УДК 519.216

ТРЕБУЕМАЯ СКОРОСТЬ ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО ТРАФИКА

Сидорова О.И.[*]**, Хохлов Ю.С.**[**]
[*]Тверской государственный университет, г. Тверь
[**]МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва

Поступила в редакцию 13.04.2021, после переработки 30.04.2021.

В данной работе нами получены границы для скорости обслуживания при некоторых ограничениях на характеристики обслуживания в неоднородной модели входящего трафика, основанной на сумме независимых фрактального броуновского движения и симметричного α–устойчивого движения Леви с разными коэффициентами Херста H_1 и $H_2 = 1/\alpha$. Хорошо известно, что для процессов, приращения которых имеют тяжёлые хвосты, методы расчета эффективной пропускной способности, основанные на производящей функции моментов входящего потока, не применимы. Однако существуют простые соотношения между характеристиками потока, скоростью обслуживания C и вероятностями $\varepsilon(b)$ переполнения для конечного и бесконечного буфера, из которых при фиксированном значении $\varepsilon(b)$ можно выразить C.

Ключевые слова: фрактальное броуновское движение, α–устойчивое движение Леви, модели смешанного трафика, оценка характеристик качества обслуживания, вероятность переполнения, скорость обслуживания.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2021. № 2. С. 56–67.
https://doi.org/10.26456/vtpmk616

Введение

Современные системы телекоммуникации, построенные по принципу асинхронной передачи данных, допускают обслуживание запросов с совершенно различными требованиями к характеристикам сети, включая обычную и пакетную пропускные способности, задержку в передаче, джиттер (дрожание) или вариацию задержки относительно соседних фреймов, бёрстность или нормированную максимальную битовую скорость и прочее. Это приводит к тому, что в рамках одного сетевого соединения клиент может одновременно отправлять на сервер как «лёгкие» заявки, включая почтовые или голосовые сообщения, малотребовательные к задержкам, джиттеру или бёрстности, так и «тяжёлые» заявки, такие как on–line игры, видеоконференции, просмотр фильмов, для которых такие параметры крайне важны. В силу этого модель Пуассона, с успехом использовавшаяся при моделировании нагрузки и сетевых конфигураций для обычных голосовых систем связи, в сложившихся условиях оказывается крайне несостоятельной.

Многочисленные практические исследования трафика в разных сетях связи выявили следующие характерные особенности, не укладывающиеся в традиционные марковские модели: самоподобие и долгую память [4, 8]. Самоподобный трафик обладает схожими характеристиками на любых временных масштабах, в силу чего его трудно предсказывать. Долгая память или сильное последействие, проявляющееся в медленном убывании корреляционной функции, означает, что передача одного «тяжелого» сообщения, способна вызвать задержки или отказ в обслуживании других клиентов с более «лёгкими» заявками. Серьёзная недооценка реальной нагрузки приводит к значительному ухудшению качества обслуживания (QoS), отказам пользователей от услуг данного оператора и потере дохода для пользователей и операторов. Примером является сбой в сети AT&T в 1990 году, когда на протяжении 9 часов она была недоступна большей части зданий Нью–Йорка, что обернулось в итоге большими финансовыми потерями.

Наиболее популярными моделями для современного трафика являются дробное броуновское движение и устойчивое движение Леви. Как показали исследования эти процессы тесно связаны со скоростью соединения удаленных источников с сервером: при быстром соединении получаем дробное броуновское движение, при медленном — устойчивое движение Леви [10, 13]. Следует отметить, что фрактальное броуновское движение — это самоподобный процесс с длинной памятью и лёгкими хвостами, а устойчивое движение Леви имеет независимые приращения и тяжёлые хвосты. Свойства этих моделей достаточно хорошо исследованы и предложены методы оценки вероятностей переполнения и потерь нагрузки, длины очередей, задержки в передаче [1, 2, 6, 7, 9, 11].

Однако комбинированные модели трафика, учитывающие все три эффекта — долгую память, тяжёлые хвосты и самоподобие изучены не столь хорошо. Это оставляет большое поле для дальнейших исследований. В рамках данной статьи будут получены верхние и нижние границы для скорости обслуживания трафика при заданной вероятности переполнения буферной памяти.

1. Необходимые понятия

Как отмечалось выше, самоподобные процессы находят широкое применение при моделировании входящих потоков в сложных телекоммуникационных системах. Ниже мы приводим определение подобных процессов и описываем их основные свойства.

1.1 Устойчивые распределения и процессы Леви

Определение 1. *Случайный процесс* $Y = \big(Y(t),\ t \geqslant 0\big)$ *называется* ***процессом Леви****, если выполнены условия:*

1. $Y(0) = 0$ *почти наверное;*

2. *Y имеет независимые и однородные (по времени) приращения;*

3. *Y является стохастически непрерывным;*

4. *траектории Y непрерывны справа и имеют конечные пределы слева при $t > 0$.*

В силу независимости и однородности приращений, распределение процесса Y полностью и единственным образом определяется распределением с.в. $Y(1)$, которое обладает свойством безграничной делимости.

Определение 2. *Процесс Леви $B = (B(t),\ t \geqslant 0)$ называется* **броуновским движением**, *если для любых $t \geqslant 0,\ h > 0$ случайная величина $B(t+h) - B(t)$ имеет гауссовское распределение со средним 0 и дисперсией $\sigma^2 \cdot h$.*

При $\sigma^2 = 1$ броуновское движение называют *стандартным.* Нетрудно показать, что

$$\gamma(t,s) = Cov(B(t), B(s)) = \sigma^2 \min(t,s).$$

Определение 3. *Распределение вероятностей F называется* **устойчивым**, *если для любых н.о.р.с.в. X_1, X_2, X_3, имеющих распределение F и любых положительных a_1 и a_2 существуют $a_3 > 0$ и $c \in R^1$ такие, что*

$$a_1 X_1 + a_2 X_2 \stackrel{d}{=} a_3 X_3 + c,$$

где символ $\stackrel{d}{=}$ означает равенство по распределению.

Если $c = 0$ для всех $a_1, a_2 > 0$, то распределение называется **строго устойчивым**.

Устойчивые распределения абсолютно непрерывны, но за исключением трех специальных случаев: $\alpha = 2$ (гауссовское распределение), $\alpha = 1$ (распределение Коши), $\alpha = 0.5$, $\beta = 1$ (распределение Леви) у их плотностей нет явного аналитического выражения. Поэтому такие распределения задают с помощью соответствующих характеристических функций:

$$Ee^{itX} = \begin{cases} \exp\Big\{-\sigma^\alpha |t|^\alpha \Big(1 - i\beta\, sign(t)\ \mathrm{tg}\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\Big) + i\mu t\Big\}, & \text{если} \quad \alpha \neq 1, \\ \exp\Big\{-\sigma|t|\Big(1 + i\beta \frac{2}{\pi}\, sign(t)\ \ln|t|\Big) + i\mu t\Big\}, & \text{если} \quad \alpha = 1, \end{cases}$$

где $0 < \alpha \leqslant 2$ — показатель устойчивости; $\beta \in [-1, 1]$ — параметр асимметрии; $\sigma > 0$ — параметр масштаба; $\mu \in R^1$ — параметр сдвига.

При $\beta = 0$ имеем симметричное относительно μ устойчивое распределение, характеристическая функция которого при $\mu = 0$ имеет вид

$$Ee^{itX} = \exp\{-\sigma^\alpha |t|^\alpha\}.$$

Характеристическая экспонента α определяет скорость убывания хвоста распределения. При $\alpha = 2$ имеем *нормальное распределение* — единственное из устойчивых законов с конечными математическим ожиданием и дисперсией. При

$0 < \alpha < 2$ распределение X имеет *тяжёлый хвост*, поскольку при $x \to \infty$ (см., например, [12])

$$P(X > x) \sim C_\alpha \cdot \sigma^\alpha \cdot (1+\beta) \cdot x^{-\alpha}, \quad C_\alpha = \sin\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) \cdot \frac{\Gamma(\alpha)}{\pi}. \tag{1}$$

Если $0 < \alpha < 1$, $\mu = 0$ и $\beta = 1$, то случайная величина X положительна с вероятностью 1. Говорят, что случайная величина X имеет *стандартное α–устойчивое распределение*, если $\mu = 0$ и $\sigma = 1$.

Полезно отметить следующее важное свойство: если с.в. X имеет α–устойчивое распределение с параметром $0 < \alpha < 2$, то для любого $0 < \gamma < \alpha$,

$$E|X_\alpha|^\gamma < \infty \quad \text{и} \quad E|X_\alpha|^\alpha = \infty.$$

Поэтому при $0 < \alpha < 2$ дисперсия с.в. X и моменты порядка $\gamma > \alpha$ бесконечны и, кроме того, при $0 < \alpha < 1$ математическое ожидание с.в. X также бесконечно.

Определение 4. *Случайный процесс $L_\alpha = (L_\alpha(t),\ t \geqslant 0)$ называется α–устойчивым процессом Леви, если это процесс Леви такой, что $L_\alpha(1)$ имеет заданное α–устойчивое распределение.*

Если $\alpha = 2$, $\mu = 0$, то вновь имеем броуновское движение B.

В.М. Золотарев указал на интересную связь между устойчивыми законами с разными α ([14], теорема 3.3.1).

Теорема 1. *Если Y_1 имеет симметричное α_1–устойчивое распределение, $0 < \alpha_1 \leqslant 2$, Y_2 имеет одностороннее α_2–устойчивое распределение, $0 < \alpha_2 < 1$, тогда с.в. $Y = Y_1 \cdot Y_2^{1/\alpha_1}$ имеет симметричное $\alpha_1 \cdot \alpha_2$–устойчивое распределение.*

В частности, для $\alpha_1 = 2$ и $0 < \alpha_2 = \alpha/2 < 1$ справедливо

$$Y \overset{d}{=} Y_1\sqrt{Y_2}, \tag{2}$$

где с.в. Y_1 имеет стандартное нормальное распределение, а с.в. $Y_2 = L_\alpha(1)$ имеет одностороннее $\alpha/2$–устойчивое распределение, а символ $\overset{d}{=}$ означает равенство конечномерных распределений.

Также нам потребуется результат, известный как теорема Бреймана [3].

Теорема 2. *Пусть X и Y есть независимые положительные случайные величины и*

$$\overline{F}(x) := P(X > x) = x^{-\alpha} \cdot L(x),\ x \to \infty,$$

где $\alpha > 0$, L — медленно меняющаяся функция и $E(Y^{\alpha+\varepsilon}) < \infty$ для некоторого $\varepsilon > 0$. Тогда для больших $x > 0$

$$\overline{H}(x) := P(XY > x) \sim E(Y^\alpha) \cdot \overline{F}(x). \tag{3}$$

1.2 Самоподобные процессы

Определение 5. *Случайный процесс* $Y = (Y(t),\ t \geqslant 0)$ *называется самоподобным с параметром Херста* $H > 0$, *если он удовлетворяет условию*

$$Z(t) \stackrel{d}{=} c^{-H} Z(ct),\ \forall t \geqslant 0,\ \forall c > 0.$$

Одним из наиболее известных и наиболее популярных примеров таких процессов является дробное броуновское движение.

Определение 6. *Дробным броуновским движением с параметром Херста* H *называется гауссовский процесс* $(B_H(t), t \geqslant 0)$ *с нулевым средним и ковариационной функцией*

$$\gamma(t,s) = \frac{\sigma^2}{2}\Big(|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t-s|^{2H}\Big), \quad 0 < H < 1. \tag{4}$$

При $H = 1/2$ мы возвращаемся к обычному броуновскому движению.

Однородность ковариационной функции обуславливает самоподобие дробного броуновского движения

$$B_H(at) \sim |a|^H \cdot B_H(t).$$

Из (4) также следует, что при $H = 0.5$ приращения процесса независимы (обычное броуновское движение); при $0.5 < H < 1$ — приращения процесса положительно коррелированы; при $0 < H < 0.5$ — приращения процесса отрицательно коррелированы.

Асимптотически

$$\gamma(k) = \frac{1}{2}\Big[(k+1)^{2H} + (k-1)^{2H} - 2k^{2H}\Big] \sim H\,(2H-1)\,k^{-2(1-H)}, \quad k \to \infty,$$

что даёт несуммируемую корреляционную функцию

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho(k) = \infty,$$

характеризующую свойство *долгой памяти.*

Другим примером является α-устойчивое движение Леви, определение которого было дано выше. Этот процесс является самоподобным с параметром $H = 1/\alpha$, поскольку при $x \to \infty$

$$P\big(L_\alpha(t) > x\big) = P\big(t^{1/\alpha} L_\alpha(1) > x\big) \sim c_\alpha \cdot t \cdot x^{-\alpha}.$$

Дополнительную информацию об устойчивых и самоподобных процессах можно найти в книгах [5] и [12].

3. Основной результат

3.1 Описание модели

Зададим процесс $\{A(t),\ t \geqslant 0\}$ суммарной нагрузки, поступившей на узел связи в интервале времени $[0,t]$, как

$$A(t) = mt + \sigma_1 B_{H_1}(t) + \sigma_2 L_\alpha(t), \tag{5}$$

где $m = m_1 + m_2 > 0$ — средняя скорость входящего потока; $B_{H_1} = (B_{H_1}(t),\ t \in R^1)$ есть дробное броуновское движение с параметром Херста H_1, $L_\alpha = (L_\alpha(t),\ t \in R^1)$ есть симметричное α–устойчивое движение Леви с параметром $\alpha = 1/H_2$ соответственно.

Оба рассматриваемых процесса являются самоподобными с индексами H_1 и $H_2 = 1/\alpha$. Далее полагаем, что $0.5 < H_1, H_2 < 1$, а процессы $B_{H_1}(t)$, $L_\alpha(t)$ являются независимыми.

3.2 Границы для вероятности переполнения буфера

Пусть рассматриваемая СМО состоит из одного устройства, с постоянной скоростью обслуживания $C > 0$. Тогда интенсивность трафика равна $r = C - m$.

Обозначим через $Q(t)$ текущую нагрузку в момент времени t. Если $Q(0) = 0$, то величина $Q(t)$ удовлетворяет следующему уравнению:

$$Q(t) \stackrel{d}{=} \sup_{0 \leqslant s \leqslant t} (A(t) - A(s) - C(t-s)). \tag{6}$$

При $r > 0$ система является устойчивой, а у случайной величины $Q(t)$ существует стационарное распределение, определяемое выражением

$$Q \stackrel{d}{=} \sup_{t \geqslant 0} (A(t) - Ct)\,. \tag{7}$$

Среди многочисленных показателей производительности СМО одной из важнейших является *вероятность переполнения*, т.е. вероятность того, что стационарная необслуженная нагрузка (длина очереди) превысит некоторый пороговый уровень b, например, размер буфера:

$$\varepsilon(b) := P[Q > b]. \tag{8}$$

В работе [1] была найдена нижняя асимптотическая граница для $\varepsilon(b)$ в предположении *о бесконечном буфере*, то есть при $b \to \infty$

$$\varepsilon(b) = P[Q > b] \geqslant \begin{cases} C_1 \cdot r^{-\alpha \cdot H_1} \cdot b^{-(1-H_1)\alpha}, & H_1 < H_2, \\ C_2 \cdot r^{-\alpha \cdot H_2} \cdot b^{-(1-H_2)\alpha}, & H_2 < H_1, \end{cases} \tag{9}$$

где константы

$$C_1 = C_1(\alpha, H_1, \sigma_2) = C_\alpha\, E|Y_1|^\alpha\, \sigma_2^\alpha\, H_1^{\alpha H_1}\, (1 - H_1)^{\alpha(1-H_1)},$$
$$C_2 = C_2(\alpha, H_2, \sigma_2) = C_\alpha\, E|Y_1|^\alpha\, \sigma_2^\alpha\, H_2^{\alpha H_2}\, (1 - H_2)^{\alpha(1-H_2)},$$

вычисляются явно.

В [6] отмечалось, что верхняя граница для *вероятности переполнения конечного буфера* может быть определена как вероятность того, что скорость прибытия данных превышает скорость их обслуживания (перегрузка системы). В этом случае не принимается во внимание наличие буферной памяти и предполагается, что переполнение происходит в любой момент, когда скорость прибытия превышает скорость обслуживания.

На основании вышесказанного, с учётом (2) мы имеем

$$P(Q > b) \leqslant P(m + \sigma_1 B(1) + \sigma_2 L_\alpha(1) > C) = P\left(\sigma_1 Y_1 + \sigma_2 Y_1 \sqrt{Y_2} > r\right),$$

где с.в. Y_1 имеет стандартное нормальное распределение, а с.в. $Y_2 = L_{\alpha/2}(1)$ имеет одностороннее $\alpha/2$–устойчивое распределение.

Применяя технику вычислений, описанную в работе [1], при большом r в силу (3), получаем

$$P(Q > b) \leqslant P\left(\sigma_1 Y_1 + \sigma_2 Y_1 \sqrt{Y_2} > r\right) =$$

$$= E_{Y_2}\left[P\left(\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 Y_2} \cdot Y_1 > r \Big| Y_2\right)\right] =$$

$$= P\left(\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 Y_2} \cdot Y_1 > r\right) = \frac{1}{2} P\Big((\sigma_1^2 + \sigma_2^2 Y_2) \cdot |Y_1|^2 > r^2\Big) \sim$$

$$\sim \frac{C_{\alpha/2}}{2} \cdot \left(\frac{r^2}{\sigma_2^2}\right)^{-\alpha/2} \cdot E\big(|Y_1|^{2 \cdot \alpha/2}\big) = C_3 \cdot r^{-\alpha}, \qquad (10)$$

где $C_3 = C_3(\alpha, \sigma_2) = 0.5 \cdot C_{\alpha/2} \cdot \sigma_2^{-\alpha} \cdot E|Y_1|^\alpha$ — явно вычисляемая константа.

Верхняя граница в (10) определяется α–устойчивым трафиком, поскольку именно он способен сразу «сгенерировать» очень длинную заявку и вызвать переполнение конечной памяти. Фрактальное броуновское движение влияет на результат только через среднее значение.

3.3 Верхняя и нижняя границы для скорости обслуживания

Понятие *эффективной пропускной способности* широко используется при анализе характеристик систем массового обслуживания, в частности, позволяет находить требуемую ёмкость сервера при некоторых ограничениях на характеристики обслуживания, включая вероятность переполнения буфера или среднюю задержку передачи.

Определение эффективной пропускной способности основано на применении производящей функции моментов процесса $A(t)$

$$\psi_{A(t)}(\theta) = E\left(e^{\theta A(t)}\right),$$

которая должна быть конечна при $\theta \neq 0$.

Хорошо известно, что для процессов, приращения которых имеют тяжёлые хвосты, такой подход не применим, поскольку при $H > 0.5$

$$\lim_{t \to \infty} \psi_{A(t)}(\theta) \to \infty, \quad \theta \neq 0.$$

Альтернативный подход для нахождения эффективной полосы пропускания может быть основан на неравенствах (9) и (10), которые при заданной вероятности переполнения можно разрешить относительно C.

Зафиксируем некоторое допустимое значение $\varepsilon > 0$ для вероятности переполнения $P(Q > b)$. Из (9) при достаточно большом b следует, что

$$\begin{aligned} &C \geqslant m + \left(\tfrac{C_1}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{\alpha H_1}} \cdot b^{\frac{1-H_1}{H_1}}, \quad H_1 < H_2, \\ &C \geqslant m + \left(\tfrac{C_2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{\alpha H_2}} \cdot b^{\frac{1-H_2}{H_2}}, \quad H_2 < H_1. \end{aligned} \tag{11}$$

Из соотношения (10) для конечного буфера при фиксированном значении вероятности переполнения $\varepsilon_1 > 0$ мы получаем границу

$$C \leqslant m + \left(\frac{C_3}{\varepsilon_1}\right)^{\frac{1}{\alpha}}. \tag{12}$$

На первый взгляд граница (12) может показаться завышенной, поскольку наличие буфера, которое здесь не принимается во внимание, позволяет сглаживать различие между интенсивностями поступления и обслуживания трафика. Для марковских моделей это действительно так.

Но самоподобный трафик, в особенности α–устойчивое движение Леви, характеризуется сильной вариабельностью относительно средней интенсивности поступления, вследствие чего перегрузка системы (если она возникает) скорее всего продлится довольно долго, для того, чтобы вызвать переполнение. В этих условиях необходима достаточная пропускная способность, чтобы гарантировать вероятность переполнения, не превышающую ε_1.

Кроме того, увеличение размера буфера выше определенного уровня вызывает задержки передачи и джиттер, которые не желательны при трансляции видео–данных. В этом случае важную роль опять же играет пропускная способность.

Заключение

В данной статье были получены границы для пропускной способности в условиях самоподобого трафика, представляющего собой сумму независимых фрактального броуновского движения и α–устойчивого движения Леви с разными показателями Хёрста.

Вывод соответствующих границ основан на простых соотношениях между характеристиками потока, скоростью обслуживания и вероятностью переполнения для конечного и бесконечного буфера. Это позволяет рассчитывать необходимые параметры системы, опираясь лишь на один параметр QoS.

Полученные результаты могут быть полезны при разработке механизмов управления и контроля для современных высокоскоростных сетей телекоммуникации.

Список литературы

[1] Гончаров Б.А., Сидорова О.И., Хохлов Ю.С. Оценка качества обслуживания в неоднородных моделях трафика // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2018. № 4. С. 50–63. https://doi.org/10.26456/vtpmk517

[2] Rizk A., Fidler M. Non–asymptotic end–to–end performance bounds for networks with long range dependent FBM cross traffic // Computer Networks. 2012. Vol. 56, № 1. Pp. 127–141.

[3] Breiman L. On some limit theorems similar to the arc-sin law // Теория вероятностей и ее применения. 1965. Т. 10, № 2. С. 351–359. https://doi.org/10.1137/1110037

[4] Crovella M., Bestavros A. Self-similarity in world wide web traffic: evidence and possible cases // Proceedings of the 1996 ACM SIGMETRICS International Conference on Measurement and Modelling of Computer Systems. Vol. 4. 1996. Pp. 160–169.

[5] Embrechts P., Maejima M. Selfsimilar Process. Prinston University Press, 2002.

[6] Karasaridis A. Broadband network traffic modeling, management and fast simulation based on [alpha]-stable self-similar processes: PhD Thesis. University of Toronto, 1999.

[7] Kelly F.P. Notes on effective bandwidths // Stochastic Networks: Theory and Applications. Eds. by Kelly F.P., Zachary S., Ziedins I.. Series: Royal Statistical Society Lecture Notes. Oxford: Oxford University Press, 1996. Pp. 141–168.

[8] Leland W.E., Taqqu M.S., Willinger W., Willson D.V. On the self-similar nature of Ethernet traffic (Extended version) // IEEE/ACM Transactions on Networking. 1994. Vol. 2. Pp. 1–15.

[9] Lopez Guerrero M. On network resource allocation using alpha-stable long-range dependent traffic models: PhD Thesis. Ottawa, Ontario: University of Ottawa, 2004.

[10] Mikosch Th., Resnick S., Rootzen H., Stegeman A. Is network traffic approximated by stable Levy motion or fractional Brownian motion? // Annals of Applied Probability. 2002. Vol. 12, № 1. Pp. 23–68.

[11] Norros I. A storage model with self–similar input // Queueing Systems. 1994. Vol. 16. Pp. 387–396.

[12] Samorodnitsky G., Taqqu M.S. Stable Non–Gaussian Random Processes. Chapman and Hall, 1994.

[13] Taqqu M., Willinger W., Sherman R. Proof of a fundamental result in self-similar traffic modeling // Computer Communications Review. 1997. Vol. 27, № 2. Pp. 5–23.

[14] Zolotarev V.M. One-dimensional stable distributions. Translations of Mathematical Monographs. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 1986. 284 p.

Образец цитирования

Сидорова О.И., Хохлов Ю.С. Требуемая скорость обслуживания для неоднородного трафика // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2021. № 2. С. 56–67. https://doi.org/10.26456/vtpmk616

Сведения об авторах

1. **Сидорова Оксана Игоревна**
доцент кафедры математической статистики и системного анализа Тверского государственного университета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ.
E-mail: oksana.i.sidorova@yandex.ru

2. **Хохлов Юрий Степанович**
профессор кафедры математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Россия, 119992, г. Москва, ГСП-1, Воробьевы горы, МГУ им. М.В. Ломоносова.
E-mail: yskhokhlov@yandex.ru

REQUIRED SERVICE RATE FOR MIXED TRAFFIC

Sidorova Oksana Igorevna
Associate Professor in the Department of Mathematical Statistics and System Analysis, Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TverSU.
E-mail: *oksana.i.sidorova@yandex.ru*

Khokhlov Yury Stepanovich
Professor at Mathematical Statistics department, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Lomonosov Moscow State University
Russia, 119992, Moscow, GSP-1, Vorobyovi gory, Lomonosov MSU.
E-mail: *yskhokhlov@yandex.ru*

Received 13.04.2021, revised 30.04.2021.

In this paper we analyse the nonhomogenous traffic model based on sum of independent Fractional Brownian motion and symmetric α–stable Levy process with different Hurst exponents H_1 and $H_2 = 1/\alpha$ and present bounds for the required service rate under QoS constraints. It is well known that for the processes with long–tailed increments effective bandwidths are not expressed by means of the moment generating function of the input flow. However we can derive simple relations between the flow parameters, service rate C and overflow probabilities $\varepsilon(b)$ for finite and infinite buffer. In this way it is possible to find required service rate C under a constraint on maximum overflow probability.

Keywords: fractional brownian motion, α–stable Levy process, mixed taffic models, quality of service estimation, overflow probability, rate of service.

Citation

Sidorova O.I., Khokhlov Yu.S., "Required service rate for mixed traffic", *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2021, № 2, 56–67(in Russian). https://doi.org/10.26456/vtpmk616

References

[1] Goncharov B.A., Sidorova O.I., Khokhlov Yu.S., "Performance estimation in nonhomogeneous traffic models", *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2018, № 4, 50–63 (in Russian), https://doi.org/10.26456/vtpmk517.

[2] Rizk A., Fidler M., "Non–asymptotic end–to–end performance bounds for networks with long range dependent FBM cross traffic", *Computer Networks*, **56**:1 (2012), 127–141.

[3] Breiman L., “On some limit theorems similar to the arc-sin law”, *Theory of Probability and its Applications*, **10**:2 (1965), 323–331, https://doi.org/10.1137/1110037.

[4] Crovella M., Bestavros A., “Self-similarity in world wide web traffic: evidence and possible cases”, *Proceedings of the 1996 ACM SIGMETRICS International Conference on Measurement and Modelling of Computer Systems.* V. 4, 1996, 160–169.

[5] Embrechts P., Maejima M., *Selfsimilar Process*, Prinston University Press, 2002.

[6] Karasaridis A., *Broadband network traffic modeling, management and fast simulation based on [alpha]-stable self-similar processes*, PhD Thesis, University of Toronto, 1999.

[7] Kelly F.P., “Notes on effective bandwidths”, *Stochastic Networks: Theory and Applications*, Royal Statistical Society Lecture Notes, eds. Kelly F.P., Zachary S., Ziedins I., Oxford University Press, Oxford, 1996, 141–168.

[8] Leland W.E., Taqqu M.S., Willinger W., Willson D.V., “On the self-similar nature of Ethernet traffic (Extended version)”, *IEEE/ACM Transactions on Networking*, **2** (1994), 1–15.

[9] Lopez Guerrero M., *On network resource allocation using alpha-stable long-range dependent traffic models*, PhD Thesis, University of Ottawa, Ottawa, Ontario, 2004.

[10] Mikosch Th., Resnick S., Rootzen H., Stegeman A., “Is network traffic approximated by stable Levy motion or fractional Brownian motion?”, *Annals of Applied Probability*, **12**:1 (2002), 23–68.

[11] Norros I., “A storage model with self–similar input”, *Queueing Systems*, **16** (1994), 387–396.

[12] Samorodnitsky G., Taqqu M.S., *Stable Non–Gaussian Random Processes*, Chapman and Hall, 1994.

[13] Taqqu M., Willinger W., Sherman R., “Proof of a fundamental result in self-similar traffic modeling”, *Computer Communications Review*, **27**:2 (1997), 5–23.

[14] Zolotarev V.M., *One-dimensional stable distributions*, Translations of Mathematical Monographs, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1986, 284 pp.