета.

*Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова 33, ТвГУ.*

## OPTIMIZATION OF THE TRADE MARGIN OF THE INTERDEPENDENT GOODS

**Solomakha Gennadiy Mikhailovich**

Professor at Operations Research in Economy and Management department,  
Tver State University  
*Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TverSU.*

**Turkenich Elena Vladimirovna**

PhD student at Operations Research in Economy and Management department,  
Tver State University  
*Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TverSU.*

---

*Received 20.11.2017, revised 05.12.2017.*

---

In article approach to making decision on the size of a trade margin on the realized goods for the enterprise of retail trade is offered and besides possible interdependence between the realized goods is considered. This approach is based on the cybernetic description of processes of functioning of the enterprise, and processes of realization of goods and their wholesale deliveries are described by dynamic converters, and functioning of trade enterprise is represented by the system of the differential equations. The economic sense of coefficients of the received differential equations is revealed, proceeding from it their possible concrete look is chosen. The analytical solution of the relevant system of the differential equations describing functioning of trade enterprise is found. The economic-mathematical model of optimization of the size of a trade margin is offered. Optimization of trade margins is carried out proceeding from criterion of maximizing the revenue of trade enterprise for the studied period. The example of calculation of size of a trade margin on the interdependent goods for two-grocery model of the enterprise which illustrates operability of the offered approach is given.

**Keywords:** economic-mathematical model, dynamic converter, trade enterprise, trade margin, optimization, interdependent products, decision-making, differential equation, revenue.

### Bibliographic citation

Solomakha G.M., Turkenich E.V. Optimization of the trade margin of the interdependent goods. *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika* [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2017, no. 4, pp. 59–71. (in Russian) <https://doi.org/10.26456/vtprm189>

## References

- [1] Solomakha A.G., Solomakha G.M., Turkenich E.V., Yazenin A.V. Optimization of the trade margin of the enterprise of retail trade at the cybernetic description of its functioning. *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya matematika* [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2015, no. 2, pp. 109–118. (in Russian)
- [2] Solomakha A.G., Solomakha G.M., Turkenich E.V., Chernishev O.L. Optimization of advertising costs and trade margins in the retail trade. *Internet-zhurnal «Naukovedenie»* [Internet Journal of Science], 2015, vol. 7(3). URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/176EVN315.pdf> (in Russian)
- [3] Novitskaya E.V., Terpugov A.F. Determination of the optimal volume of the consignment and the retail selling price of continuously deteriorating products. *Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta* [Bulletin of Tomsk State University], 2004, no. 284, pp. 67–72. (in Russian)
- [4] Stepanova N.V. *Matematicheskie Modeli i Innovatsionnye Metody v Sisteme Torgovli: Metod. Posobie dlya Vuzov* [Mathematical Models and Innovative Methods in the Trading System: Manual for Universities]. AltGU Publ., Barnaul, 2013. 46 p. (in Russian)
- [5] Galazhinskaya O.N. Sale of goods by an impatient seller with a stepped price change. *Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta* [Bulletin of Tomsk State University], 2006, no. 293, pp. 5–10. (in Russian)
- [6] Alekseeva E.Yu., Besedin A.A. Adaptation of the prices of goods in retail trade. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika i menedzhment* [Herald of the South Ural State University. Series: Economics and Management], 2010, no. 39(215), pp. 91–93. (in Russian)
- [7] Sidel'nikov V.I., Yazykov M.S. Model of the Dynamics of the Main Parameters of a Modern Hypermarket. *Ekonomicheskii Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta* [The Economic Herald of Rostov State University], 2008, vol. 6(4-3), pp. 138–141. (in Russian)
- [8] Gracheva S.S., Pershin M.A. Discrete problem of optimizing the company's advertising policy in the case of a linear model of demand dynamics. *Upravlenie Ekonomicheskimi Sistemami: Elektronnyi Nauchnyi Zhurnal* [Management of Economic Systems: Electronic Scientific Journal], 2013, no. 3(51). URL: <http://uecs.ru/uecs51-512013/item/2033-2013-03-14-07-36-27> (in Russian)
- [9] Kolemaev V.A. *Matematicheskaya Ekonomika* [Mathematical Economics]. YuNITI, Moscow, 1998. 240 p. (in Russian)
- [10] Gould I.P., Ferguson C.E. *Microeconomic Theory*. Homewood, Illinois, 1980. 101 p.