ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

УДК 510.624

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ДВУХ СЕМАНТИК PFP-ОПЕРАТОРА[1]

Секорин В.С.
Тверской государственный университет, г. Тверь

Поступила в редакцию 15.08.2020, после переработки 05.09.2020.

В работе рассмотрены два различных определения для оператора частичной фиксированной точки и показано, что для алгебраических систем, содержащих как минимум два элемента, их выразительная сила эквивалентна. Для этого мы выражаем каждый тип PFP-оператора при помощи другого.

Ключевые слова: частичная фиксированная точка, бесконечная алгебраическая система, семантика.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2020. № 3. С. 41–49.
https://doi.org/10.26456/vtpmk598

Введение

При проектировании и анализе программного обеспечения всё более широкое применение находят различные методы математической логики. Теория логических языков является тем разделом математической логики, который связан с компьютерными науками (информатикой) наиболее тесным образом. Например, эти языки широко используются в различных системах управления базами данных, где они служат в качестве средства для извлечения информации из базы данных. Но необходимо отметить, что логика первого порядка не позволяет выразить многие простые свойства, которые имеют большое значение [1]. Например, таким свойством является транзитивное замыкание. Транзитивное замыкание является формализацией многих практически важных задач. Скажем, при помощи него можно ответить на следующий вопрос: существует ли путь между двумя различными пунктами. Поэтому невозможность выразить транзитивное замыкание в логике первого порядка существенно ограничивает её выразительные возможности.

По этой причине логика первого порядка и различные её расширения постоянно являются объектами изучения. Одним из самых распространённых расширений является оператор фиксированной точки. Существует несколько видов таких операторов: частичной фиксированной точки, инфляционной фиксированной точки и наименьшей фиксированной точки. Оператор частичной фиксированной точки

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №20-01-00435).

(PFP-оператор) является самым общим из них. В настоящей работе мы продолжаем исследование выразительных возможностей оператора частичной фиксированной точки, начатое в [7]. Этот оператор был предложен Ю. Гуревичем в работе [4]. Подробное изложение свойств оператора частичной фиксированной точки для конечных алгебраических систем дано Л. Либкиным в книге [6].

Операции базы данных могут выполняться не только над элементами самой базы данных, но и произвольными элементами универсума, что тоже может увеличить выразительные возможности языка первого порядка, но незначительно [8]. Таким образом возникает ситуация, когда PFP-оператор будет применяться для бесконечных алгебраических систем. Но если для операторов наименьшей или инфляционной фиксированной точки определение с конечных систем переносится на бесконечные без каких-либо затруднений [2], то для PFP-оператора можно предлагать разные неэквивалентные обобщения. Например, в работе [5] рассмотрено одно из определений семантики PFP-оператора для бесконечных алгебраических систем, в котором требуется, чтобы набор встречался в некотором цикле.

Мы обобщаем определение семантики из [5]. Для этого можно предложить семантику, в которой набор элементов должен принадлежать предикату на бесконечном количестве шагов. Кроме того, можно предложить несколько других естественных семантик PFP-оператора. Например, когда набор принадлежит предикату на всех шагах, начиная с некоторого. Возникает вопрос: как эти семантики соотносятся между собой. В настоящей работе мы исследуем возможность их выражения друг через друга. В качестве основного результата доказано утверждение о том, что логики, обогащённые такими двумя операторами частичной фиксированной точки, обладают равными выразительными возможностями.

1. Определения

Дадим определения для синтаксиса и семантики логики, расширенной оператором частичной фиксированной точки.

Определение 1 (Формула логики частичной фиксированной точки). *Формулой* PFP*-логики называется формула, построенная по правилам логики первого порядка с использование оператора частичной фиксированной точки* PFP*: если $\varphi(\bar{x},\bar{y})$ — формула со свободными переменными $\bar{x}$ и $\bar{y}$, содержащая несигнатурный предикатный символ Q, то $\mathrm{PFP}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ — формула исходной сигнатуры, содержащая свободные переменные $\bar{x}$ и $\bar{y}$. При этом длина $\bar{y}$ совпадает с местностью Q.*

В работе будут рассматриваться два различных определения PFP-оператора: $\mathrm{PFP}^{\forall}$ и $\mathrm{PFP}^{\exists}$. Дадим определение для значений этих операторов.

Определение 2 (Значение $\mathrm{PFP}^{\forall}$ и $\mathrm{PFP}^{\exists}$). *Пусть $\mathfrak{A}$ — это алгебраическая система, $\varphi(\bar{x},\bar{y})$ — формула с новым предикатным символом Q, где $\bar{y}$ — набор переменных. Зафиксируем значения переменных $\bar{x}$ как $\bar{d}\in|\mathfrak{A}|$. Построим последовательность множеств $Q_i^{\bar{d}}$ следующим образом. Пусть*

$$Q_0^{\bar{d}}=\varnothing;\quad Q_{i+1}^{\bar{d}}=\{\bar{y}\in|\mathfrak{A}|\ \big|\ (\mathfrak{A},Q_i^{\bar{d}})\models\varphi(\bar{d},\bar{y})\},$$

для $i\in\omega$.

Значением частичной фиксированной точки $\mathrm{PFP}^{\forall}_{Q(\bar{y})}(\varphi)(\bar{d})$ *является следующее множество* $Q^{\bar{d}}_{\forall}$. *Множеству* $Q^{\bar{d}}_{\forall}$ *принадлежат только те* $\bar{y}$, *для которых существует* i *такой, что* $\bar{y} \in Q_j$ *для всех* $j > i$. *Следовательно, для этих* $\bar{y}$ *формула* $\mathrm{PFP}^{\forall}_{Q(\bar{y})}(\varphi)(\bar{d}, \bar{y})$ *будет истинной.*

Значением частичной фиксированной точки $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)(\bar{d})$ *является следующее множество* $Q^{\bar{d}}_{\exists}$. *Множеству* $Q^{\bar{d}}_{\exists}$ *принадлежат только те* $\bar{y}$, *для которых выполнено* $\bar{y} \in Q_i$ *для бесконечно многих* i. *Следовательно, для этих* $\bar{y}$ *формула* $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)(\bar{d}, \bar{y})$ *будет истинной.*

Приведём примеры для определённых выше операторов частичной фиксированной точки. Сначала продемонстрируем применение $\mathrm{PFP}^{\forall}$.

Пример 1. Рассмотрим следующую систему: носителем является множество вершин графа, а двухместный предикат $E^{(2)}$ означает, что между двумя вершинами есть ребро. Тогда множество вершин, достижимых из вершины v, можно выразить при помощи формулы $\mathrm{PFP}^{\forall}_{Q(x)}(\theta)(v, x)$, где

$$\theta(v, x) \equiv x = v \vee Q(x) \vee (\exists y)\big(Q(y) \wedge E(y, x)\big).$$

На первом шаге в предикат Q попадёт только вершина v, то есть $Q_1 = \{v\}$. На всех последующих шагах будет выполнено:

$$Q_{i+1} = \{x \mid Q_i(x) \text{ или } (\exists y)\big(Q_i(y) \wedge E(y, x)\big)\},$$

таким образом на $i+1$-шаге в предикат попадут те и только те вершины, которые были на предыдущем шаге или в которые есть ребра из них.

Теперь приведём пример для второго варианта оператора ($\mathrm{PFP}^{\exists}$).

Пример 2. Рассмотрим систему, аналогичную примеру 1. Тогда множество вершин, в которые есть путь сколь угодно большой длины из вершины v, будет определяться следующим PFP-оператором: $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(u,x)}(\theta)(a, v, x)$, где

$$\begin{aligned}
\theta(u, v, x) \equiv a \neq b \wedge{} & \\
& [\neg(\exists y)Q(a, y) \wedge \neg(\exists y)Q(b, y) \to u = a \wedge x = v] \wedge \\
& [(\exists y)Q(a, y) \wedge (\exists z)(\exists y)\big(Q(a, y) \wedge E(y, z)) \to \\
& \quad u = a \wedge (\exists y)\big(Q(a, y) \wedge E(y, x))] \wedge \\
& [(\exists y)Q(a, y) \wedge \neg(\exists z)(\exists y)\big(Q(a, y) \wedge E(y, z)) \to u = b] \wedge \\
& [\neg(\exists y)Q(a, y) \wedge (\exists y)Q(b, y) \to u = b].
\end{aligned}$$

На первом шаге в предикат Q попадёт только пара (a, v), то есть $Q_1 = \{(a, v)\}$. На всех последующих шагах, если в графе есть вершины, в которые идут рёбра из текущих вершин, будет выполнено:

$$Q_{i+1} = \{(a, x) \mid (\exists y)\big(Q_i(y) \wedge E(y, x)\big)\}.$$

Если же таких вершин нет, то на таком и всех последующих шагах будет выполнено: $Q_{i+1} = \{(b, x) \mid \text{ для всех } x\}$.

Далее мы будем рассматривать алгебраические системы, содержащие как минимум два элемента, поскольку для одноэлементных систем PFP-оператор тривиален.

2. Выражение $\mathrm{PFP}^{\forall}$ через $\mathrm{PFP}^{\exists}$

Сначала докажем теорему о выражении $\mathrm{PFP}^{\forall}$-оператора через $\mathrm{PFP}^{\exists}$-оператор.

Теорема 1. *Для любой формулы φ можно построить некоторую формулу θ такую, что для любого $\bar{y}$ формула $\mathrm{PFP}^{\forall}_{Q(\bar{y})}(\varphi)(\bar{y})$ будет эквивалентна*

$$\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)(\bar{y}) \wedge \neg(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\exists}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b,a,b,\bar{y}).$$

Формула $\theta(u,a,b,\bar{y})$ будет определена ниже.

Введём новый предикатный символ P, местность которого на один больше местности предиката Q. Пусть u,a,b — новые переменные, а формула φ' получена из формулы φ заменой каждой подформулы вида $Q(\bar{t})$ на $P(a,\bar{t})$:

$$\varphi'(a,\bar{y}) \equiv (\varphi)^{Q(\bar{t})}_{P(a,\bar{t})}(\bar{y}).$$

Первый аргумент предиката P будет использован следующим образом: $P_i(a,\bar{y})$ будет эквивалентно $Q_i(\bar{y})$, а $P_i(b,\bar{y})$ означает, что набор $\bar{y}$ был добавлен на предыдущем шаге, но отсутствует на текущем шаге.

Тогда формула θ строится следующим образом:

$$\theta(u,a,b,\bar{y}) \equiv a \neq b \wedge [u = a \wedge \varphi'(a,\bar{y}) \vee u = b \wedge \neg\varphi'(a,\bar{y}) \wedge P(a,\bar{y})].$$

Лемма 1. *При построении $\mathrm{PFP}^{\exists}_{P(u,\bar{y})}(\theta)$ и $\mathrm{PFP}^{\forall}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ выполняется $P_i(a,\bar{y}) \equiv Q_i(\bar{y})$ для всех $\bar{y}$ и любого i.*

Доказательство. Докажем при помощи индукции по i.

Базис: $i = 0$. Так как шаг нулевой, то $P_0 = \varnothing$ и $Q_0 = \varnothing$. Следовательно, для всех $\bar{y}$ выполняется $\bar{y} \in Q_i$ тогда и только тогда, когда $(a,\bar{y}) \in P_i$.

Индукционный шаг. Допустим, что для i лемма доказана. Докажем её для шага $i+1$:

$$(a,\bar{y}) \in P_{i+1} \overset{(a)}{\Leftrightarrow} \varphi'(a,\bar{y}) \overset{(b)}{\Leftrightarrow} \varphi(\bar{y}) \Leftrightarrow \bar{y} \in Q_{i+1},$$

где эквивалентность (a) выполнена по определению PFP-оператора, а эквивалентность (b) — по определению φ' и индукционному предположению. □

Доказательство теоремы. Докажем теорему в прямую сторону. Пусть формула $\mathrm{PFP}^{\forall}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ выполнена для $\bar{c}$, то есть по определению $\mathrm{PFP}^{\forall}$ существует i_0 такой, что $\bar{c} \in Q_i$ для всех $i > i_0$.

Тогда по определению $\mathrm{PFP}^{\exists}$ необходимо показать следующее:

1) формула $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ выполнена для $\bar{c}$,

2) формула $(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\exists}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b,a,b,\bar{y})$ не выполнена для $\bar{c}$.

Так как $\bar{c}$ принадлежит всем Q_i, начиная с некоторого i_0, то он принадлежит бесконечному числу Q_i, то есть формула $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ выполнена для $\bar{c}$.

По построению формулы θ выполнено $P_{i+1}(b,\bar{y}) \equiv \neg P_{i+1}(a,\bar{y}) \wedge P_i(a,\bar{y})$. Из этого по лемме 1 следует, что $P_{i+1}(b,\bar{y}) \equiv \neg Q_{i+1}(\bar{y}) \wedge Q_i(\bar{y})$. Для всех $i \geq i_0$ не выполнено $\neg Q_{i+1}(\bar{c})$. Из этого получаем, что для всех $i \geq i_0$ не выполнено $P_{i+1}(b,\bar{c})$. Следовательно, формула $(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\exists}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b,a,b,\bar{y})$ не выполнена для $\bar{c}$ по определению. Тогда будет выполнена формула

$$\big[\,\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)(\bar{c}) \wedge \neg(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\exists}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b,a,b,\bar{c})\big].$$

Докажем теорему в обратную сторону. Пусть формула

$$\big[\,\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)(\bar{y}) \wedge \neg(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\exists}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b,a,b,\bar{y})\big]$$

выполнена для $\bar{c}$. Следовательно, формула $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ выполнена для $\bar{c}$, то есть по определению $\mathrm{PFP}^{\exists}$ для бесконечного количества i выполнено $\bar{c} \in Q_i$, и формула $\neg(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\exists}_{P(u,\bar{y})}(\theta)$ выполнена для $\bar{c}$.

Из того, что формула $(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\exists}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b,a,b,\bar{y})$ не выполнена для $\bar{c}$, следует, что формула $\neg\varphi'(a,\bar{c}) \wedge P(a,\bar{c})$ не выполнена для всех P-шагов начиная с некоторого, то есть существует некоторый P-шаг с номером i_0, после которого эта формула не выполняется. Тогда, начиная с i_0, выполняется: если $\bar{c} \in Q_i$, то $\bar{c} \in Q_{i+1}$. Так как $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ выполнена для $\bar{c}$, то существует такой $j_0 > i_0$, что $\bar{c} \in Q_{j_0}$. Следовательно, формула $\mathrm{PFP}^{\forall}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ выполнена для $\bar{c}$. □

3. Выражение $\mathrm{PFP}^{\exists}$ через $\mathrm{PFP}^{\forall}$

Теперь докажем теорему, обратную к теореме 1.

Теорема 2. *Для любой формулы φ можно построить некоторую формулу θ такую, что формула $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)(\bar{y})$ будет для любых $\bar{y}$ эквивалентна $\neg(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\forall}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b,a,b,\bar{y})$. Формула $\theta(u,a,b,\bar{y})$ будет определена ниже.*

Введём новый предикатный символ P, местность которого на один больше местности предиката Q. Пусть u,a,b — новые переменные, а формула φ' получена из формулы φ заменой каждой подформулы вида $Q(\bar{t})$ на $P(a,\bar{t})$:

$$\varphi'(a,\bar{y}) \equiv (\varphi)^{Q(\bar{t})}_{P(a,\bar{t})}(\bar{y}).$$

Первый аргумент предиката P будет использован следующим образом: $P_i(a,\bar{y})$ будет эквивалентно $Q_i(\bar{y})$, а при помощи $P_i(b,\bar{y})$ будет строиться дополнение предиката Q_i на каждом шаге.

Тогда формула θ строится следующим образом:

$$\theta(u,a,b,\bar{y}) \equiv a \neq b \wedge [u = a \wedge \varphi'(a,\bar{y}) \vee u = b \wedge \neg\varphi'(a,\bar{y})].$$

Лемма 2. *При построении $\mathrm{PFP}^{\forall}_{P(u,\bar{y})}(\theta)$ и $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ выполняется $P_i(a,\bar{y}) \equiv Q_i(\bar{y})$ для всех $\bar{y}$ и любого i.*

Доказательство. Докажем при помощи индукции по i.

Базис: $i = 0$. Так как шаг нулевой, то $P_0 = \varnothing$ и $Q_0 = \varnothing$. Следовательно, для всех $\bar{y}$ выполняется $\bar{y} \in Q_i$ тогда и только тогда, когда $(a, \bar{y}) \in P_i$.

Индукционный шаг. Допустим, что для i лемма доказана. Докажем её для шага $i + 1$:

$$(a, \bar{y}) \in P_{i+1} \Leftrightarrow \varphi'(a, \bar{y}) \Leftrightarrow \varphi(\bar{y}) \Leftrightarrow \bar{y} \in Q_{i+1},$$

где первые две эквивалентности выполнены аналогично лемме 1. □

Лемма 3. *При построении* $\mathrm{PFP}^{\forall}_{P(u,\bar{y})}(\theta)$ *и* $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ *выполняется* $P_i(b, \bar{y}) \not\equiv Q_i(\bar{y})$ *для всех* $\bar{y}$ *и любого* $i > 0$.

Доказательство. Докажем при помощи индукции по i.

Базис: $i = 1$. На данном шаге будет выполнено

$$(b, \bar{y}) \in P_1 \Leftrightarrow \neg\varphi'(a, \bar{y}) \Leftrightarrow \neg\varphi(\bar{y}) \Leftrightarrow \bar{y} \notin Q_1.$$

Индукционный шаг. Допустим, что для i лемма доказана. Докажем её для шага $i + 1$:

$$(b, \bar{y}) \in P_{i+1} \Leftrightarrow \neg\varphi'(a, \bar{y}) \Leftrightarrow \neg\varphi(\bar{y}) \Leftrightarrow \bar{y} \in Q_{i+1},$$

где первые два тождества выполнены аналогично лемме 1. □

Доказательство теоремы. Докажем теорему в прямую сторону. Пусть формула $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ выполнена для $\bar{c}$. По определению $\mathrm{PFP}^{\exists}$ выполнено $\bar{c} \in Q_i$ для бесконечного количества i. Следовательно, не существует i_0 такого, что $\bar{c} \notin Q_i$ для всех $i > i_0$.

Допустим, что формула $\neg(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\forall}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b, a, b, \bar{y})$ не выполнена для набора $\bar{c}$. Тогда $(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\forall}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b, a, b, \bar{y})$ выполнена для $\bar{c}$. Следовательно, существует j_0 такой, что для любого $j > j_0$ выполнено $P_j(b, \bar{c})$. Тогда по лемме 3 выполнено $\bar{c} \notin Q_j$ для всех $j > j_0$, то есть существует некоторый шаг такой, что на каждом шаге с большим номером выполнено $\bar{c} \notin Q_i$, где i — номер шага. Противоречие.

Докажем теорему в обратную сторону. Пусть формула $\neg(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\forall}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b, a, b, \bar{y})$ выполнена для $\bar{c}$, то есть формула $(\exists a)(\exists b)\,\mathrm{PFP}^{\forall}_{P(u,\bar{y})}(\theta)(b, a, b, \bar{y})$ не выполнена для $\bar{c}$. По определению $\mathrm{PFP}^{\forall}$ не существует i_0 такого, что для любого $i > i_0$ выполнено $(b, \bar{c}) \in P_{i+1}$. По лемме 3 выполнено $(b, \bar{c}) \in P_{i+1}$ тогда и только тогда, когда $\bar{c} \notin Q_{i+1}$. То есть не существует i_0, после которого $\bar{c} \notin Q_i$ для всех $i > i_0$. Из этого следует, что $\bar{c}$ принадлежит бесконечному количеству Q_i. Следовательно, по определению $\mathrm{PFP}^{\exists}$ формула $\mathrm{PFP}^{\exists}_{Q(\bar{y})}(\varphi)$ выполнена для $\bar{c}$. □

Следствие 1. *Логики, обогащённые операторами* $\mathrm{PFP}^{\forall}$, $\mathrm{PFP}^{\exists}$, *обладают равными выразительными возможностями.*

Заключение

Мы продемонстрировали, что обогащения логики первого порядка $\mathrm{PFP}^{\forall}$-оператором и $\mathrm{PFP}^{\exists}$-оператором дают равную выразительную силу. Выделим некоторое вопросы, которые могут представлять интерес для изучения в будущих работах по данной тематике:

1) При помощи PFP порождается последовательность подмножеств предметной области. Каждая совокупность подмножеств определяет некоторый квантор. Отсюда возникает вопрос: каковы выразительные возможности использования PFP как квантора.

2) При выражении PFP-операторов друг через друга увеличивается их местность. Известно, что унарные и бинарные операторы инфляционной фиксированной точки обладают разными свойствами [9]. Поэтому возникает вопрос о возможности выражения операторов $\mathrm{PFP}^{\forall}$ и $\mathrm{PFP}^{\exists}$ друг через друга без увеличения местности.

Список литературы

[1] Aho A.V., Ullman J.D. Universality of data retrieval languages // Proc. of 6th Symp. on Principles of Programming Languages. 1979. Pp. 110–120.

[2] Dudakov S.M. On inflationary fix-point operators safety // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2015. Vol. 36, № 4. Pp. 328–331.

[3] Gurevich Y. Toward logic tailored for computational complexity // Computation and Proof Theory. Series: Lecture Notes in Mathematics. Vol. 1104. Springer, 1984. Pp. 175–216.

[4] Gurevich Y., Shelah S. Fixed-point extensions of first-order logic // Annals of Pure and Applied Logic. 1986. № 32. Pp. 265–280.

[5] Kreutzer S. Partial Fixed-Point Logic on Infinite Structure // Computer Science Logic. 2002. Pp. 337–351.

[6] Libkin L. Elements of Finite Model Theory. Berlin: Springer, 2004. 314 p.

[7] Sekorin V.S. Partial Fixed Point for Finite Models in Second Order Logic // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. Vol. 41, № 9. Pp. 1672–1679.

[8] Дудаков С.М., Тайцлин М.А. Трансляционные результаты для языков запросов в теории баз данных // Успехи математических наук. 2006. Т. 61, № 2 (368). С. 2–65.

[9] Дудаков С.М. О безопасности одно- и многоместных IFP-операторов // Моделирование и анализ информационных систем. 2018. Т. 25, № 5. С. 525–533.

Образец цитирования

Секорин В.С. Об эквивалентности двух семантик PFP-оператора // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2020. № 3. С. 41–49. https://doi.org/10.26456/vtpmk598

Сведения об авторах

1. **Секорин Всеслав Станиславович**
аспирант кафедры информатики Тверского государственного университета.

Россия, 170100, г.Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ, ПМиК.
E-mail: vssekorin@gmail.com

ON EQUIVALENCE OF TWO PFP-OPERATOR SEMANTICS

Sekorin Vseslav Stanislavovich
PhD student at Computer Science department, Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33, Zhelyabova str.
E-mail: *vssekorin@gmail.com*

Received 15.08.2020, revised 05.09.2020.

We consider two different semantics of partial fixed point (PFP) operator. We establish that they are equivalent for structures those contain more than one element. For this purpose we show how to translate each type of PFP-operator to other one.

Keywords: partial fixed point, infinite structure, semantic.

Citation

Sekorin V.S., "On equivalence of two PFP-operator semantics", *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2020, № 3, 41–49(in Russian). https://doi.org/10.26456/vtpmk598

References

[1] Aho A.V., Ullman J.D., "Universality of data retrieval languages", *Proc. of 6th Symp. on Principles of Programming Languages*, 1979, 110–120.

[2] Dudakov S.M., "On inflationary fix-point operators safety", *Lobachevskii Journal of Mathematics*, **36**:4 (2015), 328–331.

[3] Gurevich Y., "Toward logic tailored for computational complexity", *Computation and Proof Theory.* V. 1104, Lecture Notes in Mathematics, Springer, 1984, 175–216.

[4] Gurevich Y., Shelah S., "Fixed-point extensions of first-order logic", *Annals of Pure and Applied Logic*, 1986, № 32, 265–280.

[5] Kreutzer S., "Partial Fixed-Point Logic on Infinite Structure", *Computer Science Logic*, 2002, 337–351.

[6] Libkin L., *Elements of Finite Model Theory*, Springer, Berlin, 2004, 314 pp.

[7] Sekorin V.S., "Partial Fixed Point for Finite Models in Second Order Logic", *Lobachevskii Journal of Mathematics*, **41**:9 (2020), 1672–1679.

[8] Dudakov S.M., Taitslin M.A., "Collapse results for query languages in database theory", *Russian Mathematical Surveys*, **61**:2 (2006), 195–253.

[9] Dudakov S.M., "About the security of single-and multi-seat IFP operators", *Modelirovanie i analiz informatsionnykh sistem [Modeling and analysis of information systems]*, **25**:5 (2018), 525–533 (in Russian).