

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 330.322(075), 519.685

НОРМАТИВНАЯ ДВУХКРИТЕРИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА МНОГОПЕРИОДНЫХ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

Михно В.Н.* , Михно Г.А.* , Лавриненко Т.А.**

*Тверской государственный университет, г. Тверь

**Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, г. Москва

Поступила в редакцию 11.01.2019, после переработки 21.02.2019.

В статье исследуется задача двухкритериальной оценки и выбора многопериодных инвестиционных проектов, согласующегося с предпочтениями инвестора как лица, принимающего решение. Используемые критерии являются противоречивыми и измеряют степени достижения конфликтующих целей – максимизации уровня капитализации и максимизации уровня дохода, обеспечиваемых реализацией проекта. Актуальность данной задачи обусловлена практической востребованностью методов обоснования инвестиционных решений и недостаточной степенью учета предпочтений инвестора в известных методах. В основу постановки и решения задачи положены аксиомы рационального поведения инвестора и взаимонезависимость учитываемых критериев по его предпочтениям. Дано обоснование структуры и алгоритма оценки параметров функции полезности (ценности), отражающей предпочтения инвестора в двухкритериальном пространстве последствий реализации проектов. В соответствии с концепцией максимальной полезности выбор лучшего проекта в смысле предпочтений инвестора сводится к поиску проекта, доставляющего максимум функции ценности. Приводится иллюстративный пример применения предлагаемой модели выбора проектов.

Ключевые слова: многопериодная инвестиция, уровень капитализации, уровень дохода, критериальное пространство, предпочтения инвестора, независимость по предпочтению, двухкритериальная функция полезности.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 1. С. 50–61.
<https://doi.org/10.26456/vtprm526>

Введение

Наибольшей общностью (в смысле условий применимости) среди динамических моделей оценки и выбора многопериодных инвестиционных проектов обладают модель остаточной стоимости (капитализации) и модель изъятий (дохода) [1].

При этом как первая, так и вторая модели являются по сути двухкритериальными, в которых выбор лучшего проекта осуществляется в критериальном пространстве {капитализация, доход}. В условиях несовершенного рынка капитала данные критерии в общем случае являются противоречивыми, т.к. увеличение достижения по одному из них ведет к снижению достижения по другому. В первой из указанных моделей выбор проводится на основе максимизации критерия капитализации при задаваемом (инвестором) фиксируемом уровне изъятий (см. [1]). Во второй модели выбор проводится на основе максимизации критерия дохода при задаваемом (инвестором) фиксируемом уровне капитализации. Однако указанная реализация двухкритериального выбора проектов в рассматриваемых моделях не обеспечивает адекватного учета предпочтений инвестора в пространстве учитываемых критериев. В работах [2, 3] повышение согласованности результатов выбора с предпочтениями инвестора (в условиях неопределенности) достигается путем использования однокритериальной функции полезности, отражающей предпочтения инвестора по критерию капитализации с фиксацией уровня изъятий. Данный подход в силу использования фиксированного уровня дохода также не обеспечивает полной согласованности выбора проектов с предпочтениями инвестора в смысле совокупного учета возможного достижения и капитализации, и дохода.

Изложенные обстоятельства определяют актуальность задачи развития моделей анализа многопериодных инвестиционных проектов, основанных на совокупном, согласованном с предпочтениями инвестора учете показателей капитализации и дохода. Целью статьи является повышение согласованности выбора многопериодных инвестиционных проектов с предпочтениями инвестора на основе двухкритериальной модели описания последних в пространстве {капитализация, доход}.

В основу построения модели положены нормативные аксиомы рационального поведения инвестора (в смысле его предпочтений) и описания его предпочтений двухкритериальной функцией полезности, отражающей предпочтения инвестора в пространстве {капитализация, доход}. Обоснование структуры модели (т.е. вида функции полезности) базируется на установлении взаимонезависимости по предпочтению учитываемых критериев. Оценка параметров модели основана на выявлении информации о предпочтениях инвестора в двумерном критериальном пространстве с использованием интерактивного алгоритма решения задачи компенсации [4]. В основу оценки учитываемых критериев берутся формальное описание проектов с использованием модели полного финансового плана и алгоритм вычисления остаточной стоимости, обеспечиваемой реализацией многопериодного проекта (см. [1, 3]). Применение предлагаемой модели иллюстрируется на тестовой задаче выбора многопериодного инвестиционного проекта.

1. Постановка задачи

Пусть $I = \{1, 2, \dots, N\}$ определяет множество многопериодных инвестиционных проектов (см. [2]). Рассмотрим задачу выбора лучшего проекта из I в смысле предпочтений инвестора при совокупном учете обеспечиваемых проектами уровнях капитализации и дохода. Исследуем случай несовершенного, неограниченного рынка капитала (см. [1]). Следуя [2, 3], для формального описания многопериодных инвестиционных проектов и корректности формулировки задачи их сравни-

мости используем модель полного финансового плана. Данная модель (при необходимости) позволяет фиктивно ввести для всех анализируемых проектов одинаковый инвестиционный (временной) горизонт T . Кроме того, модель обеспечивает учет возможного использования излишков и/или недостачи финансовых средств, сопутствующих реализации проектов (см. [3]).

Инвестиционные платежи, связанные с проектом $i \in I$, в каждом периоде $t = 0, 1, \dots, T$ инвестиционного горизонта обозначим через $z_t(i)$. При этом для каждого периода $t = 1, 2, \dots, T$ инвестиционного горизонта предусматривается либо (фиктивное или реальное) дополняющее инвестирование с процентом d_t при наличии излишков капитала, либо дополняющее (фиктивное или реальное) заимствование капитала под процент s_t при недостатке средств для продолжения реализации проекта. В качестве априорной информации о предпочтениях инвестора используем запрашиваемые (желаемые) им величины Y_p, C_p . Здесь Y_p определяет уровень дохода (финансовых изъятий на текущее потребление) при реализации любого проекта. При этом, согласно модели полного финансового плана, обозначим через $f = (f_0, f_1, \dots, f_T)$ — вектор, определяющий структуру изъятий на потребление по периодам такой, что величина $f_t \bullet Y$ определяет изъятия на потребление в период t . Величина C_p задает запрашиваемый уровень капитализации на момент T завершения проекта. Через $W_t, t = 0, 1, \dots, T$ обозначим платежи инвестора, не связанные с анализируемыми проектами. Пусть далее $C_T(i)$ обозначает обеспечиваемый проектом $i \in I$ уровень капитализации на момент T завершения проекта при обеспечении заданного уровня Y_p изъятий, а $Y(i)$ обозначает обеспечиваемый проектом $i \in I$ уровень изъятий при обеспечении заданного уровня C_p капитализации. Для обоих случаев значения $W_t, f, d_t, s_t, z_t(i), i \in I, t = 0, 1, \dots, T$ являются исходными данными.

В рассматриваемом двумерном критериальном пространстве E_2 обозначим через C ось капитализации и через Y ось дохода (изъятий на потребление), так что $(C, Y) \in E_2$ определяет вектор последствий реализации некоторого анализируемого многопериодного проекта. Положим теперь, что предпочтения инвестора на последствиях $(C_T(i), Y(i)) \in E_2, i \in I$ удовлетворяют аксиомам рационального поведения [5], которые обуславливают существование функции полезности $u : E_2 \rightarrow R^1$. Согласно определению функции полезности (см. [5]) последствие $(C^I, Y^I) \in E_2$ (и соответствующий ему проект $i^I \in I$) предпочтительнее или равноценно (обозначается далее как \succsim) для инвестора, чем последствие $(C^{II}, Y^{II}) \in E_2$ (и соответствующий ему проект $i^{II} \in I$), если $u(C^I, Y^I) \geq u(C^{II}, Y^{II})$. Тогда (при принятых предположениях) задача выбора лучшего в смысле предпочтений инвестора многопериодного инвестиционного проекта сводится к задаче скалярной оптимизации вида

$$u(C_T(i), Y(i)) \rightarrow \max_{i \in I}. \quad (1)$$

Решение задачи (1) определяет лучший, согласованный с предпочтениями инвестора проект

$$i^* = \operatorname{argmax}_{i \in I} u(C_T(i), Y(i)). \quad (2)$$

2. Нормативная модель предпочтений инвестора и выбора проектов

Для решения задачи (1), (2) требуется специфицировать функцию полезности

$u(C, Y)$ и алгоритмы оценки значений критериев $C_T(i)$, $Y(i)$.

2.1 Спецификация структуры функции полезности

Будем анализировать предпочтения инвестора в условиях определенности, что для рассматриваемой задачи означает определенность (прогнозных) процентных ставок d_t , s_t по дополняющему инвестированию и дополняющему заимствованию соответственно, $t = 1, 2, \dots, T$. Последнее приводит к однозначности последствий $(C_T(i), Y(i)) \in E_2$, $i \in I$, а двухкритериальная функция полезности по сути вырождается в двухкритериальную функцию ценности (см. [6]).

Нетрудно показать, что рассматриваемые критерии взаимонезависимы по предпочтению инвестора (см. [6]). Действительно, для условных предпочтений на последствиях (C^I, Y^f) и (C^{II}, Y^f) при любом фиксированном уровне Y^f изъятий всегда при $C^I \geq C^{II}$ будет выполнено отношение $(C^I, Y^f) \succeq (C^{II}, Y^f)$. Данное положение означает, что условные предпочтения инвестора в одномерном подпространстве (по критерию C) критериального пространства E_2 не зависят от конкретного фиксированного уровня изъятий. Аналогичная ситуация справедлива и для условных предпочтений двумерных последствий с любым фиксированным уровнем капитализации и различных (в паре последствий) уровнях изъятий, т.е. условные предпочтения в одномерном подпространстве (по критерию Y) критериального пространства E_2 не зависят от конкретного фиксированного уровня капитализации. Приведенные рассуждения устанавливают, согласно определению (см. [6]), взаимонезависимость по предпочтению критериев капитализации и дохода, а также обуславливают существование аддитивной функции полезности, отражающей предпочтения инвестора в пространстве E_2 , вида (см. [6])

$$u(C, Y) = \alpha_1 u_1(C) + \alpha_2 u_2(Y), \quad (3)$$

где

- $u_1(C)$ — условная однокритериальная функция полезности, отражающая (условные) предпочтения инвестора по критерию капитализации;
- $u_2(Y)$ — условная однокритериальная функция полезности, отражающая (условные) предпочтения инвестора по критерию дохода;
- α_1, α_2 — весовые коэффициенты (важности) критериев капитализации и дохода соответственно, $\alpha_1 \geq 0$, $\alpha_2 \geq 0$, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$.

Установленная взаимонезависимость учитываемых критериев в задаче (1), (2) позволяет идентифицировать каждую однокритериальную функцию полезности в (3) независимо от другого (дополняющего) критерия. Для построения однокритериальных функций полезности может быть использован любой метод однокритериальной теории полезности (см. [6]), в том числе и любой метод восстановления функции полезности, основанный на установлении типа отношения инвестора к риску (см. [2, 6]). Далее полагаем, что однокритериальные функции полезности (в нашем случае ценности) в (3) восстановлены и для завершения построения функции полезности (3) требуется лишь оценить параметры α_1, α_2 данной функции.

2.2 Оценка параметров функции полезности

С учетом нормализующего условия на параметры α_1, α_2 в (3) (при известных однокритериальных функциях полезности) для оценки данных параметров достаточно выявить пару равноценных для инвестора последствий из E_2 . Действительно, пусть двумерные последствия $(C^I, Y^I) \neq (C^{II}, Y^{II})$ равноценны для инвестора (обозначается \sim), т.е. $(C^I, Y^I) \sim (C^{II}, Y^{II})$. Тогда согласно определению функции полезности, которая отражает предпочтения инвестора, имеем $u(C^I, Y^I) = u(C^{II}, Y^{II})$. Теперь с учетом вида (3) функции полезности и нормализующего условия на ее параметры получаем систему уравнений относительно α_1, α_2 :

$$\begin{cases} \alpha_1 u_1(C^I) + \alpha_2 u_2(Y^I) = \alpha_1 u_1(C^{II}) + \alpha_2 u_2(Y^{II}), \\ \alpha_1 + \alpha_2 = 1. \end{cases} \quad (4)$$

Из (4) находим

$$\alpha_1 = \frac{u_2(Y^{II}) - u_2(Y^I)}{u_1(C^I) - u_1(C^{II}) - u_2(Y^I) + u_2(Y^{II})}, \quad (5)$$

$$\alpha_2 = 1 - \alpha_1 = \frac{u_1(C^I) - u_1(C^{II})}{u_1(C^I) - u_1(C^{II}) - u_2(Y^I) + u_2(Y^{II})}. \quad (6)$$

Задачу выявления пары равноценных для инвестора двумерных последствий сформулируем как задачу компенсации ухудшения по критерию капитализации заданного двумерного последствия его улучшением по критерию дохода. Положим, что для инвестора «простыми» [7] являются задачи вербального сравнения двух различающихся по обоим критериям последствий. Т.е. для любых таких последствий инвестор способен указать, какое из них предпочтительнее (обозначается далее \succ), или же определить их как равноценные. Пусть $(C^I, Y^I) \in E_2$ любое легко интерпретируемое инвестором последствие. Обозначим через $\Delta C > 0$ величину уменьшения уровня капитализации в данном последствии. Очевидна справедливость отношения предпочтения $(C^I, Y^I) \succ (C^I - \Delta C, Y^I)$. Задачу компенсации (см. [4]) сформулируем как задачу нахождения с требуемой точностью $\varepsilon > 0$ такой величины $\Delta Y > 0$ увеличения дохода в рассматриваемом последствии, чтобы выполнялось отношение

$$(C^I, Y^I) \sim (C^{II} = C^I - \Delta C, Y^{II} = Y^I + \Delta Y). \quad (7)$$

Обозначим решение задачи компенсации через $\Delta Y((C^I, Y^I), \Delta C)$. Приведем интерактивный алгоритм решения задачи компенсации (см. [4]) для рассматриваемого случая.

Алгоритм 1:

1. Положить $\Delta = \Delta C$.
2. Положить $\Delta Y = \Delta$.
3. Предложить инвестору задачу сравнения последствий (C^I, Y^I) и $(C^I - \Delta C, Y^I + \Delta Y)$.

- Если для инвестора $(C^I, Y^I) \sim (C^I - \Delta C, Y^I + \Delta Y)$, то перейти на шаг 8.
 Если для инвестора $(C^I, Y^I) \succ (C^I - \Delta C, Y^I + \Delta Y)$, то перейти на шаг 4.
 Если для инвестора $(C^I - \Delta C, Y^I + \Delta Y) \succ (C^I, Y^I)$, то перейти на шаг 5.
4. Положить $\Delta Y = \Delta Y + \Delta$ и перейти на шаг 3.
 5. Положить $\Delta = \Delta/2$.
 6. Если $\Delta \leq \varepsilon$, то перейти на шаг 8, иначе перейти на шаг 7.
 7. Положить $\Delta Y = \Delta Y - \Delta$ и перейти на шаг 3.
 8. Положить $\Delta Y ((C^I, Y^I), \Delta C) = \Delta Y$.

Заметим, что реализация шага 3 приведенного алгоритма обеспечивается предположением о «простоте» для инвестора задачи вербального сравнения рассматриваемых двумерных последствий. Однако данное предположение может оказаться невыполнимым для некоторых пар последствий (см. [7]). Последнее требует перед применением алгоритма 1 предварительного подбора (с помощью инвестора) легко интерпретируемых им пары (C^I, Y^I) и величины ΔC , при которых тестовые задачи сравнения на шаге 3 алгоритма действительно являются простыми для инвестора (см. [6, 7]). Результатом использования алгоритма 1 является выявление пары различных равноценных для инвестора двумерных последствий, по которым в (5), (6) осуществляется оценка коэффициентов важности критериев капитализации и дохода.

2.3 Оценка уровня капитализации и дохода

Обозначим через $C_t(i)$ уровень капитализации, обеспечиваемый проектом $i \in I$ по завершении периода t при заданных значениях $W_t, Yp, f, d_t, s_t, z_t(i)$. Значение величины $C_t(i)$ при $t = 0$ равно (см. [1])

$$C_0(i) = W_o - f_0 \bullet Yp + z_0(i).$$

Для любого $t = 1, 2, \dots, T$ значение достигаемого уровня капитализации определяется соотношениями:

$$\begin{cases} C_t(i) = W_t - f_t \bullet Yp + z_t(i) + (1 + d_t) \bullet C_{t-1}(i), & C_{t-1}(i) > 0, \\ C_t(i) = W_t - f_t \bullet Yp + z_t(i) + (1 + s_t) \bullet C_{t-1}(i), & C_{t-1}(i) < 0. \end{cases} \quad (8)$$

В первом соотношении в формировании капитализации участвует дополняющая инвестиция в размере $C_{t-1}(i)$. Во втором соотношении в формировании капитализации участвует дополняющее заимствование в размере $C_{t-1}(i)$. При $t = T$ величина $C_T(i)$ соответствует уровню капитализации, обеспечиваемому проектом $i \in I$ по завершению его реализации.

Рассмотрим теперь возможный алгоритм оценки уровня $Y(i)$ дохода, обеспечиваемого проектом $i \in I$ при установленном уровне Cp капитализации и тех же значениях величин $W_t, f, d_t, s_t, z_t(i)$; $t = 0, 1, \dots, T$; $d_0 = s_0 = 0$. Предварительно заметим, что уровень капитализации $C_T(i)$, достигаемый проектом $i \in I$

по завершению его реализации, является монотонно убывающей функцией дохода (изъятий) Y , которая задается алгоритмически соотношениями (8) при подстановке в них переменной Y вместо величины Y_p . С учетом указанного свойства $C_T(i)$, как функции величины дохода Y , приведем алгоритм оценки уровня $Y(i)$ изъятий, обеспечивающего с требуемой точностью $\varepsilon > 0$ достижение уровня капитализации C_p .

Пусть Y^h — найденное (например, подбором) с использованием (8) значение уровня дохода, при котором $C_T(i) < C_p$, а Y^d — найденное с использованием (8) значение уровня дохода, при котором $C_T(i) > C_p$. Тогда $Y(i) \in (Y^d, Y^h)$ и оценка $Y(i)$ может быть найдена с помощью следующего алгоритма (метода деления интервала пополам):

Алгоритм 2:

1. Положить $a = Y^d$, $b = Y^h$.
2. Положить $Y = (a + b)/2$.
3. Вычислить с использованием (8) значение $C_T(i)$ для текущего Y .
4. Если $|C_T(i) - C_p| \leq \varepsilon$, то перейти на шаг 6, иначе перейти на шаг 5.
5. Если $C_T(i) < C_p$, то положить $b = Y$ и перейти на шаг 2.
Если $C_T(i) > C_p$, то положить $a = Y$ и перейти на шаг 2.
6. Положить $Y(i) = Y$.

Рассмотренные положения определяют следующую последовательность этапов выбора многопериодного инвестиционного проекта, соответствующего предпочтениям инвестора при совокупном учете капитализации и дохода:

- (a) идентификация функции полезности, отражающей предпочтения инвестора в критериальном пространстве E_2 и определяемой соотношениями (3)-(6);
- (b) оценка для каждого анализируемого проекта достигаемого уровня $C_T(i)$ капитализации при задаваемом уровне Y_p дохода и обеспечиваемого уровня $Y(i)$ дохода при задаваемом уровне C_p капитализации, $i = 1, 2, \dots, N$;
- (c) выбор проекта i^* по формуле (2).

3. Иллюстративный пример

Приведем сначала пример, наглядно демонстрирующий возможность возникновения конфликта между конечной остаточной стоимостью (капитализацией) и доходом при выборе между многопериодными инвестиционными проектами. Рассмотрим два двухпериодных проекта, т.е. положим $I = \{1, 2\}$, $T = 2$. Пусть далее ставки процента по дополняющему инвестированию и заимствованию пологие (см. [1]) и равны $d_t = 10\%$, $s_t = 40\%$, $t = 1, 2$. Структура изъятий определяется вектором $f = (1, 1.1, 1.2)$. Желаемые инвестором уровни дохода и капитализации при формулировке целей максимизации уровня капитализации и максимизации

Таблица 1: Потоки платежей

Субпериод t	0	1	2
Базовые платежи W_t	500	0	200
Инвестиционные платежи z_t по проекту 1	-1000	1460	0
Инвестиционные платежи z_t по проекту 2	-1200	0	2280

уровня дохода составляют $Yp = 50$, $Cp = 500$ соответственно. Данные по потокам инвестиционных платежей для каждого проекта и значения базовых платежей по периодам указаны в таблице 1.

Ориентируясь на цель максимизации остаточной стоимости (при заданном уровне $Yp = 50$ дохода), получим с использованием (8) $C_2(1) = 838.5$, $C_2(2) = 873$. Следовательно, лучшим здесь является проект 2. Если же ориентироваться на цель максимизации уровня изъятий (при заданной остаточной стоимости $Cp = 500$), то с использованием (8) и алгоритма 2 (для $\varepsilon = 1$) получим $Y(1) = 135.5$, $Y(2) = 129.5$. Следовательно, лучшим здесь оказывается проект 1. Таким образом имеем конфликт между указанными целями выбора инвестиционных проектов. Возможность конфликта между рассматриваемыми целями возрастает при не пологих ставках процента по инвестированию и по заимствованию и увеличении инвестиционного горизонта [8].

Теперь, не останавливаясь на вычислительных аспектах по оценке уровней капитализации и уровней изъятий, обеспечиваемых реализацией конкурирующих многопериодных инвестиционных проектов, продемонстрируем выбор проекта при учете предпочтений инвестора на последствиях $(C_T(i), Y(i)) \in E_2; i \in I = \{1, 2, 3, 4, 5\}; T = 4$ с использованием нормативной модели (3). Пусть полученные оценки двумерных последствий реализации проектов (при конкретных значениях $Yp, Cp, W_t, f, d_t, s_t, z_t(i), i \in I, t = 0, 1, \dots, T$) равны

$$(C_4(1), Y(1)) = (1510, 119.4); (C_4(2), Y(2)) = (1325, 156.1);$$

$$(C_4(3), Y(3)) = (1528, 110.5); (C_4(4), Y(4)) = (1420, 141.0);$$

$$(C_4(5), Y(5)) = (1518, 118.2).$$

Нетрудно видеть, что по критерию капитализации в рассматриваемом примере будет выбран проект $i^* = 3$. По критерию уровня изъятий — проект $i^* = 2$. Для иллюстрации выбора при совокупном учете критериев в соответствии с предпочтениями инвестора положим, что условные предпочтения инвестора в (3) отражаются линейными условными однокритериальными функциями ценности, определяемыми следующими выражениями естественной нормализации значений критериев [9]:

$$u_1(C_T(i)) = \frac{C_T(i) - C^0}{C^* - C^0}; u_2(Y(i)) = \frac{Y(i) - Y^0}{Y^* - Y^0}, \tag{9}$$

$$C^* = \max_{i \in I} C_T(i); C^0 = \min_{i \in I} C_T(i); Y^* = \max_{i \in I} Y(i); Y^0 = \min_{i \in I} Y(i).$$

Кроме того, пусть в (7) с использованием алгоритма 1 установлено, что для инвестора двумерное последствие $(C^I, Y^I) = (1450, 120)$ равноценно последствию $(C^{II}, Y^{II}) = (1350, 145)$. Тогда в (3), применяя (5) и (6), получим для весовых

коэффициентов $\alpha_1 \approx 0.565$, $\alpha_2 \approx 0.435$, которые вместе с (9) определяют функцию полезности (ценности) (3). Используя данную функцию, получим значения ценностей (полезностей) оцененных выше двумерных последствий реализации анализируемых проектов (по сути ценностей проектов в смысле предпочтений инвестора). Имеем

$$u(C_4(1), Y(1)) = 0.600; u(C_4(2), Y(2)) = 0.435;$$

$$u(C_4(3), Y(3)) = 0.565; u(C_4(4), Y(4)) = 0.555;$$

$$u(C_4(5), Y(5)) = 0.611.$$

Следовательно, решением задачи (1), (2) в рассматриваемом примере является проект $i^* = 5$. Именно данный проект согласуется с предпочтениями инвестора, отражающими совокупный учет критериев капитализации и дохода.

Заключение

Предложенная в статье модель обеспечивает выбор многопериодного инвестиционного проекта, соответствующего предпочтениям инвестора в пространстве конфликтующих целей — максимизации уровня капитализации и максимизации уровня дохода. Данная модель обобщает модели остаточной стоимости и изъятий и позволяет более полно учитывать предпочтения инвестора. Наиболее очевидным направлением развития предложенной модели является ее обобщение на задачи выбора многопериодных инвестиционных проектов в условиях различного типа неопределенностей.

Список литературы

- [1] Крушвиц Л. Инвестиционные расчеты. СПб.: Питер, 2001. 432 с.
- [2] Михно В.Н. Модель максимальной энтропии для формирования инвестиционного портфеля // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2017. № 1. С. 45–55.
- [3] Михно В.Н., Канарейкина А.С. Модель формирования портфеля многопериодных инвестиций // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2017. № 2. С. 79–88.
- [4] Виноградская Т.М. Два алгоритма выбора многомерной альтернативы // Автоматика и телемеханика. 1977. № 2. С. 90–95.
- [5] Фон Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 983 с.
- [6] Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. 560 с.
- [7] Ларичев О.И. Новое направление в теории принятия решений: вербальный анализ решений // Информационные технологии и вычислительные системы. 1995. № 1. С. 24–34.

- [8] Kruschwitz L., Fischer J. Konflikte zwischen Endwert und Entnahmemaximierung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1978. Vol. 64. Pp. 752–782.
- [9] Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1986. 296 с.

Образец цитирования

Михно В.Н., Михно Г.А., Лавриненко Т.А. Нормативная двухкритериальная модель анализа многопериодных инвестиционных проектов // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 1. С. 50–61. <https://doi.org/10.26456/vtprm526>

Сведения об авторах

1. **Михно Владимир Николаевич**

заведующий кафедрой математической статистики и системного анализа Тверского государственного университета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ. E-mail: vmikhno@gmail.com

2. **Михно Галина Алексеевна**

доцент кафедры математического моделирования и вычислительной математики Тверского государственного университета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ.

E-mail: g.mikhno@yandex.ru

3. **Лавриненко Татьяна Алексеевна**

доцент кафедры высшей математики Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова.

Россия, 117997, г. Москва, Стремянный пер., д. 36, РЭУ имени Г.В. Плеханова.

E-mail: Lavrinenko.TA@rea.ru

NORMATIVE TWO-CRITERIA MODEL OF MULTI-PERIOD INVESTMENT PROJECTS ANALYSIS

Mikhno Vladimir Nikolaevich

Head of the Department of Mathematical Statistics and System Analysis,
Tver State University

Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabov st., TverSU.

E-mail: vmikhno@gmail.com

Mikhno Galina Alekseevna

Associate Professor at the Department
of Mathematical Modeling and Computational Mathematics,
Tver State University

Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabov st., TverSU.

E-mail: g.mikhno@yandex.ru

Lavrinenko Tatiana Alekseevna

Associate Professor at Higher Mathematics department,
Plekhanov Russian University of Economics

Russia, 117997, Moscow, 36 Stremyanny lane, PRUE.

E-mail: Lavrinenko.TA@rea.ru

Received 11.01.2019, revised 21.02.2019.

The article examines the problem of two-criteria evaluation and selection of multi-period investment projects consistent with the preferences of an investor as the decision-maker. The criteria used are contradictory and measure the degree of achieving conflicting goals – maximizing the capitalization and maximizing the income achieved by the project realization.

The relevance of this problem lies in the practical demand for the methods of justifying investment decisions and the insufficient degree of accounting for investor preferences in the known methods. The article puts the axioms of rational investor behavior and the mutual independence of considered preference criteria at the heart of formulating and solving the problem. The article justifies the structure and the algorithm of estimating the parameters of the function of the utility (value) reflecting investor preferences in a two-criteria space of project implications. In accordance with the concept of maximum utility, the choice of the best project in terms of investor preferences is reduced to seeking a project providing the maximum value function.

The article provides a demonstrative example of applying the proposed model of choosing projects.

Keywords: multi-period investment, capitalization level, income level, criteria space, investor preferences, preference independence, two-criteria utility function.

Citation

Mikhno V.N., Mikhno G.A., Lavrinenko T.A., “Normative two-criteria model of Multi-period investment projects analysis”, *Vestnik Tvgu. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2019, № 1, 50–61 (in Russian). <https://doi.org/10.26456/vtpmk526>

References

- [1] Krushvits L., *Investitsionnye Raschety [Investment calculations]*, Piter Publ., SPb., 2001 (in Russian), 432 pp.
- [2] Mikhno V.N., “Maximum entropy model for forming an investment portfolio”, *Vestnik Tvgu. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2017, № 1, 45–55 (in Russian).
- [3] Mikhno V.N., Kanareikina A.S., “Model of forming multiperiod investments portfolio”, *Vestnik Tvgu. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2017, № 2, 79–88 (in Russian).
- [4] Vinogradskaya T.M., “Two algorithms for choosing a multidimensional alternative”, *Automation and Remote Control*, 1977, № 2, 90–95 (in Russian).
- [5] Fon Nejman Dzh., Morgenshtern O., *Teoriya Igr i Ekonomicheskoe Povedenie [Game Theory and Economic Behavior]*, Nauka Publ., Moscow, 1970 (in Russian), 983 pp.
- [6] Kini R.L., Rajfa Kh., *Prinyatie Reshenij pri Mnogikh Kriteriyakh: Predpochteniya i Zameshcheniya [Decision making under many criteria: preferences and substitutions]*, Radio i Svyaz Publ., Moscow, 1981 (in Russian), 560 pp.
- [7] Larichev O.I., “New direction in decision theory: verbal decision analysis”, *Informatsionnye Tekhnologii i Vychislitelnye Sistemy [Information Technology and Computing Systems]*, 1995, № 1, 24–34 (in Russian).
- [8] Kruschwitz L., Fischer J., “Konflikte zwischen Endwert und Entnahmemaximierung”, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, **64** (1978), 752–782.
- [9] Dubov Yu.A., Travkin S.I., Yakimets V.N., *Mnogokriterialnye Modeli Formirovaniya i Vyboru Variantov Sistem [Multi-criteria Models of the Formation and Selection of Options for Systems]*, Nauka Publ., Moscow, 1986 (in Russian), 296 pp.