

УДК 314.182, 519.86

ДЕМОГРАФИЧЕСКОЕ ФАЗОВОЕ ПРОСТРАНСТВО ТВЕРСКОЙ ОБЛАСТИ ЗА ПЕРИОД С 1989 ПО 2020 ГГ. И ВОПРОС СТАБИЛИЗАЦИИ ЧИСЛЕННОСТИ ЕЕ НАРОДОНАСЕЛЕНИЯ

**А.Н. Кудинов¹, С.А. Михеев², В.Н. Рыжиков³, В.П.Цветков⁴,
И.В. Цветков⁵**

^{1,2,3,4,5}ФГБОУ ВО «Тверской государственной университет», г. Тверь

Авторами предложен метод исследования особенностей демографической динамики на основе демографического фазового пространства. Целью работы является анализ динамики народонаселения Тверской области и оценка возможности ее стабилизации в будущем с использованием демографического фазового пространства. Научная новизна работы состоит в применении нового метода исследования особенностей демографической динамики на основе демографического фазового пространства на интересующем промежутке времени. В статье построены кусочно-линейные функции, которые непрерывно аппроксимируют временные ряды численности народонаселения и скорости изменения численности народонаселения Тверской области с 1989 по 2020 гг. Сконструировано демографическое фазовое пространство Тверского региона с 1989 по 2020 гг. Получены аналитические выражения, описывающие динамику тренда численности народонаселения Тверской области. Найдена асимптотическая стабилизация численности народонаселения Тверского региона на уровне 1.0998 млн человек к 2060 году.

Ключевые слова: демография, фазовое пространство, кусочно-линейный тренд, прогноз.

doi: 10.26456/2219-1453/2020.4.170–180

Введение

Численность народонаселения – один из важнейших демографических показателей, который постоянно изменяется вследствие рождения, смертей, миграции. Этот показатель измеряется и оценивается по состоянию на определённый момент времени. Он отражает количественные размеры общества, проживающего в определенном регионе, качество жизни населения региона и представляет исходный базисный показатель при анализе социально-экономической ситуации, сложившейся в данном регионе.

В настоящее время (1 января 2020 г.) численность населения Тверской области по данным Росстата составляет 1.260345 млн человек [8]. Народонаселение Тверской области продолжает уменьшаться в силу наличия различных социально-экономических и демографических факторов [9]. Однако определенный оптимизм вызывает тот факт, что величина скорости падения численности народонаселения Тверского региона уменьшается, хотя и достаточно медленно. Так в 2002 г. она составляла примерно 0.05 млн человек в год, а в настоящее время составляет всего 0.01млн человек в год. Величина скорости роста или уменьшения народонаселения также является одним из

важнейших количественных показателей, характеризующих качество жизни народонаселения в различных регионах России.

Традиционным методом исследования динамики народонаселения является использование демографических уравнений [1, с. 320–324, 3 с. 63–80, 4 с. 65–79, 5 с. 6–48, 7 с. 139]. В [2 с. 81–91] исследовалась динамика народонаселения Тверской области $y(t)$ за период с 1999 по 2017 гг. на основе предложенного нами демографического дифференциального уравнения

$$\dot{y} = \alpha y(\beta^m - y^m) \quad (1)$$

где \dot{y} - производная по времени, α, β, m – параметры модели, подбираемые из наилучшего соответствия опытным данным. Более подробно процесс подбора α, β, m изложен в работе [2]

На основании решения уравнения (1) сделано заключение, что численность народонаселения Тверского региона будет монотонно убывать в течение ближайших 40–50 лет до значения ≈ 1.19 млн человек.

Использование демографического уравнения требует, чтобы трендом численности народонаселения $y(t)$ был непрерывной и гладкой функции аппроксимирующей данные по численности народонаселения. Хаотичность демографической динамики Тверской области [2 с. 81–91] накладывает существенные ограничения на возможность достаточно точного описания этого процесса на основе демографических дифференциальных уравнений.

В данной работе предлагается принципиально новый подход исследования динамики численности народонаселения Тверского региона на основе демографического фазового пространства.

1. Демографическое фазовое пространство

Статистические данные о численности народонаселения могут быть представлены временными рядами $y_i = y(t_i)$ ($i = 1, 2, \dots, N$). Наряду с временным рядом y_i построим временной ряд $v_i = v(t_i)$ ($i = 1, 2, \dots, N - 1$) согласно соотношению:

$$v_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{t_{i+1} - t_i}, \quad (2)$$

которое представляет собой разностную производную временного ряда y_i .

Используя на интервале $t_i < t < t_{i+1}$ формулы

$$y(t) = y_i + \frac{y_{i+1} - y_i}{t_{i+1} - t_i} (t - t_i) \quad (3)$$

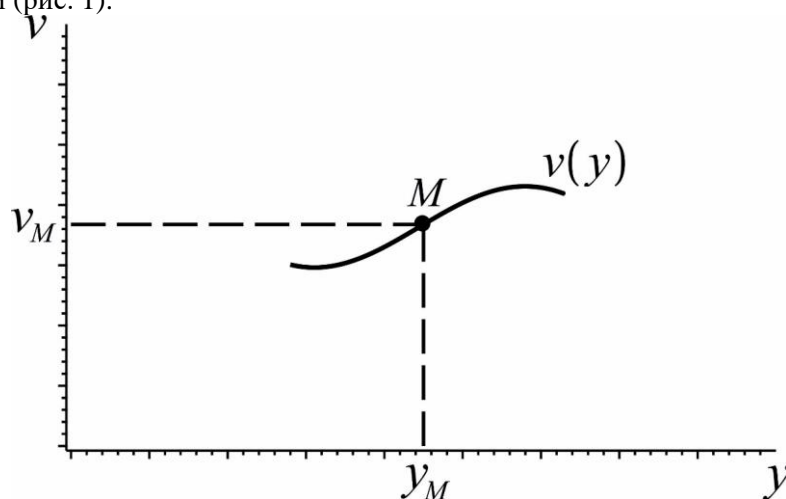
$$v(t) = v_i + \frac{v_{i+1} - v_i}{t_{i+1} - t_i} (t - t_i) \quad (4)$$

мы построим кусочно-линейные функции $y(t)$ и $v(t)$, которые непрерывно аппроксимируют дискретные множества y_i и v_i .

Введенная авторами функция $v(t)$ представляет собой скорость изменения численности народонаселения и является важнейшим показателем

демографической динамики, обусловленной различными социально-экономическими и демографическими факторами.

Сконструируем демографическое фазовое пространство, как множество точек M в R^2 с декартовыми координатами $y(t)$ и $v(t)$. Точки этого пространства называются фазовыми точками. Образованная ими демографическая фазовая траектория $v(y)$ будет описывать все характерные особенности демографической динамики на интересующем нас промежутке времени (рис. 1).



Р и с . 1. Демографическое фазовое пространство

Несомненным преимуществом использования демографического фазового пространства является визуализация демографической динамики.

Из формул (3) и (4) следует, что функции численности народонаселения $y(t)$ и уравнение фазовой траектории $v(y)$ связаны соотношением:

$$t - t_0 = \int_{y_0}^y \frac{dy}{v(y)}, \quad (5)$$

где $y(t_0) = y_0$.

Уравнение фазовой траектории $v(y)$ имеет сложный вид для реальной демографической динамики. Поэтому используют функции тренда $\bar{y}(t)$ и $\bar{v}(t)$, которые представляют собой гладкие аппроксимации функций $y(t)$ и $v(t)$, а функция тренда $\bar{v}(\bar{y})$, соответственно, аппроксимирует фазовую траекторию на интересующих нас промежутках времени. Из (5) следует:

$$t - t_0 = \int_{\bar{y}_0}^{\bar{y}} \frac{d\bar{y}}{\bar{v}(\bar{y})}, \quad (6)$$

где $\bar{y}(t_0) = \bar{y}_0$.

Формула (6) позволяет существенно упростить нахождение приближенного значения численности народонаселения $\bar{v}(t)$ по приближенным значениям тренда демографической фазовой траектории $\bar{v}(y)$.

Тренд фазовой траектории $\bar{v}(y)$ строится с учетом конкретных закономерностей демографической фазовой траектории на интересующем нас промежутке времени.

2. Демографическое фазовое пространство Тверской области с 1989 по 2020 гг.

Используя данные демографической статистики Тверской области [8] с 1989 по 2020 гг. и формулы (2)–(4), построим кусочно-линейную демографическую фазовую траекторию. Ее график приведем на рис. 2, на котором величина y дана в млн человек, а величина v в млн человек/год. В дальнейшем все значения y и v приводятся в указанных единицах.

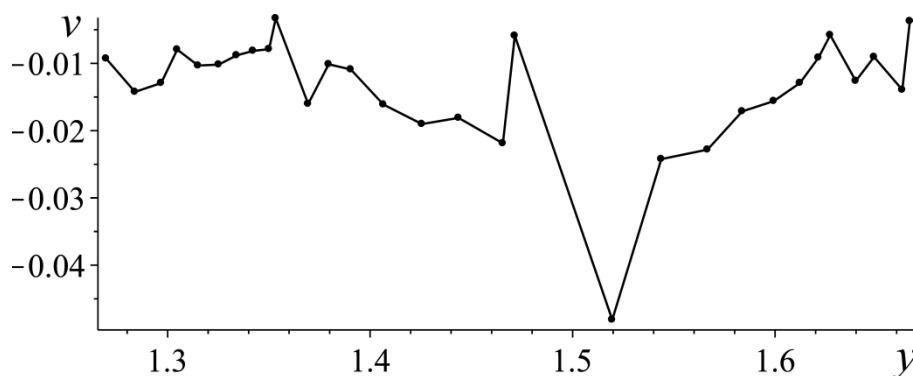


Рис. 2. Демографическое фазовое пространство Тверской области с 1989 по 2020 гг.

Из рис. 2 видно, что фазовая траектория имеет сложный характер поведения, при котором происходит хаотичное изменение скорости численности народонаселения v Тверской области с 1989 по 2020 гг. в пределах $-0.04811 \leq v \leq -0.003306$. Максимальное значение v соответствует 2011 г., а минимальное – 2002 году. С 1990 по 2000 гг. демографическая фазовая траектория указывает на непрерывное увеличение скорости уменьшения народонаселения Тверской области с -0.003583 по -0.024227 . С 2000 по 2003 гг. имеет место три ежегодных скачка скорости уменьшения народонаселения: 1-й скачок с -0.024227 до -0.04811 ; 2-й скачок с -0.04811 до -0.005891 ; 3-й с -0.005891 до -0.021886 . С 2003 по 2020 гг. происходит медленное, но, в среднем, непрерывное уменьшение скорости v падения численности y народонаселения Тверской области. Данное обстоятельство является указанием на то, что данный процесс может продолжаться и после 2020 года. В течение ближайших 30–40 лет можно ожидать стабилизацию численности народонаселения Тверского региона на уровне, немного превышающем 1 млн человек.

Сложный хаотический характер демографической фазовой траектории Тверской области указывает на многообразие различных социально-экономических, демографических, климатических факторов, жесткости региональной миграционной политики [9].

Описанная выше демографическая динамика Тверского региона коррелирует с динамикой ВВП на душу населения России за рассматриваемый период времени. Согласно экономическим данным [10] в России наблюдалось падение реального ВВП на душу населения с начала 90-х гг. XIX века до начала нулевых со средним темпом около 5 % в год. Далее реальный ВВП начал расти со средним темпом около 6 %. Отсюда следует, что в начале 2000 гг. в России, а следовательно, и в Тверском регионе произошел перелом тренда реального ВВП на душу населения с нисходящего на восходящий, что, несомненно, сказалось на характере поведения изменения скорости народонаселения Тверской области в виде аномально больших скачков (катастроф).

Уровень ВВП страны является, на взгляд авторов, важным фактором, определяющим демографическую ситуацию в регионе. Тверская область в составе Российской Федерации является открытой экономической системой, так как получает внешние субсидии и значительная часть работоспособного населения работает вне региона. Соответственно, благосостояние жителей Тверской области напрямую связано с ВВП всей России и глобальной экономической ситуацией.

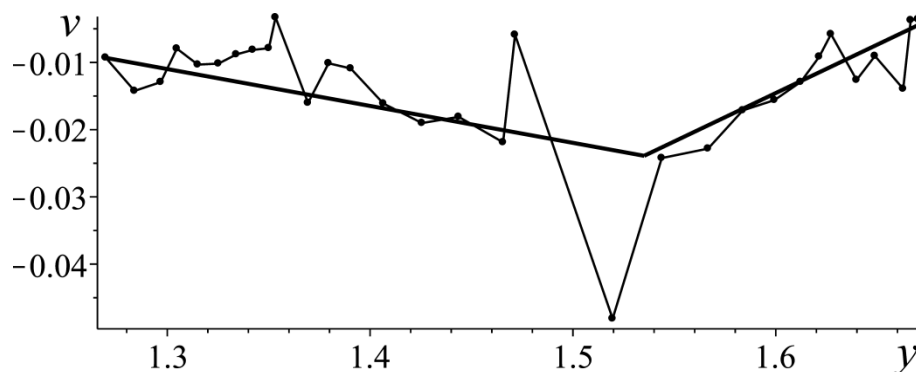
3. Кусочно-линейная аппроксимация демографической фазовой траектории

Характерные особенности демографической фазовой траектории Тверского региона, представленной на рис.2, позволяют ее аппроксимировать непрерывной кусочно-линейной функцией:

$$\bar{v} = -0.2447 + 0.1439 u, \text{ при } 1.5351 \leq u \leq 1.6701; \quad (7)$$

$$\bar{v} = 0.0604 - 0.0549 u, \text{ при } 1.2696 \leq u \leq 1.5351.$$

Демографическую фазовую кривую вместе с ее кусочно-линейным трендом (7) представим на рис.3.



Р и с . 3. Графики демографической фазовой траектории Тверской области с 1989 по 2020 гг. и ее кусочно-линейного тренда.

Фазовые точки с координатами $y=1.5200$, $v = -0.04811$ и $y=1.4715$, $v = -0.005891$ являются точками значительных скачков скорости численности населения и соответствуют демографическим катастрофам Тверской области в 2001 и 2002 гг.

Точка излома кусочно-линейного тренда имеет координаты $y=1.5351$, $v = -0.02389$ и служит доказательством наличия в демографической динамике Тверской области демографического фазового перехода, в которой падающий тренд скорости всменяется растущим. Эта точка соответствует моменту времени $t^* = 29$ октября 2000 г. и хорошо согласуется с изменением характера динамики ВВП России на душу населения в данный момент времени. Таким образом, демографический фазовый переход Тверской области тесно связан с изменением экономической динамики в России в начале 2000-х гг.

4. Динамика тренда численности населения Тверской области

Подставляя кусочно-линейный тренд \bar{v} демографической фазовой траектории Тверской области (7) в (6) получаем аналитическое выражение, описывающее динамику тренда численности населения \bar{y} :

$$\begin{aligned} \bar{y} &= 1.7012 - 0.1703 \exp(0.1439(t - t^*)), & t \leq t^*; \\ \bar{y} &= 1.0998 - 0.4352 \exp(-0.0549(t - t^*)), & t \geq t^*. \end{aligned} \quad (8)$$

Из формулы (8) следует асимптотическая стабилизация численности населения Тверского региона на уровне 1.0998 млн человек. Этот результат, полученный на основе выявленных нами закономерностей структуры демографического фазового пространства, согласуется со значением 1.19 млн человек, полученным в [6 с. 145–153].

Функцию тренда \bar{y} и статистические данные населения Тверской области представим на рис. 4. Линия тренда \bar{y} нами аналитически продолжена до 2070 года. Точка демографического фазового перехода $t^* = 29$ октября 2000 г. отмечена на рис. 4 красным цветом.

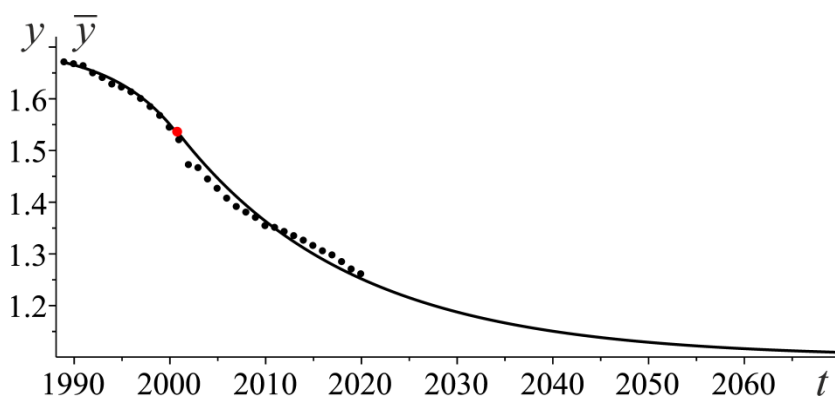


Рис. 4. Статистические данные населения Тверской области с 1989 по 2020 год и график функции тренда \bar{y} с 1989 по 2070 гг.

Как показывает анализ, на основе (рис. 4), реальных данных и структуры линии тренда \bar{y} , имеет место осцилляционный характер отклонения этих данных от линии тренда с периодом порядка 10 лет, начиная с момента времени демографического фазового перехода t^* . С 2000 по 2010 гг. численность народонаселения Тверской области оказалась несколько ниже по сравнению с расчетной кривой в среднем примерно на 1.28 %. и с 2010 по 2020 гг. выше по сравнению с расчетной кривой в среднем примерно на 0.9 %. Данный факт свидетельствует о постепенном сближении реальных данных и линии тренда с течением времени и достаточно высокой точности нашей демографической модели.

Заключение

В работе предложен метод исследования особенностей демографической динамики на основе демографического фазового пространства на интересующем промежутке времени.

Построены кусочно-линейные функции $y(t)$ и $v(t)$, которые непрерывно аппроксимируют временные ряды численности народонаселения

$y_i = y(t_i) (i = 1, 2, \dots, N)$ и скорости изменения численности народонаселения $v_i = v(t_i)$ Тверской области с 1989 по 2020 год.

На основе функций $y(t)$ и $v(t)$ построено демографическое фазовое пространство Тверского региона с 1989 по 2020 год. График демографической фазовой траектории $v(y)$ этого пространства на исследованном промежутке времени приведен на рис. 2.

Показано, что фазовая траектория $v(y)$ имеет сложный характер поведения, при котором происходит хаотичное изменение скорости численности народонаселения v Тверской области с 1989 по 2020 гг. в пределах $-0.04811 \leq v \leq -0.003306$. Максимальное значение v соответствует 2011 г., а минимальное – 2002 г. С 1990 по 2000 гг. демографическая фазовая траектория указывает на непрерывное увеличение скорости уменьшения народонаселения Тверской области с -0.003583 по -0.024227 . С 2000 по 2003 гг. имеет место три ежегодных скачка скорости уменьшения народонаселения: 1-й скачок с -0.024227 до -0.04811 ; 2-й скачок с -0.04811 до -0.005891 ; 3-й с -0.005891 до -0.021886 . С 2003 по 2020 гг. происходит медленное, но, в среднем, непрерывное уменьшение скорости v падения численности y народонаселения Тверской области.

Показано, что демографическая динамика Тверского региона коррелирует с динамикой ВВП на душу населения России за рассматриваемый период времени.

На основе выявленных характерных особенностей демографическая фазовая траектория $v(y)$ Тверского региона аппроксимирована непрерывной кусочно-линейной функций $\bar{v}(\bar{y})(7)$. График этой функции вместе с $v(y)$ представлен на рис. 3.

Найдена точка излома кусочно-линейного тренда $\bar{v}(\bar{y})$ демографической фазовой траектории с координатами $y = 1.5351$, $v = -0,02389$, что доказывает наличия в демографической динамике Тверской области демографического фазового перехода, в которой падающий тренд скорости усменяется растущим. Эта точка соответствует моменту времени $t^* = 29$ октября 2000 г. и хорошо согласуется с изменением характера динамики ВВП России на душу населения в данный момент времени.

Получены аналитические выражение, описывающее динамику тренда численности народонаселения \bar{y} Тверской области (3).

На основании (8) найдена асимптотическая стабилизация численности народонаселения Тверского региона на уровне 1.0998 млн человек. Показано, что этот результат, полученный на основе выявленных нами закономерностей структуры демографического фазового пространства, согласуется со значением 1.19 млн человек, полученным в [6 с. 146–153].

Графики функции тренда \bar{y} и статистические данные народонаселения Тверской области представлены на рис. 4. Линия тренда \bar{y} нами аналитически продолжена до 2070 года.

На основе реальных данных (рис. 4) и структуры линии тренда \bar{y} показано, что имеет место осцилляционный характер отклонения этих данных от линии тренда с периодом порядка 10 лет, начиная с момента времени демографического фазового перехода t^* . Выявлен факт постепенного сближения реальных данных и линии тренда численности народонаселения \bar{y} Тверской области с течением времени, что говорит о достаточно высокой точности нашей демографической модели.

Список литературы

1. Акаев А.А., Садовничий В.А.. Математическая модель демографической динамики со стабилизацией численности населения мира вокруг стационарного уровня // Доклады Академии Наук. 2010. Т. 435. № 3. С. 320–324.
2. Беспалько Е.В., Кудинов А.Н., Михеев С.А., Редчиц В.П., Рыжиков В.Н., Цветков В.П., Цветков И.В. Динамика народонаселения Тверской области // Вестник ТвГУ. Серия: Экономика и управление. 2018. № 1. С. 81–91.
3. Капица С.П. Феноменологическая теория роста населения Земли // Успехи физ. наук. 1996. 166 с. № 1, С. 63–80;
4. Капица С.П. Общая теория человечества. Как рос и куда идёт мир человека. Второе издание. М.: Москва, 2009, 120 с.
- Капица С.П. Математическая модель роста народонаселения мира // Математическое моделирование. 1992. Т.4. № 6. С. 65–79.
5. Коротаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А. Компактная математическая модель технико-экономического и демографического развития Мир-Системы (1-1973 гг.) // История и синергетика: Математическое моделирование социальной динамики / ред. С.Ю. Малков и А.В. Коротаев. М.: КомКнига/URSS, 2005. С. 6–48.
6. Кудинов А.Н., Круглов К.В., Рыжиков В.Н., Цветков В.П., Цветков И.В. Тенденции и прогнозирование роста народонаселения России и Тверской области в модели мультифрактальной динамики // Вестник ТвГУ. Серия: Экономика и управление. 2015. № 1. Т.2. С. 145–153.

7. Мальтус Т. Опыт о законе народонаселения. Шедевры мировой экономической мысли. Петрозаводск: Петроком, 1993, т. 4, 139 с.
8. Население Тверской области. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Население_Тверской_области (дата обращения: 05.03.20).
9. Правительство Тверской области. Официальный сайт. URL: <http://www.region.tver.ru/sotsialnaya-sfera/demograficheskaya-politika/obshchie-svedeniya/?print=y> (дата обращения: 11.03.20).
10. Report for Selected Countries and Subjects (англ.). URL: <https://www.imf.org> (дата обращения 18.03.20).

Об авторах:

КУДИНОВ Алексей Никифорович – доктор физико-математических наук, профессор, директор Научного образовательного центра «Математическое моделирование», Тверской государственный университет, e-mail: mathlab@mail.ru, ORCID: 0000-0001-9223-7678, SPIN-код: 3401-4410

МИХЕЕВ Сергей Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей математики и математической физики, Тверской государственный университет, e-mail: sergjan800@rambler.ru, ORCID: 0000-0001-8489-2592, SPIN-код: 7100-8131

РЫЖИКОВ Владимир Николаевич – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры общей математики и математической физики Тверской государственный университет, e-mail: vlnr@mail.ru, ORCID: 0000-0002-2833-2774, SPIN-код: 1053-0553

ЦВЕТКОВ Виктор Павлович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей математики и математической физики, Тверской государственный университет, e-mail: tsvet@tvesu.ru, ORCID: 0000-0001-8842-8076, SPIN-код: 2779-6153

ЦВЕТКОВ Илья Викторович – доктор технических наук, профессор кафедры экономики предприятий и менеджмента, Тверской государственный университет, e-mail: mancu@mail.ru, ORCID: 0000-0002-5284-880X, SPIN-код: 9398-5644

DEMOGRAPHIC PHASE SPACE OF THE TVER REGION FROM 1989 TO 2020 AND TVER REGION POPULATION

A.N.Kudinov¹, S.A.Mikheev², V.N. Ryzikov³, V.P.Tsvetkov⁴, I.V.Tsvetkov⁵
^{1,2,3,4,5}Tver State University, Tver, Russian Federation

The article proposes a method for studying the features of demographic dynamics based on the demographic phase space. The aim of the work is to analyze the dynamics of the population of the Tver region and to assess the possibility of its stabilization in the future using the demographic phase space. The scientific novelty of the work consists in the application of a new method

for studying the characteristics of demographic dynamics based on the demographic phase space at the specific time interval. The article constructs piecewise linear functions that continuously approximate the time series of the population and the rate of change in the population of the Tver region from 1989 to 2020. The authors present a demographic phase space of the Tver region from 1989 to 2020. An analytical expression describes the dynamics of the trend in the population of the Tver region. The investigation highlights an asymptotic stabilization of the population of the Tver region at the level of 1.0998 million people by 2060.

Keywords: *demography, phase space, piecewise-linear trend, forecast.*

About the authors:

KUDINOV Aleksej Nikiforovich – doctor in Physics and Mathematics Sciences, Professor, Head of Research and Educational Centre of Mathematically Modelling, Tver State University mathlab@mail.ru

MICHEEV Sergej Aleksandrovich – candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of General Mathematics and Mathematical Physics, Tver State University, sergjan800@rambler.ru

RYZHIKOV Vladimir Nikolaevich – candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of General Mathematics and Mathematical Physics, Tver State University, vlnr@mail.ru

TSVETKOV Viktor Pavlovich – doctor in Physics and Mathematics Sciences, Professor, Head of Department of General Mathematics and Mathematical Physics, Tver State University, tsvetkov.vp@tvesu.ru

TSVETKOV Ilya Viktorovich – doctor in Engineering, Tver State University, Professor of the Department of Economics of Enterprises and Management, Tver State University, mancu@mail.ru

References

1. Akaev A.A., Sadovnichij V.A.. Matematicheskaja model' demograficheskoj dinamiki so stabilizaciej chislenosti naselenija mira vokrug stacionarnogo urovnja // Doklady Akademii Nauk. 2010. T. 435. № 3. S. 320–324.
2. Bepal'ko E.V., Kudinov A.N., Miheev S.A., Redchic V.P., Ryzhikov V.N., Cvetkov V.P., Cvetkov I.V. Dinamika narodonaselenija Tverskoj oblasti // Vestnik TvGU. Serija: Jekonomika i upravlenie. 2018. № 1. S. 81–91.
3. Kapica S.P. Fenomenologicheskaja teorija rosta naselenija Zemli // Uspehi fiz. nauk. 1996. 166 s. № 1, S. 63–80;
Kapica S.P. Obshhaja teorija chelovechestva. Kak ros i kuda idjot mir cheloveka. Vtoroe izdanie. M.: Moskva, 2009, 120 s.
4. Kapica S.P. Matematicheskaja model' rosta narodonaselenija mira // Matematicheskoe modelirovanie. 1992. T.4. № 6. S. 65–79.
5. Korotaev A.V., Malkov A.S., Halturina D.A. Kompaktnaja matematicheskaja model' tehniko-jekonomicheskogo i demograficheskogo razvitija Mir-Sistemy (1-1973 gg.) // Istorija i

- sinergetika: Matematicheskoe modelirovanie social'noj dinamiki / red. S.Ju. Malkov i A.V. Korotaev. M.: KomKniga/URSS, 2005. S. 6–48.
6. Kudinov A.N., Kruglov K.V., Ryzhikov V.N., Cvetkov V.P., Cvetkov I.V. Tendencii i prognozirovanie rosta narodonaselenija Rossii i Tverskoj oblasti v modeli mul'tifraktal'noj dinamiki // Vestnik TvGU. Serija: Jekonomika i upravlenie. 2015. № 1. T.2. S. 145–153.
 7. Mal'tus T. Opyt o zakone narodonaselenija. Shedevry mirovoj jekonomicheskoj mysli. Petrozaovodsk: Petrokom, 1993, t. 4, 139 s.
 8. Naselenie Tverskoj oblasti.
URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Naselenie_Tverskoj_oblasti (data obrashhenija: 05.03.20).
 9. Pravitel'stvo Tverskoj oblasti. Oficial'nyj sajt.
URL: <http://www.region.tver.ru/sotsialnaya-sfera/demograficheskaya-politika/obshchie-svedeniya/?print=y> (data obrashhenija: 11.03.20).
 10. Report for Selected Countries and Subjects (angl.). URL: <https://www.imf.org> (dataobrashhenija18.03.20).