УДК 519.816

МОРФОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПРИНЯТИЮ ОБОСНОВАННЫХ РЕШЕНИЙ ПО ЭКСПЕРТНЫМ СУЖДЕНИЯМ

Харченко Е.А.
Московский политехнический университет, г. Москва

Поступила в редакцию 08.02.2019, после переработки 24.03.2019.

В настоящей статье рассматривается применение одной из методик принятия решений в условиях неопределенности на основе экспертных оценок. От широко известных она отличается доступностью для понимания, простотой использования и универсальностью. В ней разрешены некоторые практические вопросы: необходимость обработки параметров разных типов, необходимость получения обоснованного результата при наличии несогласованности в ответах экспертов, необходимость обоснования близости мнений экспертов, необходимость обработки неполных данных, нежелательность свертки значений всех показателей в один показатель эффективности, необходимость представления результатов экспертизы в легко интерпретируемой форме. Поиск наилучшего решения основывается на построении вероятностного пространства всевозможных ответов экспертов. Альтернативные решения представляются как области согласованных оценок экспертов. Описывается процедура наложения фактических ограничений на решения. Предлагается инструмент сравнения решений.

Ключевые слова: методы принятия решений, методы экспертных оценок, прогнозирование, морфологический анализ данных.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 2. С. 42–56.
https://doi.org/10.26456/vtpmk531

Введение

Сегодня в условиях рыночной экономики любая производственная деятельность связана с рисками. Чтобы двигаться вперед предприниматель вынужден предугадывать и прогнозировать быстро изменяющиеся или еще несуществующие, характеристики товаров, услуг или явлений. С целью подготовки информации для принятия обоснованных решений в условиях неопределенности зачастую прибегают к методам экспертных оценок, они заключаются в систематизации опыта, знаний и интуиции специалистов в заданной предметной области. Тогда решением является формализованное общее мнение экспертов, которое представляется набором взаимосвязанных значений параметров, характеризующих изучаемый объект.

В целом, под экспертными оценками понимают совокупность следующих обобщенных мероприятий:

1) формулировка цели экспертизы и подготовка перечня показателей, описывающих исследуемый объект;

2) формирование группы экспертов и получение от них информации;

3) извлечение полезной информации из результатов опроса;

4) выработка решений и документирование результатов.

Иллюстрируемая в настоящей статье методика [1, 2] затрагивает последние два этапа экспертизы, состоящих в обработке экспертной информации и выработке обоснованных, т.е. поддающихся объяснению, решений.

Для осуществления перечисленных выше действий необходимо привлечение участников трех категорий: заказчика, исследователя и группы экспертов. Заказчик — это лицо, заинтересованное в проведении экспертизы и принимающее окончательное решение. Исследователь, или руководитель экспертизы, проводит экспертизу и формирует набор альтернативных решений. Экспертом же является специалист, формулирующий индивидуальное мнение об исследуемом объекте.

Самым простым и распространенным форматом проведения опроса с выработкой решения является «мозговой штурм». Он подкупает возможностью свободно высказывать любые идеи, но плохо адаптируется для анализа многосложных понятий. Также из широко известных методов экспертных оценок можно выделить: метод Дельфы, метод парных сравнений, метод ранжирования, метод непосредственной оценки, метод последовательных сравнений, метод последовательных уступок, метод весовых коэффициентов, метод идеальной точки, метод корреляционного анализа, матричный метод и другие.

Несмотря на огромное разнообразие методов экспертных оценок, при их использовании исследователи сталкиваются с рядом труднопреодолимых проблем, к числу которых относятся [3, 4]:

1) необходимость обработки разнотипных параметров (количественных и качественных);

2) необходимость получения обоснованного прогноза при наличии несогласованности в ответах экспертов (при неоднородности значений);

3) необходимость обоснования близости оценочных мнений экспертов или решений;

4) невозможность некоторыми экспертами дать оценки некоторым параметрам (по причине многообразия затрагиваемых областей знаний);

5) необходимость свертки значений всех показателей в один показатель эффективности при выборе решения;

6) необходимость представления результатов исследования в удобной и понятной форме для специалистов прикладной области.

В представляемой методике разрешены все перечисленные выше вопросы. Поиск наилучшего решения основывается на морфологическом анализе многомерных данных и заключается в построении всех допустимых решений для системы параметров, описывающих исследуемый объект.

1. Первичное представление экспертных мнений

Пример первичных результатов опроса экспертов (исходные данные) приведен в сводной Таблице 1. Здесь каждая строка представляет индивидуальное экспертное мнение, состоящее из оценок четырех показателей. Для возможности применения методов математической статистики объем исследуемой выборки должен составлять как минимум 40-50 экспертных мнений.

Таблица 1: Первичные результаты опроса экспертов

№	Экспертное мнение				θ	№	Экспертное мнение				θ
	x_1	x_2	x_3	x_4			x_1	x_2	x_3	x_4	
1	16	12,5	есть	есть	5	23	34	15,4	есть	есть	5
2	72	14,1	нет	нет	20	24	137	7,4	нет	нет	28
3	11	2,5	нет	нет	4	25	41	7,9	нет	нет	4
4	122	3,5	нет	нет	28	26	37	16,1	есть	есть	5
5	76	14,2	нет	нет	20	27	83	16,2	нет	нет	20
6	128	3,3	нет	нет	28	28	82	16,3	нет	нет	20
7	22	3,1	нет	нет	4	29	141	6,4	нет	нет	28
8	136	27,1	нет	есть	35	30	26	16,4	есть	есть	5
9	17	13,5	есть	есть	5	31	143	6,5	нет	нет	28
10	78	14,3	нет	нет	20	32	142	5,6	нет	нет	28
11	131	4,1	нет	нет	28	33	37	17,1	есть	есть	5
12	26	4,9	нет	нет	4	34	148	7,6	нет	нет	28
13	24	15,1	есть	есть	5	35	148	5,1	нет	нет	28
14	138	28,3	есть	нет	34	36	38	28,5	нет	нет	12
15	32	15,2	есть	есть	5	37	43	5,9	нет	нет	4
16	132	4,5	нет	нет	28	38	88	29,4	нет	нет	24
17	31	4,2	нет	нет	4	39	39	17,2	есть	есть	5
18	136	6,1	нет	нет	28	40	86	17,3	нет	нет	20
19	34	6,8	нет	нет	4	41	92	18,5	нет	нет	20
20	81	13,6	нет	нет	20	42	48	5,4	нет	нет	4
21	28	15,3	есть	есть	5	43	152	5,5	нет	нет	28
22	33	7,2	нет	нет	4	44	–	–	–	–	–

Пусть имеется необходимость оценки некоторой проблемы на основе мнений специалистов с целью последующего принятия решения, выбора. Например, пусть заказчиком планируется закупка или изготовление высокотехнологического изделия, для чего требуется спрогнозировать его технико-экономических показатели. Тогда исследователем формируется группа разносторонне подготовленных экспертов и разрабатывается система однозначно понимаемых, характеризующих «образец», показателей, для определенности:

$$\begin{gathered} x_1 \in X_1 = [0; \infty)\,, \\ x_2 \in X_2 = [0; \infty)\,, \\ x_3 \in X_3 = \{\text{«есть»}, \text{«нет»}\}\,, \\ x_4 \in X_4 = \{\text{«есть»}, \text{«нет»}\}\,. \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь x_1 и x_2 — некоторые количественные, численно измеряемые, показатели, x_3 и x_4 — некоторые качественные, атрибутивные, показатели, а множества X_1, X_2, X_3 и X_4 являются областями допустимых значений соответствующих показателей.

Как правило, заказчик исследования стеснен в средствах реализации решения, и для выработки реалистичного решения ему предоставляется возможность сформулировать фактические области допустимых значений оцениваемых показателей. Система ограничений, для определенности:

$$\begin{gathered} x_1 < 90, \\ x_2 > 18, \\ (x_3 = \text{«нет»}) \Rightarrow (x_1 < 45)\,. \end{gathered} \tag{2}$$

При «равноправии» экспертов типичная обработка экспертных оценок заключается в следующем. Для каждого j-ого количественного показателя вычисляется среднее арифметическое значение $\bar{x}_j$:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} x_{ij},$$

где m — число экспертов, x_{ij} — оценка i-ым экспертом значения j-ого показателя. Причем область допустимых значений каждого количественного показателя сужается до интервала

$$(\bar{x}_j - 3\sigma_j, \bar{x}_j + 3\sigma_j)\,,$$

где σ_j — среднее квадратическое отклонение j-ого показателя:

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{m-1} \cdot \sum_{i=1}^{m} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}.$$

В свою очередь, для каждого качественного показателя выбирается самое часто встречающееся в ответах экспертов значение.

Такие расчеты покажут следующие прогнозируемые значения в рассматриваемом примере (без учета ограничений заказчика):

$$\begin{cases} x_1^* \in (0; 221,48)\,, \\ x_2^* \in (0; 33,88)\,, \\ x_3^* = \text{«нет»}, \\ x_4^* = \text{«нет»}. \end{cases} \tag{3}$$

Показатели (3) рассматриваются как независимые и не могут объективно описывать малоизученную предметную область.

2. Разбиение областей допустимых значений показателей

Как уже отмечалось, в широко используемых методах экспертных оценок принятие решения основано на усреднении значений каждого количественного показателя, что лишено практического смысла, поскольку каждая область однородности может обладать своей качественной определенностью. Например, компьютеры разных классов описываются одними и теми же показателями (надежностью, быстродействием, стоимостью, потребляемой мощностью и другими), но в разных классах значения этих показателей группируются вокруг разных точек сгущения. Другими словами, каждый класс компьютеров характеризуется своим набором значений показателей. Усреднение значений количественных показателей без учета принадлежности компьютеров тому или иному классу влечет выбор необъективного и нереалистичного решения (определенной комбинации значений всех показателей).

Для индикации несогласованности экспертных мнений по значениям каждого количественного показателя строится гистограмма. В общем случае статистическая плотность распределения, получаемая сглаживанием гистограммы, имеет не единственную вершину — как для показателей x_1 (Рис. 1) и x_2 в рассматриваемом примере. Многомодальность плотности распределения показателя зачастую и свидетельствует о неоднородности его значений. Границы подобластей однородных значений показателя определяются точками локальных минимумов функции плотности распределения.

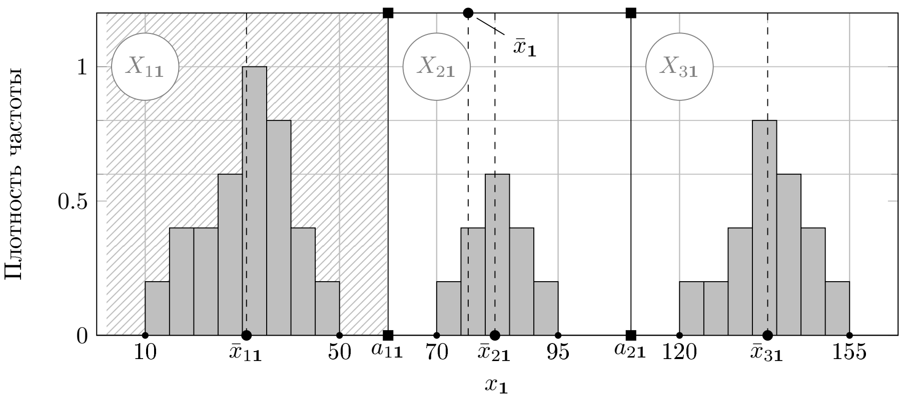

Рис. 1: Распределение значений показателя x_1

Так область допустимых значений X_1 показателя x_1 (1) разбивается точками a_{11} и a_{21} на три непересекающихся подмножества (Рис. 1):

$$X_1 = X_{11} \cup X_{21} \cup X_{31}, \tag{4}$$

где

$$\begin{gathered} X_{11} = \{x_1 \mid x_1 < 60\} = [0;60)\,, \\ X_{21} = \{x_1 \mid 60 \leqslant x_1 < 110\} = [60,110)\,, \\ X_{31} = \{x_1 \mid x_1 \geqslant 110\} = [110,\infty)\,. \end{gathered}$$

Подобным образом разбивается и область допустимых значений X_2 показателя x_2 (1):

$$X_2 = X_{12} \cup X_{22} \cup X_{32}, \tag{5}$$

где

$$\begin{gathered} X_{12} = \{x_2 \mid x_2 < 10\} = [0,10)\,, \\ X_{22} = \{x_2 \mid 10 \leqslant x_2 < 23\} = [10,23)\,, \\ X_{32} = \{x_2 \mid x_2 \geqslant 23\} = [23,\infty)\,. \end{gathered}$$

При построении гистограммы по m значениям за оптимальное число интервалов рекомендуется принимать максимальное натуральное нечетное число

$$k \in \left(0,55 \cdot m^{0,4}; 1,25 \cdot m^{0,4}\right).$$

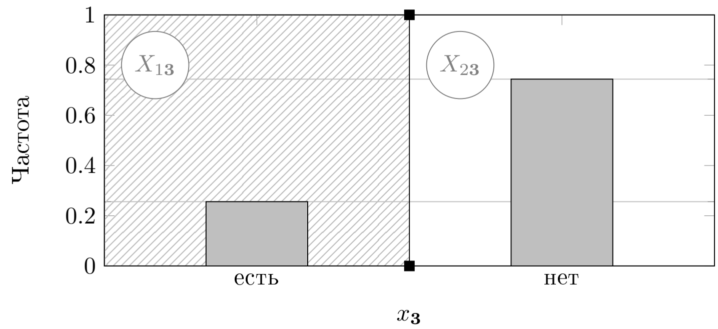

Рис. 2: Распределение значений показателя x_3

Вместе с тем области допустимых значений качественных показателей механически разбиваются на одноэлементные подмножества. Разбиение области значений показателя x_3 (1) принимает вид (Рис. 2):

$$X_3 = X_{13} \cup X_{23}, \tag{6}$$

где

$$X_{13} = \{x_3 \mid x_3 = \text{«есть»}\},$$
$$X_{23} = \{x_3 \mid x_3 = \text{«нет»}\}.$$

Аналогично разбивается область значений показателя x_4 (1):

$$X_4 = X_{14} \cup X_{24}, \tag{7}$$

где

$$X_{14} = \{x_4 \mid x_4 = \text{«есть»}\},$$
$$X_{24} = \{x_4 \mid x_4 = \text{«нет»}\}.$$

Так выявляются области однородных значений для каждого показателя.

3. Построение пространства экспертных мнений

В основе рассматриваемого метода экспертных оценок лежит построение вероятностного пространства, множеством элементарных событий которого является линейное пространство двоичных векторов: n — размерность пространства, равная количеству параметров. Оно строится следующим образом.

Сначала формируется множество D всевозможных допустимых комбинаций значений системы показателей (4–7):

$$D = D_1 \times D_2 \times D_3 \times D_4, \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned} D_1 &= \{X_{11}, X_{21}, X_{31}\}, \\ D_2 &= \{X_{12}, X_{22}, X_{32}\}, \\ D_3 &= \{X_{13}, X_{23}\}, \\ D_4 &= \{X_{14}, X_{24}\}. \end{aligned}$$

Затем каждому кортежу множества D однозначно ставится в соответствие двоичный вектор, принадлежащий линейному векторному пространству $Y = F_2^n$ (в расчетном примере $n = 10$). Векторы конструируются таким образом, чтобы в них каждому показателю взаимно-однозначно соответствовала определенная группа битов. Принимается, что элементам множества D (мнениям экспертов) отвечают векторы с наличием ровно по одному разряду, равному единице, в каждой из разделенных по показателям группе битов.

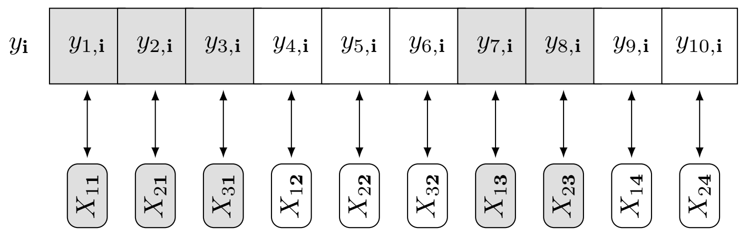

Рис. 3: Структура элементов пространства Y

Значения разрядов каждого двоичного вектора определяются в соответствии с Рис. 3, формальное правило заполнения, например, 5-ого разряда имеет вид:

$$y_5 = \begin{cases} 1, & \text{если } x_2 \in X_{22}, \\ 0, & \text{если } x_2 \notin X_{22}. \end{cases}$$

Так девятому элементу множества D, т.е. набору $(X_{11}, X_{32}, X_{13}, X_{14})$, соответствует двоичный вектор (100 001 10 10).

Все элементы множества D и соответствующие им двоичные векторы пространства Y представлены в Таблице 2. Таблица заполняется комбинаторным перебором, а ее размерность определяется мощностями множеств D_1, D_2, D_3 и D_4: число строк $r = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 36$ и число столбцов $c = 3 + 3 + 2 + 2 = 10$.

Построение пространства мнений экспертов завершается вычислением для каждого элемента множества D вероятности, в классическом понимании. Для каждого эксперта (Таблица 1) определяется номер области θ (Таблица 2), которой принадлежат его оценки. Затем для каждой области θ вычисляется вероятность p_θ: число появлений области в ответах экспертов делится на общее число экспертов. Каждому невозможному событию (соответствующая комбинация не входит в

Таблица 2: Допустимые комбинации значений показателей

θ	Кортеж значений				y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	p_θ
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
2	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{24}	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
3	X_{11}	X_{12}	X_{23}	X_{14}	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
4	X_{11}	X_{12}	X_{23}	X_{24}	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	$0,209$
5	X_{11}	X_{22}	X_{13}	X_{14}	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	$0,233$
6	X_{11}	X_{22}	X_{13}	X_{24}	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
7	X_{11}	X_{22}	X_{23}	X_{14}	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
8	X_{11}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
9	X_{11}	X_{32}	X_{13}	X_{14}	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
10	X_{11}	X_{32}	X_{13}	X_{24}	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
11	X_{11}	X_{32}	X_{23}	X_{14}	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
12	X_{11}	X_{32}	X_{23}	X_{24}	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	$0,023$
13	X_{21}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
14	X_{21}	X_{12}	X_{13}	X_{24}	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
15	X_{21}	X_{12}	X_{23}	X_{14}	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
16	X_{21}	X_{12}	X_{23}	X_{24}	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
17	X_{21}	X_{22}	X_{13}	X_{14}	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
18	X_{21}	X_{22}	X_{13}	X_{24}	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
19	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{14}	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
20	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	$0,186$
21	X_{21}	X_{32}	X_{13}	X_{14}	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
22	X_{21}	X_{32}	X_{13}	X_{24}	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
23	X_{21}	X_{32}	X_{23}	X_{14}	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
24	X_{21}	X_{32}	X_{23}	X_{24}	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	$0,023$
25	X_{31}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0
26	X_{31}	X_{12}	X_{13}	X_{24}	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
27	X_{31}	X_{12}	X_{23}	X_{14}	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
28	X_{31}	X_{12}	X_{23}	X_{24}	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	$0,279$
29	X_{31}	X_{22}	X_{13}	X_{14}	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
30	X_{31}	X_{22}	X_{13}	X_{24}	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
31	X_{31}	X_{22}	X_{23}	X_{14}	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
32	X_{31}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
33	X_{31}	X_{32}	X_{13}	X_{14}	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0
34	X_{31}	X_{32}	X_{13}	X_{24}	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	$0,023$
35	X_{31}	X_{32}	X_{23}	X_{14}	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	$0,023$
36	X_{31}	X_{32}	X_{23}	X_{24}	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0

D) приписывается вероятность, равная 0. При непосредственных расчетах достаточно использовать редуцированный вариант таблицы, без элементов с нулевыми частотами.

Для проведения опроса в реальных условиях, когда показатели могут относиться к принципиально разным областям знаний, целесообразно предоставить возможность экспертам воздержаться от оценки некоторых показателей. Вариант ответа «не знаю» легко ввести для любого показателя, если расширить соответствующую область значений. Например, для показателя x_1 при таком подходе область значений может иметь вид:

$$D_1 = \{X_{11}, X_{21}, X_{31}, X_{41}\}\,,$$
$$X_{41} = \{x_1 \mid x_1 = \text{«не знаю»}\}\,.$$

Фактически, на этом этапе производится унификация представления комбинированных мнений экспертов для последующей единообразной обработки: количественные показатели отождествляются с качественными.

4. Поиск альтернативных решений

Во многих практических задачах прогнозирования ответы экспертов будут группироваться в небольшом числе элементов множества D. Большинство же элементов множества D будут иметь нулевую или близкую к нулю вероятности.

После упорядочивания элементарных событий (двоичных векторов) в соответствии с убыванием их вероятностей вводится случайная величина ξ, значения которой равны номерам элементарных событий в этом упорядоченном ряду, а вероятности — вероятностям соответствующих элементарных событий (табл. 3). Контрольные мнения 8-го и 14-ого экспертов (табл. 1) по значениям качественных показателей оказались в разрозненных 35-ой и 34-ой областях соответственно.

Закон распределения случайной величины ξ полагается неизвестным, тогда, после вычисления математического ожидания $\bar{\xi}$ и среднего квадратического отклонения σ_ξ, на основании неравенства Чебышева

$$p\left(\left|\xi - \bar{\xi}\right| \geqslant 3\sigma_\xi\right) \leqslant \frac{1}{9} \tag{9}$$

можно заключить, что подавляющее большинство экспертных оценок (не меньше 89%) принадлежит тем элементам множества D, которым соответствуют значения случайной величины ξ, удовлетворяющие неравенству

$$\left|\xi - \bar{\xi}\right| < 3\sigma_\xi,$$

т.е. ограниченные интервалом

$$1 \leqslant \xi \leqslant rounding\big(\bar{\xi} + 3\sigma_\xi\big).$$

Принимается, что «шум», не превышающий 11% (9), дают оценки экспертов совсем некомпетентных или излишне информированных — их допустимо исключить из рассмотрения.

Строки Таблицы 3 описывают все практически возможные совокупности значений показателей. Их анализ показывает, что преобладающий вклад дают элементы множества D с номерами 28, 5, 4 и 20:

$$p^*_{28} + p^*_5 + p^*_4 + p^*_{20} = 0,907.$$

Таблица 3: Области согласованных оценок

ξ	D_1	D_2	D_3	D_4	θ	p^*_θ
1	X_{31}	X_{12}	X_{23}	X_{24}	28	$0,279$
2	$\mathbf{X_{11}}$	$\mathbf{X_{22}}$	$\mathbf{X_{13}}$	$\mathbf{X_{14}}$	5	$0,233$
3	X_{11}	X_{12}	X_{23}	X_{24}	4	$0,209$
4	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	20	$0,186$
5	X_{11}	X_{32}	X_{23}	X_{24}	12	$0,023$
6	X_{21}	X_{32}	X_{23}	X_{24}	24	$0,023$
7	X_{31}	X_{32}	X_{13}	X_{24}	34	$0,023$
8	X_{31}	X_{32}	X_{23}	X_{14}	35	$0,023$

Частоты остальных областей на порядок меньше, и это может служить дополнительным пороговым критерием отбора решений.

По сути, на данной стадии происходит элементарная классификация данных по признаку совпадения значений всех показателей в двоичном представлении. Такой подход оправдывает себя, если число параметров хотя бы на порядок меньше числа экспертов.

5. Измерение близости решений

Меру близости, или расстояние, можно определить для любого множества, если каждым двум его элементам a и b сопоставить действительное число $\rho\,(a,b)$ такое, что для элементов a, b и c множества справедливы условия:

$$\begin{gathered}\rho\,(a,b) \geqslant 0,\\ \rho\,(a,b) = 0 \Leftrightarrow a = b,\\ \rho\,(a,b) = \rho\,(b,a)\,,\\ \rho\,(a,b) + \rho\,(b,c) \geqslant \rho\,(a,c)\,.\end{gathered} \tag{10}$$

Для измерения близости двух произвольных двоичных векторов равной длины обычно используют расстояние Хэмминга, определяемое как число несовпадающих разрядов сравниваемых векторов. Векторы построенного вероятностного пространства мнений экспертов обладают особым строением, поэтому для измерения близости двух произвольных мнений принимается половина расстояния Хэмминга:

$$\rho^*\,(a,b) = \frac{1}{2}\cdot\rho_{\mathrm{ham}}\,(a,b)\,. \tag{11}$$

Введенное таким образом расстояние удовлетворяет аксиомам расстояния (10), в чем легко убедиться непосредственной подстановкой.

Так, например, можно вычислить расстояние между оценками 6-ого и 15-ого экспертов (Таблица 1). Ответу 6-ого эксперта соответствует вектор (001 100 01 01), а 15-ого — вектор (100 010 10 10) (Таблица 2). Расстояние Хэмминга между этими векторами вычисляется поразрядным сложением векторов по модулю 2:

$$\oplus\begin{array}{cccc} 0\,0\,1 & 1\,0\,0 & 0\,1 & 0\,1 \\ 1\,0\,0 & 0\,1\,0 & 1\,0 & 1\,0 \\ \hline 1\,0\,1 & 1\,1\,0 & 1\,1 & 1\,1 \end{array}$$

Результирующий вектор содержит 8 единиц, тогда, согласно (11), искомое расстояние $\rho^* = 4$. Это означает, что оценки 6-ого и 15-ого экспертов различаются по всем показателям.

Описанный способ сравнения экспертных мнений (или выработанных решений) дает простой в представлении и информативный результат.

6. Выбор окончательного решения

Найденная совокупность согласованных оценок экспертов (первые четыре строки Таблицы 3) соответствует логическому уравнению:

$$\begin{gathered}\bar{y}_1\bar{y}_2y_3y_4\bar{y}_5\bar{y}_6\bar{y}_7y_8\bar{y}_9y_{10} \wedge y_1\bar{y}_2\bar{y}_3\bar{y}_4y_5\bar{y}_6y_7\bar{y}_8y_9\bar{y}_{10}\wedge \\ \wedge y_1\bar{y}_2\bar{y}_3y_4\bar{y}_5\bar{y}_6\bar{y}_7y_8\bar{y}_9y_{10} \wedge \bar{y}_1y_2\bar{y}_3\bar{y}_4y_5\bar{y}_6\bar{y}_7y_8\bar{y}_9y_{10} = 1.\end{gathered} \tag{12}$$

Фактически это логическая формула, представленная в совершенной дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ) от переменных y_1, y_2, ..., y_{10}. Решения уравнения (12), определяемые по таблице 2, являются первичными, альтернативными, решениями задачи прогнозирования и предъявляются заказчику в отсутствие дополнительных требований к значениям показателей.

Выбор окончательных характеристик исследуемого объекта основан на решении уравнения (12), дополненного совокупностью логических уравнений, выражающих ограничения заказчика (2). Например, условие $x_1 < 90$ приближенно соответствует уравнению

$$(x_1 \in X_{11}) \vee (x_1 \in X_{21}) \equiv y_1 \vee y_2.$$

Тогда все требования заказчика (2) описываются системой уравнений:

$$\begin{cases} y_1 \vee y_2 = 1, \\ y_5 \vee y_6 = 1, \\ \bar{y}_8 \vee y_1 = 1. \end{cases} \tag{13}$$

В качестве решений системы (12, 13) выбираются члены СДНФ (12), удовлетворяющие системе уравнений (13). Систему ограничений требуется усилить, если найдено несколько решений, и ослабить, если решение не найдено. После корректировки ограничений необходимо решить новую систему уравнений.

Среди четырех решений уравнения (12) только вектор (100 010 10 10) удовлетворяет системе ограничений (13), на его основе формируется предварительное решение:

$$\begin{cases} x_1^* \in (2,05; 59,65)\,, \\ x_2^* \in (10,75; 20,17)\,, \\ x_3^* = \text{«есть»}, \\ x_4^* = \text{«есть»}. \end{cases} \tag{14}$$

Предлагаемый метод, выявляющий точки сгущения количественных показателей и основанный на принципах классификации, точнее и тоньше, чем типичные методы экспертных оценок, основанные на усреднении показателей (3).

Также следует предложить заказчику ослабить ограничение $x_2 > 18$, поскольку оно требует сузить область допустимых значений показателя x_2 до интервала, в который не входит значение $15,46$ (точка сгущения значений показателя x_2). Остальные ограничения согласуются с полученным результатом.

Итеративность поиска наилучшего решения присуща устоявшимся многокритериальным моделям задачи принятия решения. Решение же системы логических уравнений, подобной (12, 13), всегда адекватно поставленной задаче и убедительно.

Заключение

Методы экспертных оценок базируются на предположении о том, что множественные оценки экспертов объективно отражают закономерности исследуемой предметной области. Заложенная в предлагаемой методике вариация морфологического анализа многомерных данных позволяет вырабатывать внятное решение (простое по форме и явное по происхождению), что критически важно для принимающего решение лица. Дополнительные аргументы для принятия обоснованного решения дают удобные специальные средства сравнения экспертных мнений и альтернативных решений.

Помимо типичных задач принятия решений в условиях нехватки информации (например, для разработки систем поддержки принятия управленческих решений), методика может быть востребована в актуальных на сегодняшний день задачах машинного обучения и искусственного интеллекта, когда важно на предварительном этапе изучения разбить большие данные на группы по неявной системе признаков.

Список литературы

[1] Харченко Е.А. Стройная методика принятия решений на основе экспертных оценок // Современные тенденции развития науки и образования: теория и практика. М.: Учреждение высшего образования «Институт системных технологий», 2018. С. 272–276.

[2] Харченко А.А., Харченко Е.А. Потенциальная схема адаптации образовательных программ инженерных специальностей под потребности предприятий-работодателей // Известия Московского государственного индустриального университета. 2012. № 3 (27). С. 62–73.

[3] Гудков П.А. Методы сравнительного анализа. Пенза: Издательство Пензенского государственного университета, 2008. 81 с.

[4] Ирзаев Г.Х. Экспертные методы управления технологичностью промышленных изделий. М.: Инфра-Инженерия, 2010. 192 с.

Образец цитирования

Харченко Е.А. Морфологический подход к принятию обоснованных решений по экспертным суждениям // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 2. С. 42–56. https://doi.org/10.26456/vtpmk531

Сведения об авторах

1. **Харченко Елена Алексеевна**
старший преподаватель кафедры инфокогнитивных технологий факультета информационных технологий Московского политехнического университета.

Россия, 107023, г. Москва, ул. Б. Семеновская, д. 38, Московский политехнический университет. E-mail: elenakhaa@gmail.com

THE MORPHOLOGICAL APPROACH TO MAKING REASONABLE DECISIONS BASED ON EXPERT JUDGEMENTS

Kharchenko Elena Alekseevna
Chief Lecturer in the Department of Infocognitive Technologies,
Moscow Polytechnic University
Russia, 107023, Moscow, Bolshaya Semyonovskaya str., 38.
E-mail: elenakhaa@gmail.com

Received 08.02.2019, revised 24.03.2019.

The article considers the application of a method for taking decisions under uncertainty, which is based on the expert estimates. It differs from the well-known methods in comprehensibility, simplicity of use and universality. The following practical problems were resolved: the need for data processing of different types, the need to obtain result when not coordinated expert answers, the need to substantiate of proximity of expert opinions, the need for processing of incomplete data, the undesirability of convolution of values of all indicators into a indicator of efficiency, the need to provide the results of expertise in an easily interpretable form. The search for the best solution is based on the construction of a probabilistic space of all possible opinions of experts. Alternative solutions are represented as areas of the consistent expert estimates. The procedure for imposing actual restrictions on decisions is described. A tool for comparing solutions is proposed.

Keywords: decison making techniques, expert estimates methods, forecasting, morphological analysis of data.

Citation

Kharchenko E.A., “The morphological approach to making reasonable decisions based on expert judgements”, *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2019, № 2, 42–56 (in Russian). https://doi.org/10.26456/vtpmk531

References

[1] Kharchenko E.A., “Strojnaya metodika prinyatiya reshenij na osnove ekspertnykh otsenok”, *Sovremennye tendentsii razvitiya nauki i obrazovaniya: teoriya i praktika [Modern trends in the development of science and education: theory and practice]*, Institute of Systems Technology, Moscow, 2018, 272–276 (in Russian).

[2] Kharchenko A.A., Kharchenko E.A., “Potential scheme of adaptation of educational programs of engineering specialties to the needs of enterprises-employers”, *Izvestiya Moskovskogo gosudarstvennogo industrialnogo universiteta [Proceedings of MGIU. Information Technology and Modeling]*, 2012, № 3 (27), 62–73 (in Russian).

[3] Gudkov P.A., *Metody sravnitelnogo analiza [Comparative Analysis Methods]*, Publishing House of Penza State University, Penza, 2008 (in Russian), 81 pp.

[4] Irzaev G.Kh., *Ekspertnye metody upravleniya tekhnologichnostyu promyshlennykh izdelij [Expert methods for managing manufacturability of industrial products]*, Infra-Inzheneriya, Moscow, 2010 (in Russian), 192 pp.