Вестник ТвГУ. Серия "Физика". 2009. Выпуск 6. С. 43-49

УДК 530.12:530.51

О ПРИНЦИПЕ МАХА

В. М. Самсонов, Е. К. Петров

Тверской государственный университет,
кафедра теоретической физики

Сделано заключение, что принцип Маха не может быть обоснован с использованием общей теории относительности. Показано, что масса тела должна не увеличиваться, а уменьшаться под действием гравитационного поля окружающих его тел.

ключевые слова: принцип Маха, общая теория относительности, гравитационное поле

ON THE MACH's PRINCIPLE

V. M. Samsonov, E. K. Petrov

Tver State University
Chair of Theoretical Physics

An inference is made that the Mach's principle may not be substantiated making use of the general relativity theory. It is shown that the body mass should be decreased rather than increased under the action of the gravitational field of surrounding bodies.

keywords: Mach's principle, general relativity theory, gravitation field

Обычно [1] принципом Маха называют утверждение, согласно которому величина инертной массы тела определяется всеми остальными физическими телами во Вселенной. Вместе с тем, необходимо отметить, что нам не удалось найти конкретную ссылку на такого рода утверждение в работе самого Маха. Очевидно, в значительной степени прав А.А. Логунов, утверждающий, что под принципом Маха «каждый понимает то, что ему хочется» [2]. Согласно [2], под принципом Маха следует понимать ряд его утверждений, представленных в скорее философской, чем физической, работе [3] и предвосхитивших принцип относительности Эйнштейна.

Представленная в работе [1] формулировка принципа Маха, являющаяся предметом нашего критического анализа, восходит к А. Эйнштейну [4]. В работе [5] он попытался обосновать принцип Маха математически, основываясь на шварцшильдовских решениях своих уравнений для тензора кривизны. Записывая уравнение 2-го закона Ньютона

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \tag{1}$$

для удельного импульса, т.е. для скорости $\vec{v}$ пробной частицы, он получил выражение $d\left[\left(1+\bar{\sigma}\right)\vec{v}\right]/dt$ для левой части уравнения (1). В приведённых выше формулах $\vec{P}$ – импульс, t - время, $\vec{F}$ – сила,

$$\bar{\sigma}=\frac{\chi}{8\pi}\int\frac{\sigma dV}{r} \qquad (2)$$

– средняя плотность вещества, σ – локальная плотность, χ – постоянная, связанная с гравитационной постоянной G: $\chi = 8\pi G/c^2$.

Учитывая, что под знаком производной d/dt появляется множитель $\left(1+\bar{\sigma}\right)>0,$ А.Эйнштейн делает вывод о том, что наличие другой массы увеличивает массу рассматриваемого тела в $\left(1+\bar{\sigma}\right)$ раз. Иными словами,

$$m^{(0)}=\left(1+\bar{\sigma}\right)m_0^{(0)}, \qquad (3)$$

где $m_0^{(0)}$ – масса покоя в отсутствие гравитационного поля, m_0 – масса покоя при наличии гравитационного поля других тел. Если соотношение (3) справедливо, то оно обосновывает, в той или иной степени, принцип Маха, хотя если бы этот принцип в формулировке [1] точно выполнился, то следовало бы ожидать, что $m_0^{(0)}=0$, чего рассмотрение Эйнштейна никоим образом не предполагает. Покажем, что общая теория относительности сама по себе даже с методологической точки зрения не может обосновать или опровергнуть принцип Маха. Кроме того, уравнение (3) и вытекающие из него выводы являются следствием использования слишком грубого приближения для компонент метрического тензора.

Начнем с того, что выразим параметр $\bar{\sigma}$ через гравитационный потенциал φ. Если считать, что гравитационное поле создается точкой массой M (или шаром массы M), то вместо (2) получим $\bar{\sigma}=-\frac{\varphi}{c^2}$, где $\varphi=-GM/r$ – ньютоновский гравитационный потенциал. Тогда вместо (3) получим формулу

$$m^{(0)}=\left(1-\frac{\varphi}{c^2}\right)m_0^{(0)}, \qquad (3')$$

связывающую массу с гравитационным потенциалом.

Ньютоновский гравитационный потенциал φ фигурирует и в выражениях для компонент g_{00} и g_{11} метрического тензора, отвечающих точным решениям Шварцшильда [6] уравнений Эйнштейна для гравитационного поля. Сейчас мало кто знаком с оригинальной работой К.Шварцшильда [6]. Его решения содержат две постоянных интегрирования a и b. Обычно одну из них (b) полагают равной нулю. В работе [7] мы показали, что отказ от допущения $b = 0$, приводит к ряду интересных следствий, а в работе [8] в развитие подхода, заложенного Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица [9], было получено следующее выражение для компоненты g_{00} метрического тензора:

$$g_{00} = \left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right)^2 . \tag{4}$$

Вывод (4) основывается на сравнении выражений для действия S, записанных через функцию Лагранжа

$$L = -m_0^{(0)} c^2 + \frac{m_0^{(0)} v^2}{2} - m_0^{(0)} \varphi \tag{5}$$

и через интервал ds. Формула (5) является квазиклассической, т.е. справедливой для малых скоростей пробной частицы v. В соответствии с этим, в [9] использовано допущение $|\varphi| << c^2$, при котором выражение (4) перепишется в виде

$$g_{00} = 1 + \frac{2\varphi}{c^2} . \tag{4'}$$

Согласно [9], в сильных гравитационных полях, т.е. при больших $|\varphi|$, частица неизбежно приобретает большую скорость, сравнимую со скоростью света c. Эти соображения, казалось бы, ставят под сомнение возможность применения формулы (4) для сильных гравитационных полей. Однако у нас имеются собственные возражения против такой точки зрения:

1. Так или иначе, исходная формула (4) является более точной, чем приближение слабого поля (4'), которое, как мы увидим ниже, применяют при $g_{00} << 1$, что противоречит условию $|\varphi| << c^2$;
2. Компоненты метрического тензора по определению не должны зависеть от скорости. Следовательно, для их нахождения мы вполне можем воспользоваться условием $v \to 0$;
3. Неверно, что в сильных полях, т.е. при больших $|\varphi|$ пробная частица неизбежно приобретает большое ускорение, так как последнее определяется не значением потенциала, а его градиентом, т.е. напряженностью гравитационного поля.

При $b = 0$ шварцшильдовское выражение для компоненты g_{00} запишется в виде

$$g_{00} = 1 - \frac{a}{r}. \quad (6)$$

Для определения постоянной a прямо или косвенно используется выражение (4') и ньютоновский гравитационный потенциал $\varphi = -GM / r$, с учетом которых получим:

$$g_{00} = 1 - \frac{2GM}{rc^2}. \quad (6')$$

После Шварцшильда под влиянием какого-то массового гипноза условие $|\varphi| << c^2$, использованное при выводе (6'), полностью игнорировалось. Оппенгеймер и Снайдер [10] ввели в рассмотрение гравитационный радиус

$$R_G = \frac{2GM}{c^2}, \quad (7)$$

определенный, как значение r, при котором значение g_{00}, определяемое формулой (6'), становится равным нулю. Не замечают и того, что второе слагаемое в (6) отвечает ньютоновскому потенциалу, т.е. не хотят признавать того факта, что теория тяготения Ньютона не только выполняет роль предельного условия, позволяющего найти постоянную a, но связана с ОТО в гораздо большей степени.

В дальнейшем Уиллер попытался осуществить программу исследований под девизом «масса без массы». Сначала он ввел в рассмотрение M^* просто как переопределенную постоянную интегрирования a [11], затем он разработал концепцию ADM-массы, которая определяется как некая особенность искривленного гравитацией пространства [12]. Нам такие подходы представляются несостоятельными. Логически, если они осуществимы, можно было бы полностью построить теорию гравитации без использования понятий и концепций классической физики. В этом случае можно было бы рекомендовать сторонникам такого подхода вывести классическую механику из геометрии Евклида. Осуществление этого замысла было бы сильным доводом в пользу возможности построения современной геометрической теории гравитации. Из отмеченного выше становится понятным, что без использования классической механики, в том числе, понятий инертной и гравитационной массы, ОТО не может ни подтверждать, ни опровергнуть принцип Маха. Ещё одним доводом в пользу нашей точки зрения является то обстоятельство, что в пустоте уравнение Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 0 \quad (8)$$

не содержит ни одной физической величины. Здесь $R_{\mu\nu}$ – редуцированный тензор кривизны, R – скалярная кривизна.

С формальной точки зрения рассмотрение Эйнштейна [5], приводящее к формуле (3), является вполне корректным, но оно основывается на метрике (6'). Однако вместо того, чтобы повторять выкладки А. Эйнштейна, проанализируем проблему, исходя не из уравнения (8), а из выражения для полной энергии пробной частицы в гравитационном поле

$$E = \sqrt{g_{00}}\,\frac{m_0^{(0)}c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \tag{9}$$

полученном в [9]. Здесь v – скорость частицы в локальной системе отсчета, где гравитационный потенциал равен φ. Если систему отсчета связать с самой пробной частицей, то вместо (9) будем иметь

$$E_0 = \sqrt{g_{00}}\,m_0^{(0)}c^2. \tag{10}$$

На протяжении последних двадцати лет А.Б. Окунь пытается «изгнать» из физики понятие релятивистской массы $m = m_0^{(0)}/\sqrt{1-v^2/c^2}$ [13]. Но даже он не отвергает принцип эквивалентности массы и энергии применительно к энергии покоя E_0. А если исходить из этого принципа, то произведение $\sqrt{g_{00}}\,m_0^{(0)}$ следует интерпретировать как величину массы покоя m_0 при наличии гравитационного поля, характеризуемого гравитационным потенциалом φ:

$$m_0 = \sqrt{g_{00}}\,m_0^{(0)}. \tag{11}$$

Если использовать традиционное выражение (6') для g_{00}, то (11) перепишется в виде

$$m_0 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{1/2} m_0^{(0)}, \tag{11'}$$

а при использовании предложенной нами формулы (4) вместо (11') будем иметь

$$m_0 = \left(1 - \frac{GM}{rc^2}\right) m_0^{(0)}. \tag{11''}$$

Обе формулы предсказывают не рост, а уменьшение массы под влиянием другого тела, создающего гравитационное поле. Из (11'') следует, что $m_0 = 0$ при $r = R_G$, а из (11') – при $r = \tilde{R}_G = GM/c^2$.

В квазиклассическом приближении, производная от энергии E_0 по r должна дать силу F, которая, в свою очередь, равна произведению массы на ускорение. Если исходить из общепринятой формулы (4') для g_{00}, то для силы F получим:

$$F = m_0^{(0)}\left(1+\frac{2\varphi}{c^2}\right)^{-1/2}\frac{\partial\varphi}{\partial r},$$

или, при $|\varphi| << c^2$,

$$F = m_0^{(0)}\left(1-\frac{\varphi}{c^2}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial r}, \qquad (12)$$

т.е. у нас появляется множитель Эйнштейна $1-\varphi/c^2>1$.

Таким образом, множитель $(1-\varphi/c^2)$, фигурирующий в работе Эйнштейна [5], появляется как следствие замены выражения (4) для компоненты метрического тензора g_{00} более грубым приближением (4'). Из выражения для энергии пробной частицы в гравитационном поле следует, что под его влиянием масса частицы не возрастает, а уменьшается. В случае центрально-симметричного поля масса пробной частицы обращается в нуль на горизонте событий, т.е. на поверхности с радиусом $r=\tilde{R}_G$. Следовательно, принцип Маха в формулировке, представленной в [1] не выполняется, что согласуется с выводами, сделанными А.А. Логуновым в [2].

Список литературы

1. Принцип Маха // Википедия (http://wikimediafoundation.org).
2. Логунов А.А. Теория классического гравитационного поля и принцип Маха. // Теоретическая и математическая физика. 1994. Т.101. №1. С.3-27.
3. Мах Э. Механика. Историко-критический очерк ее развития. // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир. 1979. С.49-72.
4. Эйнштейн А. Сборник научных трудов. Т.1, М.: Наука, 1965, 701 с.
5. Эйнштейн А. Сборник научных трудов. Т.2, М.: Наука, 1966, С.5-82.
6. Шварцшильд К. // Альберт Эйнштейн и теория гравитации, М.: Мир, 1979. С. 199-207.
7. Самсонов В.М., Петров Е.К. Новый подход к однозначному определению радиуса Шварцшильда // Динамика сложных систем. 2009. Т.3. №1. С.30-37
8. Самсонов В.М., Петров Е.К. О проблеме сингулярности в гравитационной физике // Вестник ТвГУ. Серия Физика. 2009. №3. Выпуск 4. С. 70-79.

9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теория поля, М., Наука, 1973. С.288-290.
10. Оппенгеймер Ю., Снайдер Г. // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979. С. 353-361.
11. Уиллер Дж. Гравитация, как геометрия (II). // Гравитация и относительность. М.: Мир, 1965. С.141-178.
12. Мизнер Ч., Торн К., Уиллер Дж. Гравитация. Т.1-3. М.: Мир, 1977.
13. Окунь Л.Б. Понятие массы. // УФН. 1989. Т.158. №3. С.511-532.
14. Окунь Л.Б. Формула Эйнштейна $E_0 = mc^2$ «Не смеется ли Господь Бог»? // УФН. 2008. Т.178. №5. С.541-555.

Об авторах:

САМСОНОВ Владимир Михайлович – доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики ТвГУ;

ПЕТРОВ Евгений Кузьмич – ст. научн. сотр. кафедры теоретической физики ТвГУ.