

# СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 621.396.96

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ ИМПУЛЬСНО-ДОПЛЕРОВСКОЙ БОРТОВОЙ РЛС ИСТРЕБИТЕЛЯ ПРИ ОБЕСПЕЧЕНИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СКРЫТНОСТИ ЕЁ РАБОТЫ НА ИЗЛУЧЕНИЕ В УСЛОВИЯХ ВЕДЕНИЯ ПРОТИВНИКОМ РАДИОТЕХНИЧЕСКОЙ РАЗВЕДКИ

Богданов А.В., Закомолдин Д.В., Акимов С.И., Лобанов А.А.  
Военная академия воздушно-космической обороны  
имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова, г. Тверь

---

*Поступила в редакцию 24.01.2020, после переработки 16.03.2020.*

---

Анализ войн последних десятилетий свидетельствует, во-первых, о том, что в интересах завоевания превосходства над противником широко применяются силы истребительной авиации, существенную часть которых составляют истребители с их бортовыми радиолокационными станциями, функционирующими по импульсно-доплеровскому принципу обработки сигналов, во-вторых, о всё нарастающей тенденции применения средств радиоэлектронного подавления посредством постановки преднамеренных помех с целью снижения эффективности функционирования бортовых РЛС. Этапу постановки преднамеренных помех предшествует этап разведки зондирующего сигнала посредством применения станций радиотехнической разведки. Очевидно, что с целью повышения эффективности функционирования бортовых РЛС (БРЛС) в условиях радиоэлектронного противодействия целесообразно препятствовать обнаружению зондирующих сигналов станциями РТР. К настоящему времени известны различные методы обеспечения скрытности, в частности методы обеспечения энергетической скрытности. Однако, как показал анализ, данным методам присущи некоторые недостатки. Данные недостатки возможно устранить за счёт разработки и реализации метода обеспечения энергетической скрытности, основанного на теории оптимального управления, позволяющего учесть динамику изменения взаимного расположения истребителя носителя БРЛС и воздушной цели-носителя станции РТР. В основе данной теории лежит закон формирования требуемых фазовых координат (в данной статье параметров работы БРЛС), который может быть описан соответствующей математической моделью.

**Ключевые слова:** бортовая радиолокационная станция, истребитель, скрытность, излучение, радиотехническая разведка, вероятность.

*Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2020. № 2. С. 58–71.*  
<https://doi.org/10.26456/vtpmk595>

## Введение

Анализ современных летательных аппаратов и перспектив их развития свидетельствует о том, что значительная их часть оснащена и планируется к оснащению бортовыми радиолокационными станциями (БРЛС) функционирующими по импульсно-доплеровскому (ИД) принципу обработки сигналов, одним из основных достоинств работы которых является возможность увеличения дальности обнаружения за счёт когерентного накопления энергии принимаемых сигналов в узкополосных доплеровских фильтрах.

Актуальность вопросов ведения скрытной работы импульсно-доплеровских БРЛС при ведении противником радиотехнической разведки не вызывает сомнений. Это прежде всего обусловлено тем, что обеспечение скрытности работы импульсно-доплеровской БРЛС является одним из основных путей повышения такого системного показателя БРЛС, как живучесть самолёта [1], улучшение которого является устойчивой тенденцией развития БРЛС последних десятилетий. К настоящему времени существует большое количество работ, направленных на обеспечение скрытности работы РЛС таких учёных, как Максимов М.В., Куприянов А.И., Лепин В.Н., Тузов Г.И., Ван Брант и др. [2–5]. Однако, анализ данных работ позволил выделить некоторые недостатки, на которые необходимо обратить внимание ещё на этапе разработки и проектирования. Прежде всего к ним следует отнести:

- снижение мощности излучения передатчика бортовой радиолокационной станции, в интересах обеспечения энергетической скрытности её работы, без каких-либо дополнительных технических мер, приводит к снижению дальности обнаружения;
- отсутствуют методы, позволяющие обеспечить энергетическую скрытность работы БРЛС истребителя на излучение с заданной вероятностью;
- отсутствуют методы, учитывающие динамику изменения расстояния между истребителем и воздушной целью – носителем станции радиотехнической разведки (РТР), при решении задач обеспечения скрытной работы импульсно-доплеровской БРЛС истребителя на излучение.

В основу разработки метода обеспечения энергетической скрытности работы импульсно-доплеровской БРЛС с заданной вероятностью, с сохранением возможностей импульсно-доплеровской БРЛС по обнаружению воздушной цели – носителя станции РТР, учитывающего динамику изменения расстояния между импульсно-доплеровской БРЛС и станцией РТР в процессе сближения их носителей может быть положен математический аппарат теории оптимального управления, базирующийся на устранении несоответствий между требуемыми значениями управляемых фазовых координат, под которыми в данной статье понимаются параметры работы импульсно-доплеровских БРЛС и их текущих значений.

В интересах дальнейшей разработки закона формирования требуемых значений параметров работы импульсно-доплеровской БРЛС необходимо установить аналитические зависимости, связывающие параметры работы импульсно-доплеровской БРЛС, а именно среднее значение мощности излучения передатчика

БРЛС, время когерентного накопления в приёмнике БРЛС, время облучения воздушной цели - носителя станции РТР, дальности между истребителем и воздушной целью - носителем станции РТР и вероятность обеспечения энергетической скрытности, т.е. разработать математическую модель функционирования БРЛС при обеспечении её энергетической скрытности работы на излучение в динамике воздушного боя. С учётом этого, **целью статьи** является разработка математической модели процесса изменения требуемых параметров работы импульсно-доплеровской БРЛС истребителя на приём и излучение в интересах решения задачи обеспечения её энергетической скрытности с заданной вероятностью при ведении противником РТР в динамике изменения расстояния между носителями БРЛС и станции РТР и оценка на основе данной модели принципиальной возможности обеспечения энергетической скрытности при данных условиях.

## 1. Математическая модель

В [6, 7] приведён способ, направленный на обеспечение энергетической скрытности работы импульсно-доплеровской БРЛС при обнаружении воздушной цели - носителя станции РТР, основанный на сравнении дальностей обнаружения станции РТР и БРЛС и, в зависимости от результатов сравнения, принятия решения об обеспечении скрытности, физический смысл которого заключается в следующем.

Так, с одной стороны, дальность  $D_{БРЛС}$  обнаружения цели - носителя станции РТР с помощью импульсно-доплеровской БРЛС определяется выражением [8]

$$D_{БРЛС} = \sqrt[4]{\frac{2 * P_{брлс} * T_{кн} * G_{брлс} * S_a * \sigma_{ртр}}{(4\pi)^2 * \alpha_n * N_0 * R_0}}, \quad (1)$$

где

$P_{брлс}$  – средняя излучаемая мощность передатчика;

$T_{кн}$  – время когерентного накопления сигнала в приёмнике, равное времени облучения воздушной цели – носителя станции РТР;

$G_{брлс}$  – коэффициент направленного действия передающей антенны;

$S_a$  – эффективная площадь приёмной антенны;

$\sigma_{ртр}$  – ЭПР воздушной цели – носителя станции РТР;

$\alpha_n$  – коэффициент потерь энергии сигнала при его обработке;

$N_0$  – спектральная плотность внутренних шумов приёмника;

$R_0$  – отношение энергии сигнала к спектральной плотности шума, при котором обеспечивается обнаружение воздушной цели – носителя станции РТР с заданной вероятностью.

С другой стороны, максимальная дальность обнаружения  $D_{РТР}$  станцией РТР излучённого БРЛС высокочастотного зондирующего сигнала определяется выражением [8, 9]

$$D_{РТР} = \sqrt{\frac{P_{брлс} * G_{брлс} * G_{ртр} * \lambda_{брлс}^2}{(4\pi)^2 * P_{ртр}}}, \quad (2)$$

где

$G_{ртр}$  – коэффициент направленного действия приёмной антенны станции РТР;

$\lambda_{брлс}$  – длина волны БРЛС истребителя;

$P_{РТР}$  – максимальное значение чувствительности приемника станции РТР.

При этом возможны две ситуации. Первая ситуация, когда дальность обнаружения станцией РТР излучённого сигнала БРЛС истребителя, летящего со скоростью  $V_1$  превышает или равна дальности обнаружения БРЛС истребителя носителя станции РТР, летящего со скоростью  $V_2$ , т. е.  $D_{РТР} \geq D_{БРЛС}$ . Вторая ситуация, когда дальность обнаружения БРЛС истребителя воздушной цели – носителя станции РТР превышает дальность обнаружения станцией РТР излучённого БРЛС истребителя зондирующего сигнала, т.е.  $D_{БРЛС} > D_{РТР}$ . Следовательно, в первом случае скрытность работы БРЛС на излучение не обеспечивается, что ведёт, в интересах обеспечения скрытности работы БРЛС к необходимости снижения  $P_{брлс}$ , с целью снижения отношения сигнал/шум на входе приёмника станции РТР и уменьшения её дальности обнаружения (выражение 2) и одновременному увеличению  $T_{кн}$ , с целью сохранения отношения сигнал/шум на входе приёмника БРЛС (выражение 1), а во втором случае – обеспечивается.

Поэтому, для обеспечения постоянства скрытности работы БРЛС на излучение при обнаружении воздушной цели – носителя станции РТР, необходимо выполнить и поддерживать условие

$$D_{БРЛС} > D_{РТР}. \quad (3)$$

Однако, очевидно, что если при выполнении условия (3), но в первом случае  $D_{БРЛС} > aD_{РТР}$ , а во втором случае  $D_{БРЛС} > bD_{РТР}$ , где  $a > 1$  и  $b > 1$  – коэффициенты, показывающие, во сколько раз дальность обнаружения импульсно-доплеровской БРЛС превосходит дальность обнаружения зондирующего сигнала станцией РТР, причём  $a > b$ , то вероятность обеспечения скрытности  $P_{скр}$  работы импульсно-доплеровской БРЛС, под которой понимается вероятность события одновременного обнаружения БРЛС истребителя воздушной цели – носителя станции РТР и не обнаружения зондирующего сигнала БРЛС станцией РТР с заданной вероятностью, будет различна, причём вероятность обеспечения скрытности для первого случая превосходит данную вероятность для второго, вследствие превышения отношения сигнал/шум на входе станции РТР для второго случая по отношению к первому.

С учётом вышесказанного целесообразно установить зависимости вероятности обеспечения скрытности от отношения сигнал/шум  $Q$  на входе приёмника станции РТР. Исходя из того, что зависимости ложного обнаружения (ложной тревоги)  $P_{лт}^{РТР}$  и правильного обнаружения  $P_{по}^{РТР}$  приёмника станции РТР равны соответственно [10]

$$P_{лт}^{РТР} = 1 - \Phi(h), \quad (4)$$

$$P_{по}^{РТР} = 1 - \Phi(h - \sqrt{Q}), \quad (5)$$

где  $h$  – нормированное отношением сигнал/шум значение порога;

$\Phi(*)$  – функция Лапласа (интеграл вероятности), а так же, что вероятность правильного обнаружения станцией РТР зондирующего сигнала и вероятность не обнаружения зондирующего сигнала БРЛС (обеспечения скрытности работы БРЛС) – полная группа событий, выражение связывающее вероятность обеспечения скрытности работы импульсно-доплеровской БРЛС, с вероятностью ложного обнаружения и отношением сигнал/шум, с учётом выражений (4), (5), имеет вид [11]:

$$P_{\text{скр}} = \Phi(\Phi^{-1}(1 - P_{\text{лт}}^{\text{ртр}}) - \sqrt{Q}), \quad (6)$$

где  $\Phi^{-1}(*)$  – функция обратная функции Лапласа.

На Рис. 1 для наглядности показаны зависимости вероятности обеспечения скрытности БРЛС истребителя от отношения сигнал/шум, при различных фиксированных вероятностях ложной тревоги, построенные в соответствии с выражением (6).

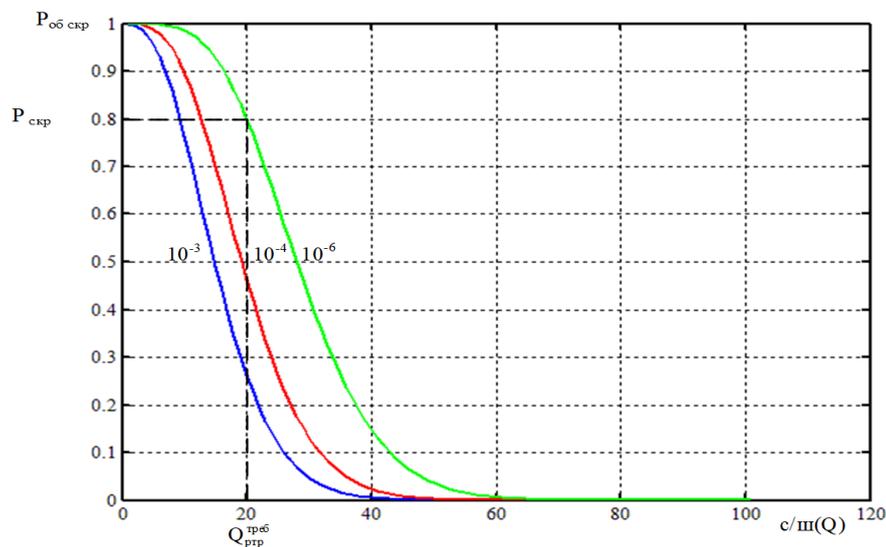


Рис. 1: Зависимости вероятности обеспечения скрытности от отношения сигнал/шум

Анализ данных зависимостей показывает, что в интересах обеспечения энергетической скрытности с заданной вероятностью, например 0,8 необходимо, чтобы при вероятности ложной тревоги например  $P_{\text{лт}} = 10^{-6}$ , на входе приёмника станции РТР было соответствующее (требуемое) отношение сигнал/шум, которое в данном примере составляет  $Q_{\text{ртр}}^{\text{треб}} = 20$ . Данное значение отношения сигнал/шум возможно обеспечить за счёт излучения передатчиком БРЛС, с учётом взаимного расположения истребителя, оснащенного БРЛС и ВЦ - носителя станции РТР, зондирующего сигнала с требуемым значением его мощности, которое можно получить из выражения 2 следующим образом. С учётом того, что

$$Q_{\text{ртр}}^{\text{треб}} = \frac{2E^{\text{ртр}}}{N_0^{\text{ртр}}} = \frac{2P_{\text{ртр}}^{\text{ртр}} T_c}{N_0^{\text{ртр}}}, \quad (7)$$

где

$E^{\text{ртр}}$  – требуемая энергия принятого сигнала, для обеспечения заданных вероятностных характеристик обнаружения;

$P_{\text{ртр}}^{\text{ртр}}$  – минимальное значение мощности сигнала на входе приёмника станции РТР для обеспечения заданных вероятностных характеристик;

$N_0^{\text{РТР}}$  – спектральная плотность мощности внутренних шумов приёмника станции РТР;

$T_c$  – длительность сигнала, обработанного в приёмнике станции РТР, приняв в выражении (2),  $P_{\text{РТР}} = P_{\text{РТР}}^{\text{тр}} = \frac{Q_{\text{РТР}}^{\text{тр}} N_0^{\text{РТР}}}{2T_c}$ , а также учитывая тот факт, что станция РТР обнаруживает излучение БРЛС на дальности  $D_{\text{ц}}$  (приравняв дальности  $D_{\text{РТР}} = D_{\text{ц}}$ ) выражение (2) преобразуется к следующему виду:

$$P_{\text{БРЛС}}^{\text{тр}} = \frac{D_{\text{ц}}^2 Q_{\text{РТР}}^{\text{тр}} N_0^{\text{РТР}} (4\pi)^2}{2G_{\text{БРЛС}} G_{\text{РТР}} \lambda_{\text{БРЛС}}^2 T_c}. \quad (8)$$

Для детального описания процесса изменения требуемого значения мощности излучения  $P_{\text{БРЛС}}^{\text{тр}}$ , в динамике изменения расстояния между истребителем и ВЦ продифференцируем выражение (8) по времени и с учётом допущения, что все значения, кроме  $D_{\text{ц}}$  независимы от времени получим:

$$\dot{P}_{\text{БРЛС}}^{\text{тр}} = \frac{D_{\text{ц}} Q_{\text{РТР}}^{\text{тр}} N_0^{\text{РТР}} (4\pi)^2}{G_{\text{БРЛС}} G_{\text{РТР}} \lambda_{\text{БРЛС}}^2 T_c}, \quad (9)$$

где  $\dot{P}_{\text{БРЛС}}^{\text{тр}}$  – производная требуемого значения мощности излучения.

Выражение (9) описывает закон изменения требуемой мощности излучения передатчика БРЛС для обеспечения требуемого значения отношения сигнал/шум на входе приёмника станции РТР, обеспечивающего заданную (низкую) вероятность обнаружения зондирующего сигнала БРЛС станцией РТР, в динамике изменения расстояния  $D_{\text{ц}}$  между истребителем и воздушной целью со скоростью сближения  $V_{\text{сб}} = V_1 + V_2$  с течением времени. Процесс изменения расстояния описывается выражением:

$$\dot{D}_{\text{ц}} = V_{\text{сб}}. \quad (10)$$

Для сохранения возможностей по обнаружению БРЛС истребителя, снижение которых вызвано снижением мощности излучения зондирующего сигнала, целесообразно сохранять значение принимаемой энергии зондирующего сигнала, за счёт увеличения времени когерентного накопления в приёмнике импульсно-доплеровской БРЛС. Выражение для нахождения требуемого значения времени когерентного накопления энергии зондирующего сигнала и времени облучения воздушной цели имеет вид:

$$T_{\text{тн}}^{\text{тр}} = T_{\text{обл}}^{\text{тр}} = \frac{k}{P_{\text{БРЛС}}^{\text{тр}}}, \quad (11)$$

где  $T_{\text{тн}}^{\text{тр}}$  и  $T_{\text{обл}}^{\text{тр}}$  – требуемое для сохранения возможностей по обнаружению импульсно-доплеровской БРЛС истребителя воздушной цели – носителя станции РТР время когерентного накопления в её приёмнике и требуемое время облучения воздушной цели соответственно;  $k = P_{\text{БРЛС}} T_{\text{тн}}$  – величина энергopotенциала БРЛС истребителя. Продифференцировав (11) получим

$$\dot{T}_{\text{тн}}^{\text{тр}} = \dot{T}_{\text{обл}}^{\text{тр}} = \left( \frac{\dot{k}}{P_{\text{БРЛС}}^{\text{тр}}} \right) = -\frac{k}{P_{\text{БРЛС}}^{\text{тр}} 2}. \quad (12)$$

Знак минус в выражении (12) свидетельствует о том, что с течением времени происходит уменьшение дальности до ВЦ, пропорционально которому снижается требуемое значение мощности излучения и увеличение времени когерентного накопления.

В случае снижения возможности БРЛС по обнаружению ВЦ пропорционально изменению расстояния между истребителем и ВЦ-носителем станции РТР  $T_{\text{тн}}^{\text{ТР}}$  определяется из выражения (1). Решённое, с учётом (8) относительно  $T_{\text{кн}}^{\text{ТР}}$  после дифференцирования оно принимает вид:

$$\dot{T}_{\text{тн}}^{\text{ТР}} = \dot{T}_{\text{обл}}^{\text{ТР}} = \frac{2D_{\text{ц}}\alpha_n N_0 R_0 G_{\text{ртр}} \lambda_{\text{брлс}}^2 T_{\text{с}}}{S_{\text{а}} \sigma_{\text{ртр}} Q_{\text{ртр}}^{\text{треб}} N_0^{\text{ртр}}}. \quad (13)$$

Выражение, связывающее время когерентного накопления в приёмнике БРЛС и время обработанного сигнала в станции РТР, имеет вид:

$$T_{\text{с}} = k_1 T_{\text{кн}}. \quad (14)$$

Выражение (14) обусловлено тем, что  $k_1 = (0..1)$  показывает проигрыш в энергии сигнала при его обработке в станции РТР, по отношению к энергии сигнала, при его когерентной обработке в БРЛС.

Таким образом, объединив (9), (10) с (12) и (13), с учётом выражения (6), позволяющего вычислить требуемое значение отношения сигнал/шум для обеспечения заданной вероятности обеспечения скрытности работы импульсно-доплеровской БРЛС на излучение, математическая модель описывающая процесс изменения требуемых параметров работы импульсно-доплеровской БРЛС истребителя на приём и излучение в интересах решения задачи обеспечения её энергетической скрытности с заданной вероятностью при ведении противником РТР в динамике изменения расстояния между носителями БРЛС и станции РТР с сохранением возможностей по обнаружению БРЛС (15) и с их снижением (16) имеет соответственно следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{T}_{\text{кн}}^{\text{ТР}} = \dot{T}_{\text{обл}}^{\text{ТР}} = -\frac{k}{P_{\text{брлс}}^{\text{ТР}} 2}; & T_{\text{кн}}^{\text{ТР}}(0) = T_{\text{кн}0}^{\text{ТР}}, & T_{\text{обл}}^{\text{ТР}}(0) = T_{\text{обл}0}^{\text{ТР}}, \\ \dot{P}_{\text{брлс}}^{\text{ТР}} = \frac{D_{\text{ц}} Q_{\text{ртр}}^{\text{треб}} N_0^{\text{ртр}} (4pi)^2}{G_{\text{брлс}} G_{\text{ртр}} \lambda_{\text{брлс}}^2 T_{\text{с}}}; & P_{\text{брлс}}^{\text{ТР}}(0) = P_{\text{брлс}0}^{\text{ТР}}, \\ \dot{D}_{\text{ц}} = V_{\text{сб}}; & D_{\text{ц}}(0) = D_{\text{ц}0}, \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \dot{T}_{\text{кн}}^{\text{ТР}} = \dot{T}_{\text{обл}}^{\text{ТР}} = \frac{2D_{\text{ц}}\alpha_n N_0 R_0 G_{\text{ртр}} \lambda_{\text{брлс}}^2 T_{\text{с}}}{S_{\text{а}} \sigma_{\text{ртр}} Q_{\text{ртр}}^{\text{треб}} N_0^{\text{ртр}}}; & T_{\text{тн}}^{\text{ТР}}(0) = T_{\text{тн}0}^{\text{ТР}}, & T_{\text{обл}}^{\text{ТР}}(0) = T_{\text{обл}0}^{\text{ТР}}, \\ \dot{P}_{\text{брлс}}^{\text{ТР}} = \frac{D_{\text{ц}} Q_{\text{ртр}}^{\text{треб}} N_0^{\text{ртр}} (4pi)^2}{G_{\text{брлс}} G_{\text{ртр}} \lambda_{\text{брлс}}^2 T_{\text{с}}}; & P_{\text{брлс}}^{\text{ТР}}(0) = P_{\text{брлс}0}^{\text{ТР}}, \\ \dot{D}_{\text{ц}} = V_{\text{сб}}; & D_{\text{ц}}(0) = D_{\text{ц}0}, \end{cases} \quad (16)$$

где  $P_{\text{брлс}}^{\text{ТР}}(0)$ ,  $T_{\text{тн}}^{\text{ТР}}(0)$ ,  $D_{\text{ц}}(0)$  – значения в начальный момент времени;

$P_{брлс 0}^{тр}$ ,  $T_{тн 0}^{тр}$ ,  $D_{ц 0}$  – мощность излучения передатчика и время когерентного накопления в приёмнике при штатном (без проведения мер по обеспечению скрытности) функционировании БРЛС и дальность обнаружения ВЦ (момент начала проведения технических мер по обеспечению скрытности) соответственно.

## 2. Результаты моделирования

На Рис. 2, 3 приведены зависимости требуемых значений мощности излучения и времени когерентного накопления от дальности между истребителем и ВЦ-носителем станции РТР для вероятности обеспечения скрытности 0,8 (Рис. 1), причём на Рис. 2 с сохранением возможностей по обнаружению (дальности обнаружения БРЛС воздушной цели) БРЛС на прежнем уровне, а на Рис. 3 со снижением данных возможностей, т.е. дальность обнаружения ВЦ снижается совместно со снижением расстояния между истребителем и ВЦ-носителем станции РТР.

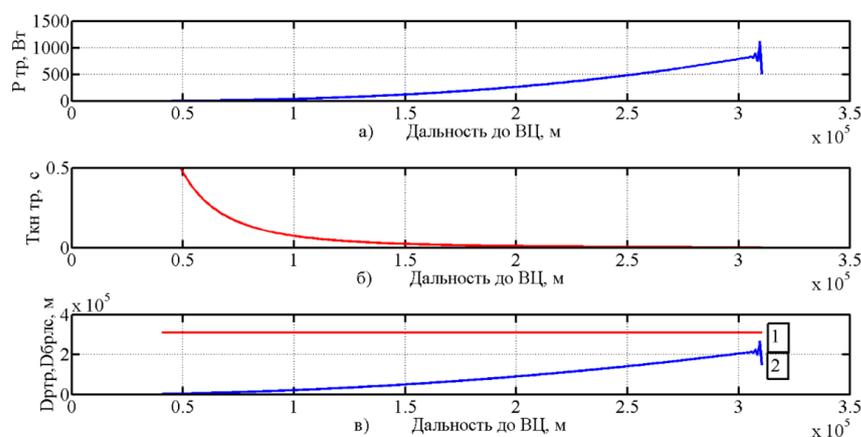


Рис. 2: Зависимость требуемых параметров работы от дальности между истребителем и ВЦ с сохранением возможностей по обнаружению БРЛС

На Рис. 2а, 2б и 3а, 3б приведены требуемые значения мощности излучения и времени когерентного накопления соответственно, анализ которых свидетельствует о следующем:

- уменьшение требуемой, для обеспечения заданной вероятности обеспечения скрытности работы БРЛС истребителя на излучение, мощности излучения, совместно с уменьшением расстояния между истребителем и ВЦ-носителем станции РТР наблюдается для обоих случаев (рисунки 2а, 3а);
- в случае с сохранением возможностей БРЛС по обнаружению требуемое время когерентного накопления увеличивается по мере сближения истребителя и ВЦ-носителя станции РТР в сравнении с ситуацией, когда допускается снижение возможностей по обнаружению БРЛС и требуемое время когерентного накопления снижается (рисунки 2б, 3б).

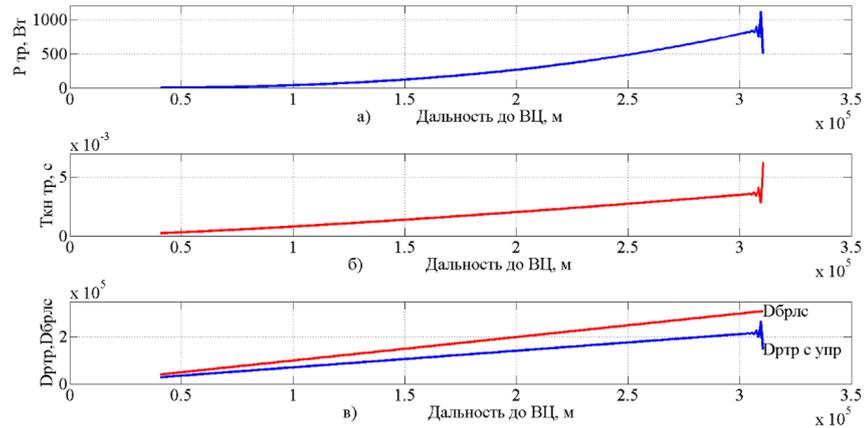


Рис. 3: Зависимость требуемых параметров работы от дальности между истребителем и ВЦ со снижением возможностей по обнаружению БРЛС

Рис. 2 в позволяет совместно анализировать зависимости дальности обнаружения БРЛС (зависимость 1) и дальности обнаружения станции РТР (зависимость 2) от расстояния между ними, которые свидетельствуют, в случае проведения технических мер по снижению  $P_{\text{брлс}}$  по закону приведённому на Рис. 2а и увеличению  $T_{\text{кн}}$  (Рис. 2б), об обеспечении скрытности работы БРЛС истребителя на излучение с заданной вероятностью и о сохранении возможностей по обнаружения БРЛС воздушных целей на постоянном уровне. Рис. 3 в свидетельствует о том, что наряду с превосходством, при проведении технических мер по обеспечению скрытности, дальности обнаружения БРЛС воздушной цели над дальностью обнаружения станцией РТР зондирующего сигнала по мере сближения истребителя и ВЦ-носителя станции РТР наблюдается снижение возможностей по обнаружению БРЛС истребителя воздушной цели-носителя станции РТР.

Достоинством функционирования БРЛС в соответствии с законом, полученным на основе разработанной математической модели (15), приведённым на Рис. 2, является возможность БРЛС скрытно обнаруживать воздушные цели на расстоянии, превосходящим расстояние между истребителем и ВЦ-носителем станции РТР, однако это влечёт за собой увеличение времени обзора всего пространства БРЛС истребителя вследствие увеличения времени облучения каждой позиции пространства  $T_{\text{обл}}^{\text{ТР}}$ . Достоинством функционирования БРЛС в соответствии с законом, полученным на основе разработанной математической модели (16), приведённым на Рис. 3, является незначительное увеличение времени обзора пространства, в сравнении с законом приведённым на Рис. 2, однако исключается возможность БРЛС обнаруживать воздушные цели на расстоянии, превосходящим расстояние между истребителем и ВЦ-носителем станции РТР.

### Заключение

Выражения (15), (16) с учётом выражений (6), (14) представляют математическую модель требуемых параметров работы БРЛС истребителя на излучение и

приём при обеспечении энергетической скрытности её работы на излучение с заданной вероятностью в динамике изменения расстояния между носителями станции РТР и БРЛС. Результаты моделирования, приведённые на Рис. 2 и 3, позволяют судить о принципиальной возможности при формировании соответствующих (требуемых) параметров излучения и приёма обеспечить энергетическую скрытность с заданной вероятностью в динамике изменения расстояния между носителями БРЛС и станции РТР.

Данная модель может быть использована для формирования вектора требуемых параметров излучения при разработке сигналов управления параметрами работы БРЛС, с целью обеспечения скрытности её работы на излучение с заданной вероятностью.

### Список литературы

- [1] Верба В.С. Разработка перспективных бортовых РЛС: возможности и ограничения // Радиотехника. 2019. Т. 83, № 5 (1). С. 11–24.
- [2] Максимов М.В. (ред.) Защита от помех. М.: Издательство “Советское радио”, 1976. 496 с.
- [3] Куприянов А.И. Радиоэлектронная борьба. М.: Вузовская книга, 2013. 360 с.
- [4] Лепин В.Н. (ред.) Помехозащита радиоэлектронных систем управления летательными аппаратами и оружием. Монография. М.: Радиотехника, 2017. 416 с.
- [5] Тузов Г.И. (ред.) Помехозащищённость радиосистем со сложными сигналами. М.: Радио и связь, 1985. 264 с.
- [6] Богданов А.В., Закомолдин Д.В. Способ функционирования импульсно-доплеровской бортовой радиолокационной станции при обнаружении воздушной цели – носителя станции радиотехнической разведки. Патент на изобретение № 2608550 МПК G01S13/52 (2006.01), Россия, заявка №2015154927, приоритет 21.12.2015, зарегистрировано 23.01.2017. Бюл № 3.
- [7] Богданов А.В. и др. Метод повышения помехозащищённости бортовой радиолокационной станции истребителя. Монография. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2018. 203 с.
- [8] Дудник П.И., Кондратенков Г.С., Татарский Б.Г., Ильчук А.Р., Герасимов А.А. Авиационные радиолокационные комплексы и системы: учебник для слушателей и курсантов ВУЗов ВВС / под ред. П.И. Дудника. М.: Изд. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2006.
- [9] Белоцерковский Г.Б. Основы радиолокации и радиолокационные устройства. М.: Издательство “Советское радио”, 1975.
- [10] Тихонов В.И. Оптимальный приём сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.

- [11] Богданов А.В., Закомолдин Д.В., Голубенко В.А., Кочетов И.В., Кучин А.А., Акимов С.И. Способ функционирования импульсно-доплеровской бортовой радиолокационной станции истребителя при обеспечении энергетической скрытности её работы на излучение. Патент на изобретение № 2694891 МПК G01S13/52 (2006.01), Россия, заявка №2019104450, приоритет 18.02.2019, зарегистрировано 18.07.2019. Бюл № 20.

#### Образец цитирования

Богданов А.В., Закомолдин Д.В., Акимов С.И., Лобанов А.А. Математическая модель работы импульсно-доплеровской бортовой РЛС истребителя при обеспечении энергетической скрытности её работы на излучение в условиях ведения противником радиотехнической разведки // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2020. № 2. С. 58–71. <https://doi.org/10.26456/vt.pmk595>

#### Сведения об авторах

**1. Богданов Александр Викторович**

старший научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории Военной академии воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова.

*Россия, 170100, г. Тверь, ул. Жигарева, д. 50, ВА ВКО им. Г.К. Жукова.  
E-mail: [Xantrax1956@mail.ru](mailto:Xantrax1956@mail.ru)*

**2. Закомолдин Денис Викторович**

докторант военной академии воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова.

*Россия, 170100, г. Тверь, ул. Жигарева, д. 50, ВА ВКО им. Г.К. Жукова.  
E-mail: [denjuga68@yandex.ru](mailto:denjuga68@yandex.ru)*

**3. Акимов Сергей Иванович**

адъюнкт кафедры оперативно-тактического применения сил и средств ракетно-космической обороны военной академии воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова.

*Россия, 170100, г. Тверь, ул. Жигарева, д. 50, ВА ВКО им. Г.К. Жукова.  
E-mail: [faridka69@mail.ru](mailto:faridka69@mail.ru)*

**4. Лобанов Александр Александрович**

адъюнкт кафедры тактики и вооружения истребительной авиации военной академии воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова.

*Россия, 170100, г. Тверь, ул. Жигарева, д. 50, ВА ВКО им. Г.К. Жукова.  
E-mail: [Xantrax1956@mail.ru](mailto:Xantrax1956@mail.ru)*

**MATHEMATICAL MODEL OF THE OPERATION OF THE  
PULSE-DOPPLER ON-BOARD RADAR OF A FUNERER WHILE  
ENSURING ENERGY CONCIDENTALITY OF ITS RADIATION IN  
CONDITIONS OF AN ENEMY OF ELECTRONIC INTELLIGENCE**

**Bogdanov Alexander Viktorovich**

Senior Researcher at Research Laboratory, Military Aerospace Defense Academy  
named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov

*Russia, 170100, Tver, 50 Zhigareva str., MADA.*

*E-mail: [Xantrax1956@mail.ru](mailto:Xantrax1956@mail.ru)*

**Zakomoldin Denis Viktorovich**

Doctoral student, Military Aerospace Defense Academy  
named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov

*Russia, 170100, Tver, 50 Zhigareva str., MADA.*

*E-mail: [denjuga68@yandex.ru](mailto:denjuga68@yandex.ru)*

**Akimov Sergey Ivanovich**

Adjunct at Operational and Tactical Application of Forces and Means of Rocket and  
Space Defense department, Military Aerospace Defense Academy

named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov

*Russia, 170100, Tver, 50 Zhigareva str., MADA.*

*E-mail: [faridka69@mail.ru](mailto:faridka69@mail.ru)*

**Lobanov Alexander Alexandrovich**

Adjunct at Fighter Aircraft Tactics and Weapons department, Military Aerospace  
Defense Academy

named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov

*Russia, 170100, Tver, 50 Zhigareva str., MADA.*

*E-mail: [Xantrax1956@mail.ru](mailto:Xantrax1956@mail.ru)*

---

*Received 24.01.2020, revised 16.03.2020.*

---

An analysis of the wars of recent decades indicates, firstly, that in the interests of gaining superiority over the enemy, fighter aircraft are widely used, a significant part of which are fighters with their on-board radar stations operating on the pulse-Doppler principle of signal processing, and secondly, everything the growing trend of the use of electronic suppression, by means of intentional jamming, in order to reduce the efficiency of the onboard radar. The stage of intentional jamming is preceded by the stage of reconnaissance of the sounding signal through the use of electronic intelligence stations. Obviously, in order to increase the efficiency of the operation of on-board radars (BRLS) in conditions of electronic countermeasures, it is advisable to prevent the detection of sounding signals by RTR stations, i.e. provide covert operation of the radar. By now, various methods of ensuring secrecy are known, in particular methods of ensuring energy secrecy. However, as the analysis has shown, these methods have some disadvantages. These shortcomings can be eliminated by developing and implementing a

method for ensuring energy secrecy based on the theory of optimal control, which makes it possible to take into account the dynamics of the change in the relative position of the radar carrier fighter and the airborne target carrier of the RTR station. This theory is based on the law of formation of the required phase coordinates (in this article, the parameters of the operation of the radar), which can be described by the corresponding mathematical model. In connection with this, the purpose of this article is to develop this mathematical model.

**Keywords:** airborne radar, fighter, secrecy, radiation, electronic intelligence, probability.

### Citation

Bogdanov A.V., Zakomoldin D.V., Akimov S.I., Lobanov A.A., “Mathematical model of the operation of the pulse-doppler on-board radar of a fighter while ensuring energy confidentiality of its radiation in conditions of an enemy of electronic intelligence”, *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2020, № 2, 58–71 (in Russian). <https://doi.org/10.26456/vtpmk595>

### References

- [1] Verba V.S., “Development of advanced airborne radars: opportunities and limitations”, *Radiotekhnika [Radiotechnics]*, **83**:5 (1) (2019), 11–24 (in Russian).
- [2] Maksimov M.V. (ed.), *Zashchita ot pomekh [Noise protection]*, Izdatelstvo “Sovetskoe radio”, Moscow, 1976 (in Russian), 496 pp.
- [3] Kupriyanov A.I., *Radioelektronnaya borba [Electronic warfare]*, Vuzovskaya kniga, Moscow, 2013 (in Russian), 360 pp.
- [4] Lepin V.N. (ed.), *Pomekhozashchita radioelektronnykh sistem upravleniya letatelnyimi apparatami i oruzhiem [Interference protection of electronic control systems for aircraft and weapons]*, Monografiya, Radiotekhnika Publ., Moscow, 2017 (in Russian), 416 pp.
- [5] Tuzov G.I. (ed.), *Pomekhozashchishchyonnost radiosistem so slozhnyimi signalami [Noise immunity of radio systems with complex signals]*, Radio i Svyaz Publ., Moscow, 1985 (in Russian), 264 pp.
- [6] Bogdanov A.V., Zakomoldin D.V., *Sposob funktsionirovaniya impulsno-doplerovskoj bortovoj radiolokatsionnoj stantsii pri obnaruzhenii vozduшной tseli – nositelya stantsii radiotekhnicheskoy razvedki*, Patent for invention no. 2608550 IPC G01S13/52 (2006.01), Russia, application no.2015154927, priority 21.12.2015, registered 23.01.2017. Bulletin No. 3 (in Russian).
- [7] Bogdanov A.V. et al., *Metod povysheniya pomekhozashchishchyonnosti bortovoj radiolokatsionnoj stantsii istrebitelya [Method of increasing the noise immunity of the onboard radar of a fighter]*, Monograph, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 2018 (in Russian), 203 pp.

- [8] Dudnik P.I., Kondratenkov G.S., Tatarskij B.G., Ilchuk A.R., Gerasimov A.A., *Aviatsionnye radiolokatsionnye komplekсы i sistemy: uchebnik dlya slushatelej i kursantov VUZov VVS [Aviation radar complexes and systems: a textbook for students and cadets of educational institutions of the air force]*, ed. P.I. Dudnik, Izd. VVIA im. prof. N.E. Zhukovskogo, Moscow, 2006 (in Russian).
- [9] Belotserkovskij G.B., *Osnovy radiolokatsii i radiolokatsionnye ustrojstva [Basics of radar and radar devices]*, Izdatelstvo "Sovetskoe radio", Moscow, 1975 (in Russian).
- [10] Tikhonov V.I., *Optimalnyj priyom signalov [Optimal signal reception]*, Radio i Svyaz Publ., Moscow, 1983 (in Russian), 320 pp.
- [11] Bogdanov A.V., Zakomoldin D.V., Golubenko V.A., Kochetov I.V., Kuchin A.A., Akimov S.I., *Sposob funkcionirovaniya impulsno-doplerovskoj bortovoj radiolokatsionnoj stantsii istrebitelya pri obespechenii energeticheskoy skrytnosti eyo raboty na izluchenie*, Patent for invention no. 2694891 IPC G01S13/52 (2006.01), Russia, application no.2019104450, priority 18.02.2019, registered 18.07.2019. Bulletin No. 20 (in Russian).