

**ФИЗИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ
ПРИМЕНЕНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПИРОЭФФЕКТА**

**О. В. Малышкина¹, А. А. Мовчикова¹, Н. Б. Прокофьева²,
О. Н. Калугина³**

Тверской государственный университет

¹*кафедра физики сегнетоэлектриков и пьезоэлектриков*

²*кафедра картографии и геоэкологии.*

³*кафедра физической химии*

На примере анализа форм пироотклика показана определяющая роль граничных условий уравнений математической физики, используемых при интерпретации экспериментальных результатов и необходимость их соответствия реальным условиям эксперимента. Проведен точный математический вывод формулы для расчета пирокоэффициента при прямоугольной модуляции теплового потока.

Ключевые слова: *пироэлектрический эффект, определение пирокоэффициента, метод модуляции теплового потока*

**PHYSICAL AND MATHEMATICAL CONDITIONS OF THE
RECTANGULAR HEAT WAVE USE IN THE STUDY OF
PYROEFFECT**

**O. V. Malyshkina¹, A. A. Movchikova¹, N. B. Prokofieva²,
O. N. Kalugina³**

Tver State University

¹*Chair of Physics of Ferroelectrics and Piezoelectrics*

²*Chair of Cartography and Geoecology*

³*Chair of Physical Chemistry*

The determining role of the boundary conditions of the equations of mathematical physics used in the interpretation of experimental data and the necessity of their compliance with the real experimental conditions are shown making use of the examination of pyroresponse shapes. Explicit mathematical derivation of the formula for pyrocoefficient calculation under condition of rectangular heat flux modulation is given.

Keywords: *pyroelectric effect, determination of pyrocoefficient, method of heat flux modulation*

Введение. Среди количественных методов исследования пироэлектрического эффекта различают статические и динамические [1-9]. Эти методы сводятся к измерению значения заряда, возникающего на металлизированных обкладках образца при изменении его

температуры, но они отличаются способами реализации изменения температуры и измерения приращения заряда.

Суть динамического метода исследования пирозффекта состоит в регистрации пиросигнала при периодическом нагреве и охлаждении образца модулированным тепловым потоком. Модуляция тепловой волны возможна различными способами, из которых наиболее распространены два: модуляция импульсами прямоугольной формы [5-7], и синусоидальная модуляция теплового потока [8, 9]. Впервые динамический метод исследования пирозлектрических свойств был предложен А. Чайновисом в 1956 г. как неразрушающий метод определения спонтанной поляризации в сегнетоэлектриках [5, 6]. При исследовании динамическим методом в сегнетоэлектрическом кристалле устанавливаются тепловые колебания с периодом изменения температуры его поверхности, затухающим по экспоненте по мере прохождения вглубь материала [10-13]. Так как колебания температуры вызывают различный пирозлектрический отклик в разных слоях кристалла, то основной вклад в измеряемые пирозлектрические характеристики вносит ближайшая к облучаемой поверхности часть образца. Это позволяет использовать динамический метод исследования для анализа характера распределения поляризации по толщине образца сегнетоактивного материала.

С математической точки зрения исследование и анализ состояния пространственного распределения поляризации в сегнетоэлектрических материалах возможно двумя методами. В прямом методе в образце задается известное распределение поляризации по толщине образца и с его учетом производится расчет пироотклика. Этот метод имеет более простой математический аппарат, он позволяет анализировать характер распределения поляризации в сегнетоэлектрике путем сравнения расчетных зависимостей пироотклика с наблюдаемыми в эксперименте [14-16]. В обратном методе профиль поляризации рассчитывается по экспериментальным данным – частотным зависимостям пиротока (the Laser Intensity Modulation Method - L IMM) [17-22] или временной зависимости пироотклика (Thermal Square Wave Method at single-frequency - TSWM) [23-25].

Для корректного анализа пироотклика необходимо знать распределение температурных полей в образце. Остановимся на рассмотрении случая, когда нагрев образца осуществляется прямоугольно модулированным тепловым потоком. Несмотря на то, что вид температурных полей практически одинаков для синусоидальной и прямоугольной модуляций теплового потока [11], такая модуляция имеет ряд преимуществ. Так, в случае прямоугольной модуляции осуществляется линейный нагрев поверхности [7] и отсутствует сдвиг фаз между тепловой волной, падающей на образец, и пиротоком [26],

что значительно упрощает используемый в расчетах математический аппарат.

Теория. При отсутствии внутри твердого тела источников тепла изменение его температуры может происходить только за счет внешних источников, воздействующих на одну из поверхностей. Если воздействие источников является периодическим, то можно говорить о температурной волне, которая будет распространяться от поверхности вглубь тела. В случае гармонического колебания температуры эти колебания описываются по закону косинуса (или синуса), а в общем виде – по экспоненциальному закону [27], т.е. формально волна представляется комплексной функцией, но физический смысл имеет только действительная часть [11-13, 27], поэтому при расчетах необходимо брать действительную компоненту. Прямоугольную тепловую волну, падающую на образец, удобно представить в виде ряда Фурье [11, 14]. В любом случае колебания температуры на граничной поверхности твердого тела распространяются вглубь среды в виде быстро затухающих температурных волн.

В установившемся режиме колебания температуры в образце при облучении его модулированным тепловым потоком происходят относительно некоторой средней стационарной температуры [11-13]. Выход на стационарный режим изменения температуры образца происходит после нескольких десятков колебаний [28].

Распределение температуры в образце находится из решения общего уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где Θ – изменение температуры в образце, x – координата, t – текущее время, α – коэффициент тепловой диффузии, с учетом граничных условий:

$$-k \left. \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right|_{x=0} = W(t) \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right|_{x=d} = 0$$

Здесь k – коэффициент теплопроводности, d – толщина образца,

$$W(t) = W_0 \frac{\tau}{T_m} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\omega\tau/2)}{n\omega\tau/2} \exp(in\omega t) \right) \quad (3)$$

- зависимость мощности падающего на образец прямоугольно модулированного теплового потока от времени [14], T_m – период

модуляции теплового потока, τ – длительность светового промежутка ($\tau = T_m/2$), $\omega = 2\pi/T_m$ циклическая частота, W_0 – плотность теплового потока.

Несмотря на то, что условие корректности в постановке задач математической физики [29] требует для решений уравнения теплопроводности наличия как граничных, так и начальных условий, в установившемся режиме (при $t \rightarrow \infty$) соответствующее слагаемое, обусловленное заданием начальных условий, исчезает [11]. В результате распределение температуры в образце толщиной d имеет вид [14]:

$$\Theta(x,t) = \frac{2\beta_0 W_0}{k} \left(\frac{\tau}{T_m} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\omega\tau/2)}{n\omega\tau/2} \exp(in\omega t) \frac{\text{ch}[\varphi_n(d-x)]}{\varphi_n \text{sh}(\varphi_n d)} + \frac{\beta_0 W_0}{k} \left(\frac{\tau}{T_m} \right) \left[\frac{(d-x)^2}{2d} \right], \quad (4)$$

где β_0 – коэффициент поглощения черни, $\varphi_n = (1+i)(n\omega/2\alpha)^{1/2}$.

Среднее по периоду изменение температуры в образце в данном случае определяется по формуле:

$$\langle \Theta(x) \rangle = \frac{1}{T_m} \int_0^{T_m} \Theta(x,t) dt = \frac{\beta_0 W_0}{4kd} [d-x]^2 \quad (5)$$

Расчет температурного поля в образце сегнетоэлектрика (при $k = 0,63 \text{ Дж}/(\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{К})$ и $\alpha = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, $d = 0,7 \text{ мм}$), проведенный для разных плотностей теплового потока (рис. 1) по формуле (5), показывает, что при облучении кристалла модулированным тепловым потоком в образце существует постоянный градиент температуры, направленный из глубины к поверхности, зависящий только от мощности падающего излучения.

В то же время усреднение по всему периоду не учитывает переменной составляющей (первое слагаемое уравнения (4)); для его учета интеграл нужно брать только по полупериоду, тогда:

$$\langle \Theta(x) \rangle = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \Theta(x,t) dt = \frac{4\beta_0 W_0}{k T_m} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(n\omega\tau/2)}{n\omega\tau/2} \cdot \frac{\exp(-\varphi_n x)}{\varphi_n n\omega} \quad (6)$$

Пределы интегрирования в (6) берутся от $-\tau/2$ до $\tau/2$, поскольку в разложении Фурье, используемом для $\Theta(x,t)$ световой промежуток симметричен относительно начала координат [30]. Расчеты по формуле (6) показывают, что переменная составляющая температурной волны, являющаяся определяющей при расчете пироккоэффициента, зависит не только от мощности теплового потока, но и от частоты (рис. 2).

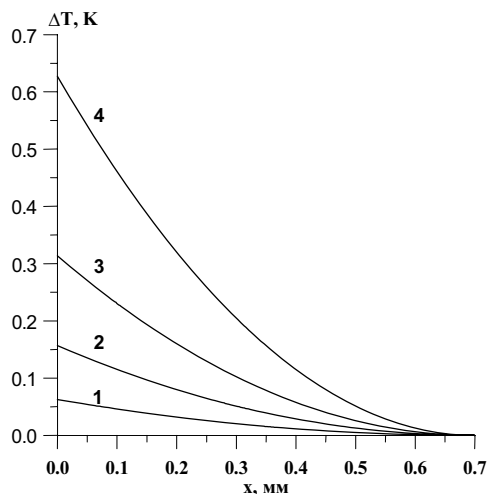


Рис. 1. Распределение температуры по толщине образца при воздействии на него тепловых потоков плотностью 20 (кривая 1), 50 (2), 100 (3) и 200 мВт/см² (4)

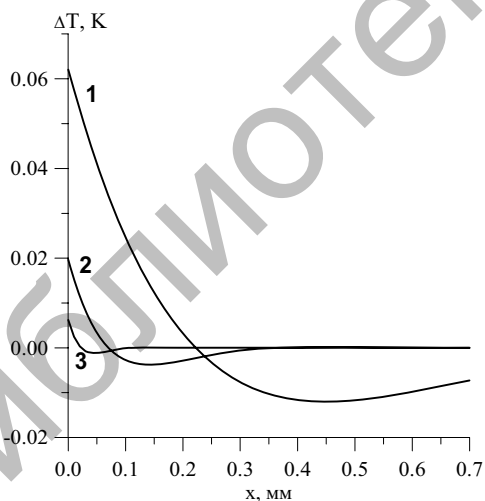


Рис. 2. Зависимость переменной составляющей колебаний температуры от глубины проникновения температурной волны в образец. $W_0=100$ мВт/ см². $f = 1,0$ (кривая 1), 10 (2) и 100 Гц (3). Нулевой отсчёт по шкале температуры принят равным среднему значению температуры в образце, показанному на рис.1

В любой момент времени распределение температуры в теле имеет форму волны, амплитуда которой уменьшается с глубиной. В физических расчетах глубину проникновения температурной волны в кристалл (l) обычно принимают равной значению, при котором среднее

изменение температуры в e раз меньше амплитудного значения [12, 18, 19, 27]:

$$l = (\alpha / \pi f)^{1/2}. \quad (7)$$

В технике глубину проникновения оценивают величиной 0,01 (т.е. 1% от начального амплитудного значения) [12, 13]. В то же время колебания температуры на определенной глубине от поверхности происходят в противофазе с колебаниями на поверхности тела [11-13], что хорошо видно из рис. 2.

Таким образом, значение пиротока (и, как следствие, расчетное значение пироккоэффициента) определяется только глубиной того слоя, на который прошла температурная волна. Поскольку распределение эффективного значения пироккоэффициента γ_{ef} (γ_{ef} – пироккоэффициент рассчитанный по пиротоку при неполной монодоменизации образца) по толщине образца тождественно профилю поляризации, то это дает возможность исследовать пространственное распределение поляризации в сегнетоэлектрическом материале, что и используется в обратных методах (LIMM и TSWM).

В прямом методе средняя по толщине образца величина пиротока в условиях модуляции теплового потока в однородно поляризованном образце определяется следующим образом:

$$I(t, \omega) = \frac{S}{d} \gamma \int_0^d \frac{\partial \Theta(x, t, \omega)}{\partial t} dx, \quad (8)$$

где S – площадь, γ – пироккоэффициент.

Решая уравнение (8) с учетом выражения для температурной волны при прямоугольной модуляции теплового потока (4) получаем для пиротоклика при однородном распределении поляризации в образце [14]:

$$I(t, \omega) = \frac{2\beta_o W \gamma}{dc} \frac{\tau}{T_m} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin(n\omega\tau/2)}{n\omega\tau/2} \exp(int \omega) \right\}, \quad (9)$$

где $c = k/\alpha$ – объемная теплоемкость кристалла.

Данная формула отличается от выражения (3) для мощности теплового потока, падающего на образец, только отсутствием постоянной составляющей и численным коэффициентом, стоящим перед суммой. Т.е. в обоих случаях присутствует представление прямоугольного распределения в виде ряда Фурье. Это означает, что, согласно (9), пиротоклик однородно поляризованного образца сегнетоэлектрика должен иметь прямоугольную форму при любой частоте модуляции теплового потока, падающего на образец.

Эксперимент. Рассмотрим, какую форму имеет пироотклик реальных сегнетоэлектрических кристаллов, имеющих однородное распределение поляризации по толщине, при использовании прямоугольной модуляции теплового потока. Эталонным таким кристаллом является танталат лития ($c = 3,2 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К) и $\alpha = 7,6 \cdot 10^{-7}$ м²/с), поскольку у него отсутствует вклад в пироток токов переключения (т.е. нелинейный пирозффект). В эксперименте использовался образец с $d = 1$ мм (расчет частоты с учетом (7), при которой температурная волна проникает на всю глубину образца, дает значение 0,25 Гц, на $1/2d - 1$ Гц, на $1/3d - 2,2$ Гц). Источником тепла являлся ИК-светодиод с длиной волны 930-960 нм, модуляция которого осуществлялась с помощью генератора сигналов специальной формы. Запись пиросигнала проводилась с использованием АЦП, в качестве усилителя использовался преобразователь ток-напряжение на базе операционного усилителя с $R_{Oy} = 250$ МОм. На рис. 3 представлены формы пироотклика кристалла танталата лития, наблюдаемые при разных частотах модуляции теплового потока. В эксперименте прямоугольную форму имеет пироотклик, наблюдаемый на частотах больших 3 Гц, т.е. когда температурная волна проникает в образец на глубину менее $1/3$ толщины.

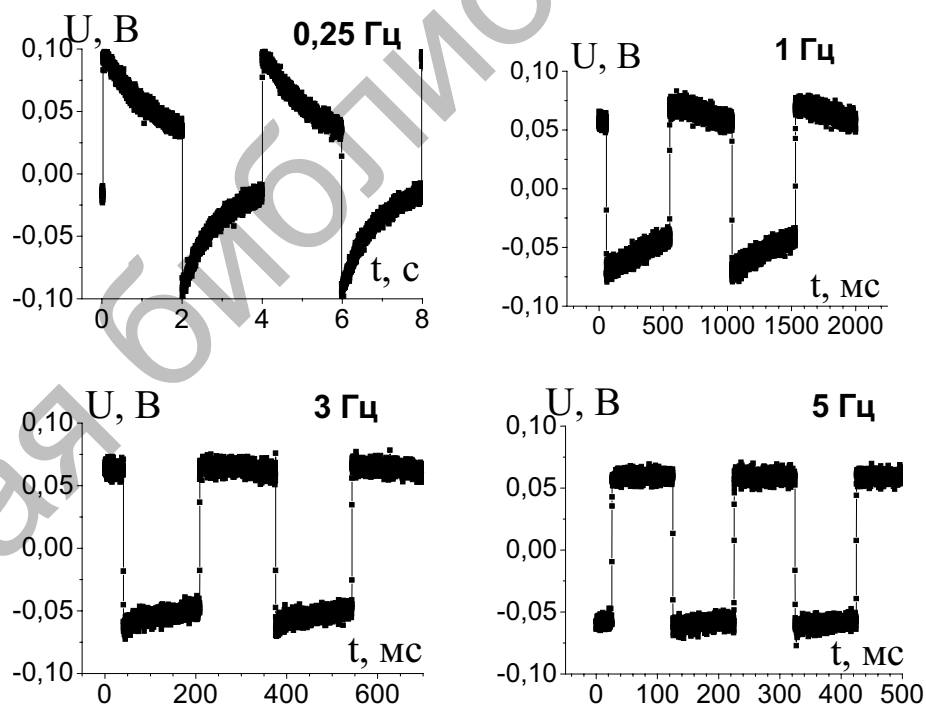


Рис. 3. Экспериментально наблюдаемые формы пироотклика кристалла танталата лития (запись на АЦП).

Запись на АЦП пироотклика кристалла танталата лития с момента включения (рис.4) и выключения (рис.5) модулированного ИК-диода (частота модуляции 10 Гц) показывает, что выход на стационарный (установившийся) режим осуществляется в течение времени порядка 12 – 18 секунд при толщине образца 1 мм. Отклонение сигнала от нуля происходит за счет квазистатического нагрева (рис. 4) или охлаждения (рис. 5) образца.

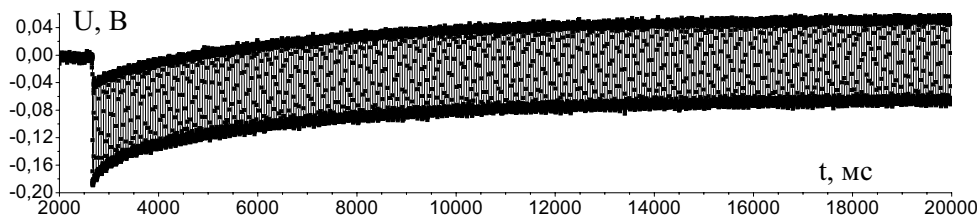


Рис. 4. Пироотклик кристалла танталата лития наблюдаемый в момент включения модулированного источника тепла.

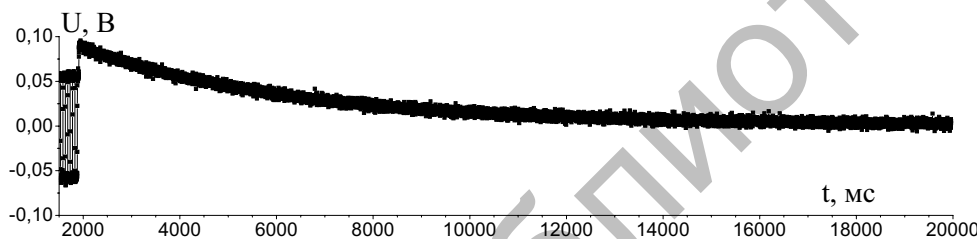


Рис. 5. Пироотклик кристалла танталата лития наблюдаемый в момент выключения модулированного источника тепла.

Анализ. Рассмотрим причины несоответствия форм пироотклика наблюдаемых в эксперименте на низких частотах модуляции теплового потока (рис. 3) расчетной формуле (9).

Как отмечено авторами [3], в случае прямоугольной модуляции теплового потока пироотклик повторяет форму тепловых импульсов, когда частота модуляции много больше обратного времени термической релаксации [31]

$$\frac{1}{\tau_r} \equiv \omega = \frac{2\alpha}{l^2}. \quad (10)$$

Согласно эксперименту (рис. 3) пироотклик имеет прямоугольную форму, когда $l < 1/3d$, это означает, что формула (9) позволяет корректно рассчитывать форму пироотклика только для случая:

$$\omega > \frac{2\alpha}{(d/3)^2} = \frac{18\alpha}{d^2}. \quad (11)$$

Ограничение по частоте при использовании формулы (9) обусловлено зависимостью решений дифференциальных уравнений в частных производных от граничных условий [29, 32], которые налагают соответствующие ограничения при использовании решений для анализа реального физического эксперимента.

При выводе уравнения (9) приближенным является граничное условие (2) при $x = d$. Оно, как следует из эксперимента, справедливо только при выполнении условия (11). В противном случае необходимо учитывать переход тепла в металлическую подложку, на которой расположен образец, и решать систему из двух уравнений теплопроводности:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta_1}{\partial t} &= \alpha_1 \frac{\partial^2 \Theta_1}{\partial x^2} \quad \text{при} \quad x = [0, d] \\ \frac{\partial \Theta_2}{\partial t} &= \alpha_2 \frac{\partial^2 \Theta_2}{\partial x^2} \quad \text{при} \quad x = [d, h] \end{aligned}, \quad (12)$$

где α_1 – коэффициент тепловой диффузии сегнетоэлектрика, α_2 – металлической подложки. Решая эти уравнения с учетом граничных условий:

$$\begin{aligned}
 -k_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial x} \Big|_{x=0} &= W_o(t) \\
 k_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial x} \Big|_{x=d} &= k_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial x} \Big|_{x=d}, \\
 \Theta_1 \Big|_{x=d} &= \Theta_2 \Big|_{x=d} \\
 \frac{\partial \Theta_2}{\partial x} \Big|_{x=l} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

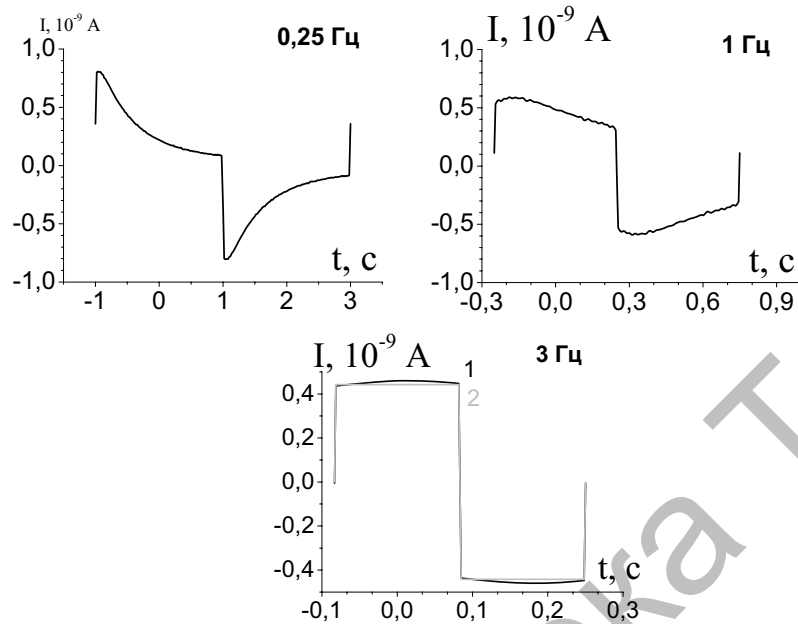
где k_1 – коэффициент теплопроводности сегнетоэлектрика, k_2 – подложки, h – толщина подложки, причем $h \gg d$, что позволяет считать $h \rightarrow \infty$. В результате для пироотклика однородно поляризованного образца получаем (полагая, как и ранее, $\tau = T_m / 2$):

$$I(t) = \frac{\beta_o W_o S \gamma}{c_1 d} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin(n\omega\tau/2)}{n\omega\tau/2} \exp(in\omega t) \left[\frac{\text{sh}(\varphi_1 d) \left[1 + \frac{k_2 \varphi_2 \text{th}(\varphi_1 d)}{k_1 \varphi_1} \right]}{\left[\text{th}(\varphi_1 d) + \frac{k_2 \varphi_2}{k_1 \varphi_1} \right]} - [\text{ch}(\varphi_1 d) - 1] \right] \right\}
 \tag{14}$$

При выполнении условия (11), когда $\text{th}(\varphi_1 d) \approx 1$, это уравнение преобразуется к виду:

$$I(t) = \frac{\beta_o W_o S \gamma}{c_1 d} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin(n\omega\tau/2)}{n\omega\tau/2} \exp(in\omega t) [1 - \exp(\varphi_1 d)] \right\}.
 \tag{15}$$

На рис. 6, а, б представлены формы пиротока кристалла танталата лития, рассчитанные по формуле (14) для частот 0,25 и 1 Гц; на рис. 6, в для 3 Гц, рассчитанные по формулам (15) – кривая 1 и (9) – кривая 2. Сравнение экспериментальных (рис. 3) и расчетных (рис. 6) форм пирооткликов показывает хорошее согласие теории с экспериментом. Незначительные отличия в расчетных кривых для $f = 3$ Гц обусловлены отличием граничных условий в точке $x = d$ ((2) и (13)), при которых решалось уравнение теплопроводности (1) в первом (уравнение (9)) и во втором (уравнение (15)) случаях.



Р и с . 6. Расчетные формы пироотклика кристалла танталата лития.

Заключение. Таким образом, на примере анализа форм пироотклика, показана определяющая роль граничных условий, используемых при решении уравнения теплопроводности, и необходимость при их задании корректно учитывать реальные физические условия эксперимента. В частности, изменение условий при $x = d$ с (2) на (13) позволяет получить расчетные формы пироотклика, хорошо согласующиеся с экспериментом, тогда как из уравнения (9), полученного с учетом граничных условий (2) следует, что пироотклик в условии прямоугольной модуляции теплового потока должен иметь прямоугольную форму при любых частотах.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вывод формулы для расчета пирокoeffициента при прямоугольной модуляции теплового потока

При соблюдении условия (11) формулу (9) можно использовать для расчета пирокoeffициента из среднего значения пиротока (измеряемого в эксперименте).

В общем случае среднее значение функции $F(x)$ на промежутке $[a, b]$ находится по формуле:

$$\langle F \rangle = \frac{1}{b-a} \int_a^b F(x) dx . \quad (16)$$

Среднее значение пиротока за период равно нулю, поскольку среднее значение пиротока в световом промежутке противоположно среднему значению тока в темновом промежутке. Поэтому под средним значением пиротока будем понимать $\langle I_{cb} \rangle$ и усреднение проводить за $1/2 T_m$. Пределы интегрирования, как и ранее, берем от $\tau/2$ до $-\tau/2$. Рассмотрим случай $\tau = T_m / 2$:

$$\langle I_{cb} \rangle = \frac{1}{T_m/2} \int_{-T/4}^{T/4} I(t) dt \quad (17)$$

Решая это уравнение с учетом (4) и (8), для однородно поляризованного образца имеем:

$$\langle I \rangle = \frac{\beta_o W}{dc} \gamma \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/2} \right)^2 \quad (18)$$

Полученная сумма легко преобразуется к известному ряду [30] и равна:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/2} \right)^2 = \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{1}{2} \quad (19)$$

В результате из (18) получается известная ранее [33] формула для расчета пирокоэффициента при использовании прямоугольной модуляции теплового потока:

$$\gamma = \frac{2Ucd}{\beta_o SW_0 R_{OA}} \quad (20)$$

Использование условия (11) при выводе уравнения означает, что данная формула применима только в том случае, когда имеется строго прямоугольный, а не "пленочный" пироотклик. Поскольку (18) выводилось для случая $\tau = T_m / 2$, то формула (20) применима только для модуляции теплового потока со скважностью 2, что при ее выводе авторами [33] не оговаривалось.

В общем случае при модуляции теплового потока с произвольной скважностью вместо (18) получаем:

$$\langle I \rangle = \frac{2\beta_o W \gamma}{dc} \frac{\tau}{T_m} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin\left(n\pi \frac{\tau}{T_m}\right)}{n\pi \frac{\tau}{T_m}} \right)^2 = \frac{2\beta_o W \gamma}{dc N} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin(n\pi/N)}{n\pi/N} \right)^2, \quad (21)$$

где $N = T_m / \tau$ – скважность, с которой производится модуляция теплового потока. Сумма в уравнении (21), в отличие от суммы (19), к

табличному ряду не приводится. В тоже время расчет данной суммы с помощью программы MATCAD позволил сделать следующий вывод:

$$\begin{aligned} \sum &= k && \text{при } N = (2k + 1), \text{ где } k = 1, 2, 3, \dots \\ \sum &= (2k - 1)/2 && \text{при } N = 2k, \text{ где } k = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (22)$$

В результате из (21) с учетом (22) после небольших преобразований получаем выражение для пирокoeffициента в условиях прямоугольной модуляции теплового потока со скважностью N :

$$\gamma = \frac{N}{N-1} \frac{Udc}{\beta_o WR_{OY}} \quad (23)$$

В случае, когда $\tau \ll T_m$, т.е. в приближении одиночного импульса, $N/(N-1) \approx 1$. В результате для пирокoeffициента имеем:

$$\gamma = \frac{Udc}{\beta_o WR_{OY}}, \quad (24)$$

что полностью совпадает с формулой полученной авторами [4] для пирокoeffициента при освещении образца одиночным тепловым импульсом прямоугольной формы. При $N = 2$ из (23) получается ранняя формула (20).

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 08-02-97502-р_центр_а, РНП 2.2.2.3.8101 Министерства образования и науки РФ, Центральной федеральной программы РФ 02.740.11.0131 и ГК №П1459 и в рамках реализации ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 годы.

Список литературы

1. Новик В.К., Гаврилова Н.Д., Фельдман Н.Б. Пироэлектрические преобразователи. М.: Советское радио, 1979. - 176 с.
2. Пироэлектрический эффект и его практические применение / В.Ф. Косоротов, Л.С. Кременчугский, В.Б. Самойлов, Л.В. Щедрина. К.: Наукова думка, 1989. 224 с.
3. Лайнс М., Гласс А. Сегнетоэлектрики и родственные им материалы: Пер. с англ. М.: Мир, 1981. 736 с.
4. Glass A.M. Investigation of electrical properties of $Sr_{1-x}Ba_xNb_2O_6$ with special reference to pyroelectric detection // J. Appl. Phys. 1969. V.40. №12. P.4699-4713.
5. Chynoweth A.G. Dynamic method for measuring the pyroelectric effect with special reference to barium titanate // J. Appl. Phys. 1956. V.27. P.76-84.
6. Chynoweth A.G. Surface space-charge layers in barium titanate // Phys. Rev. 1956. V.102. N3. P. 705-714.

7. Glass A.M. Dielectric, thermal, and pyroelectric properties of ferroelectric LiTaO_3 // Phys. Rev. 1968. V.172. N. 2. P. 564-571.
8. Кременчукский Л.С. Сегнетоэлектрические приемники излучения. - К.: Наукова думка., 1972. 234 с.
9. Lang S.B. Sourcebook of pyroelectricity. New York; London; Paris: Gordon and Brech Sci. Publishers, 1974. 562 p.
10. Ламб Г. Гидродинамика. М: Гостехиздат, 1947. 928 С.
11. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. Мир, М.: 1964. 488 с.
12. Луканин В.Н., Шатров М.Г., Камфер Г.М. Теплотехника. Высшая школа, М.: 2005. 671 с.
13. Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Тепло-массоперенос. Академкнига, М.: 2002. 455 с.
14. Zajosz H., Grylka A. Thermally-generated electric fields and the linear transient pyroelectric response. Infrared Phys. 1983. V. 23. P. 271-276.
15. Bogomolov A.A., Malyshkina O.V. Surface layers in DTGS crystals. Izv. AN USSR ser. Phys. 1993. V. 57. P. 199-203.
16. Bogomolov A.A., Malyshkina O.V., Timonina A.Yu. Effect of polarization distribution during heat flux modulation on the pyroelectric current frequency dependence. Proc. 11th IEEE International Symposium on Applications of Ferroelectrics, Montreux, Switzerland, Aug 24-27. 1999: 191-194.
17. Бездетный Н.М., Зейналы А.Х., Хуторский В.Е. Исследование распределения поляризации в сегнетоэлектриках методом динамического пироэффекта // Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1984. Т.48. №1. С. 200-203.
18. Lang S. B., Das-Gupta D. K. Laser Intensity Modulation Method: A Technique for Determination of Spatial Distributions of Polarization and Space Charge in Polymer Electrets // J. Appl. Phys. 1986. V.59. P. 2151-2160.
19. Ploss B., Emmerich R., Bauer S. Thermal wave probing of pyroelectric distributions in the surface region of ferroelectric materials: a new method for the analysis // J. Appl. Phys. 1992. V.72, N. 11. P. 5363-5370.
20. Sandner T., Suchaneck G., Koehler R., Suchaneck A., Gerlach G. High frequency LIMM – a powerful tool for ferroelectric thin film characterization // Integrated Ferroelectrics. 2002. V.46. P. 243-257.
21. Bauer S., Bauer-Gogonea S. Current practice in space charge and polarization profile measurements using thermal techniques // IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul. 2003. V.10. N5. P. 883-902.
22. Lang S.B. Fredholm integral equation of Laser Intensity Modulation Method (LIMM): solution with the polynomial regularization and L-curve methods // J. Mat. Science. 2006. V.41. P. 147-153.
23. Мальшкіна О.В., Мовчикова А.А. Расчет координатных зависимостей эффективного значения пирокоэффициента в условии прямоугольной модуляции теплового потока с использованием цифровых методов обработки сигнала // ФТТ. 2006. Т. 48, №6. С. 965-966.
24. Мальшкіна О.В., Мовчикова А.А., Suchaneck G. Новый метод определения координатных зависимостей пиротока в сегнетоэлектрических материалах // ФТТ. 2007. Т.49, №11. С.2045-2048.

25. Малышкина О.В., Мовчикова А.А. Метод тепловых волн как способ определения профиля поляризации в сегнетоэлектрических материалах // ФТТ. 2009. Т.51, №7. С.1307-1309.
26. Logan R.M., McLean T.P. Analysis of thermal spread in a pyroelectric imaging system // Infrared Physics. 1973. V.3. P. 15-24.
27. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1953. 788 с.
28. Жаров С.Ю., Наземец О.В. Электрические поля термического происхождения в одноосных сегнетоэлектрических кристаллах при воздействии периодических импульсов теплового излучения // Сегнетоэлектрики и пьезоэлектрики. Калинин.: Изд-во КГУ. 1987. С.111-115.
29. Левин В.И., Гросберг Ю.Г. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: ГИТТЛ, 1951. 575 с.
30. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М: Наука, 1973. 831 с.
31. Bauer S., Ploss V. A Method for the measurement of the thermal, dielectric and pyroelectric properties of thin pyroelectric films and their application for integrated heat sensors // J. Appl. Phys. 1990. V.68. P.6361-6367.
32. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. Из-во БГУ им. Ленина, Минск: 1974. 232 с.
33. Богомоллов А.А., Иванов В.В. Практикум по физике пьезоэлектриков и сегнетоэлектриков: учебное пособие; Калинин, 1987. 82 с.

Об авторах:

МАЛЫШКИНА Ольга Витальевна – доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры физики сегнетоэлектриков и пьезоэлектриков;

МОВЧИКОВА Алёна Александровна – канд. физ.мат. наук, ведущий инженер кафедры физики сегнетоэлектриков и пьезоэлектриков ТвГУ;

ПРОКОФЬЕВА Наталья Борисовна – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры картографии и геоэкологии ТвГУ;

КАЛУГИНА Ольга Николаевна – аспирант кафедры физической химии ТвГУ.