УДК 510.6

О ТАБЛИЧНЫХ УНОИДАХ, НЕ УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ УСЛОВИЯМ УЖИЧИНА

Дадеркин Д.О.
Тверской государственный университет, г. Тверь

Поступила в редакцию 07.08.2021, после переработки 04.10.2021.

Достаточные условия табличности, одного из важных свойств, характеризующих работу программы в алгебраической системе, были предложены в работах П. Ужичина [1–3]. В данной работе описываются такие достаточные условия табличности, которые позволяют строить табличные уноиды,не удовлетворяющие условиям Ужичина.

Ключевые слова: алгебраическая система, алгебра, уноид, свойство табличности, динамические логики, терм.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2021. № 3. С. 33–43.
https://doi.org/10.26456/vtpmk621

Введение

Хорошо известно, что обычные арифметические операции сложения и умножения определяются программами, не использующими других операций, кроме одноместных операций следования (прибавления единицы). Поэтому многие вопросы теории динамических логик являются содержательными уже для систем, в которых нет неодноместных операций. Такие системы обычно называются уноидами.

Далее под программой, если не оговорено, будем понимать тотальную детерминированную регулярную программу.

Одним из самых важных свойств, характеризующих работу программы в алгебраической системе, является свойство табличности.

Говорят, что программа обладает свойством табличности, если на любом входе результат её работы совпадает с результатом работы некоторой бесцикловой программы. Алгебраические системы, в которых каждая тотальная программа эквивалентна бесцикловой, будем называть табличными.

Свойство свёртки - тоже важное свойство, характеризующее работу программ. Говорят, что программа обладает свойством свёртки, если существует такое натуральное число n, что при любом входе программа в процессе своей работы посещает не более n элементов. Мы будем говорить, что алгебраическая система обладает свойством свёртки, если каждая программа в ней обладает свойством свёртки.

Совершенно очевидно, что каждая программа, обладающая свойством свёртки, обладает и свойством табличности. Поэтому каждый обладающий свойством свёртки уноид является табличным.

Все необходимые базовые понятия изложены в [4–7] и [8].

1. Слабо разделённый уноид

Условия Ужичина - это наличие в каждой системе равенств эквивалентной конечной подсистемы и наличие конечного базиса для каждой системы равенств, однако, исходя из этих алгебраических условий Ужичина, достаточно сложно построить нетривиальные примеры табличных уноидов, так, единственным табличным уноидом, известным Ужичину (см. [2]), был уноид с несвязным основным множеством.

В [7] доказано существование табличного уноида со связным основным множеством, тем самым показано, что требование несвязности основного множества уноида не является существенным.

В [8] показано, что существуют в некотором смысле просто проверяемые достаточные условия, при выполнении которых уноид удовлетворяет условиям Ужичина.

Построенный в [4] уноид, называемый уноидом Адяна, удовлетворяет, как показано в [5], условию свёртки и, следовательно, обладает свойством табличности, однако, как легко видеть, не удовлетворяет условиям Ужичина. Таким образом, условия Ужичина не являются необходимыми для того, чтобы уноид обладал свойством табличности.

Пусть $\mathbb{N} = \{0,\ 1, \ldots\}$ - множество натуральных чисел, $\mathfrak{A} =< \mathbb{A}, \Omega >$ - алгебраическая система, $\mathbb{A}$ - основное множество, Ω - сигнатура, $n \in \mathbb{N}$.

Через $T_\Omega(n)$ будем обозначать множество всех термов сигнатуры Ω с индивидуальными переменными из множества $\mathbb{V}_n = \{x_1, \ldots, x_n\}$.

Пусть t — некоторый терм сигнатуры Ω. Через $|t|$ будем обозначать *длину* терма t, которую определим как число функциональных символов сигнатуры Ω, содержащихся в t.

Определим расстояние $\delta(x, y)$ между элементами x и y основного множества $\mathbb{A}$. Для натурального числа l, если $|t| = l, x = t(y)$ либо $y = t(x)$, то скажем, что $\delta_0(x, y) \leqslant l$. Если существуют последовательности $x_0, \ldots, x_m$ элементов $\mathbb{A}$ такие, что $x_0 = x,\ x_m = y,\ \delta_0(x_i, x_j) \leqslant l_i$ для $i \in 0, \ldots, m$,

$$\sum_{i=0}^{m-1}(l_i) \ = \ l,$$

то наименьшее из таких l назовем *расстоянием* $\delta(x, y)$ между элементами x и y. Будем говорить, что $\delta(x, y) = \infty$, если такие l не существуют.

Пусть $r \in \mathbb{N}$. Подмножество $\mathfrak{D}$ в уноиде $\mathfrak{A}$ назовём *r-окрестностью*, если для любых $x, y \in \mathfrak{D}$ $\delta(x, y) \leqslant r$.

Будем говорить, что две r-окрестности $\mathfrak{D}_1$ и $\mathfrak{D}_2$ *изоморфны*, если существует одно-однозначное отображение ψ из $\mathfrak{D}_1$ на $\mathfrak{D}_2$, при котором для любых термов t_1, t_2, если $|t_1| \leqslant r$, $|t_2| \leqslant r$, то $t_1(x) = t_2(y)$ в $\mathfrak{D}_1$ тогда и только тогда, когда $t_1(\psi(x)) = t_2(\psi(y))$ в $\mathfrak{D}_2$.

Уноид $\mathfrak{A}$ назовем *l-локально-заданным*, если существует такое натуральное l , что для любого $r > l$ любой изоморфизм любых двух r-окрестностей $\mathfrak{D}_1$ и $\mathfrak{D}_2$ в $\mathfrak{A}$ продолжается до изоморфизма подуноида, порождённого r-окрестностностью $\mathfrak{D}_1$ в $\mathfrak{A}$ на подуноид, порождённый r-окрестностностью $\mathfrak{D}_2$ в $\mathfrak{A}$.

Уноид назовем *локально-заданным*, если найдётся такое натуральное l, что уноид - l-локально-заданный.

Пусть $R \in \mathbb{N}$. R-локально-заданный уноид назовём *разделённым*, если для любых $r > R$, $n \in \mathbb{N}$ для любых n заранее заданных r-окрестностей $\mathfrak{D}_1, \ldots, \mathfrak{D}_n$ найдутся такие r-окрестности $\mathfrak{D'}_1, \ldots, \mathfrak{D'}_n$, что

a) для $i \in \{1, \ldots, n\}$ r-окрестности $\mathfrak{D}_i$ и $\mathfrak{D'}_i$ изоморфны;

b) r-окрестности $\mathfrak{D'}_1, \ldots, \mathfrak{D'}_n$ порождают попарно непересекающиеся подуноиды.

Пусть $t_1, \ldots, t_n \in T_\Omega(n)$, $\{a_1, \ldots, a_n\}$ и $\{b_1, \ldots, b_n\}$ — r-окрестности, $|t_i| \leqslant r$ для $i \in \{1, \ldots, n\}$, и пусть b_i будет значением терма t_i в уноиде $\mathfrak{A}$, когда $x_1, \ldots, x_n$ принимают значения $a_1, \ldots, a_n$ из $\mathbb{A}$, соответственно, тогда будем говорить, что набор $(b_1, \ldots, b_n)$ получается из набора $(a_1, \ldots, a_n)$ *r-отображением* $(t_1, \ldots, t_n)$.

Последовательность наборов $(a_1^0, \ldots, a_n^0)$, $(a_1^1, \ldots, a_n^1)$, $(a_1^2, \ldots, a_n^2)$ будем называть *r-циклом*, если набор $(a_1^{i+1}, \ldots, a_n^{i+1})$ получается из набора $(a_1^i, \ldots, a_n^i)$ некоторым r-отображением для $i \in \{0, 1\}$, а отображение, переводящее a_j^1 в a_j^2 для $j \in \{1, \ldots, n\}$, задаёт изоморфизм r-окрестности $\{a_1^1, \ldots, a_n^1\}$ на r-окрестность $\{a_1^2, \ldots, a_n^2\}$.

Уноид $\mathfrak{A}$ будем называть *слабо разделённым*, если существует такое натуральное число R, что для всякого $r > R$, всякого натурального Q и всяких таких r-циклов $(a_{1j}^0, \ldots, a_{nj}^0)$, $(a_{1j}^1, \ldots, a_{nj}^1)$, $(a_{1j}^2, \ldots, a_{nj}^2)$ $(j \in \{1, \ldots, Q\})$, что набор $(a_{1j}^{i+1}, \ldots, a_{nj}^{i+1})$ получается из набора $(a_{1j}^i, \ldots, a_{nj}^i)$ r-отображением $(t_{1j}^i, \ldots, t_{nj}^i)$ (для $i \in \{0, 1\}$, $j \in \{1, \ldots, Q\}$), найдутся такие r-циклы $(b_{1j}^0, \ldots, b_{nj}^0)$, $(b_{1j}^1, \ldots, b_{nj}^1)$, $(b_{1j}^2, \ldots, b_{nj}^2)$, что

a) $(b_{1j}^{i+1}, \ldots, b_{nj}^{i+1})$ получается из $(b_{1j}^i, \ldots, b_{nj}^i)$ r-отображением $(t_{1j}^i, \ldots, t_{nj}^i)$ для $i \in \{0, 1\}$, $j \in \{1, \ldots, Q\}$;

b) для $i \in \{0, 1, 2\}$ и $j \in \{1, \ldots, Q\}$ отображение, переводящее $(a_{1j}^i, \ldots, a_{nj}^i)$ в $(b_{1j}^i, \ldots, b_{nj}^i)$, является изоморфизмом r-окрестностей;

c) для $j \in \{1, \ldots, Q\}$ отображение, переводящее b_{1j}^1 в $b_{1j}^2, \ldots, b_{nj}^1$ в b_{nj}^2, продолжается до изоморфизма подуноида $\mathfrak{B}_j$, порождённого $(b_{1j}^1, \ldots, b_{nj}^1)$ в $\mathfrak{A}$, на подуноид, порождённый $(b_{1j}^2, \ldots, b_{nj}^2)$ в $\mathfrak{A}$;

d) подуноиды $\mathfrak{B}_1, \ldots, \mathfrak{B}_Q$ попарно не пересекаются.

Лемма 1. *Пусть $\mathfrak{A}$ - разделённый уноид. Тогда $\mathfrak{A}$ - слабо разделённый уноид.*

Доказательство прямо следует из предыдущих определений. Заметим, что обратное, вообще говоря, неверно, и утверждение 1 доказывает существование слабо разделённого уноида, не являющегося разделённым. Этот уноид по теореме 1 табличен, но, как легко заметить, не удовлетворяет условиям Ужичина.

2. О табличности слабо разделённых уноидов

Будем следовать введённым в [4] определениям кусочно-линейного отображения и линейного отображения, каждое из которых имеет дело лишь с конечным числом переменных и определяет отображение множества всех состояний всякой алгебраической системы в себя.

Теорема 1. Каждый слабо разделённый униод является табличным.

Доказательство. Пусть P — тотальная бесцикловая детерминированная регулярная программа, Θ — равенство вида $t_1 = t_2$, где $t_1, t_2 \in T_\Omega(n)$, RR — тотальная детерминированная регулярная программа с n программными переменными. Пусть RR имеет вид

$$WHILE\ \ \Theta\ \ DO\ \ P\ \ OD \tag{1}$$

В [4] и [6] показано, что всякая детерминиованная регулярная программа может быть задана с использованием одного цикла. В [4] доказано, что P определяет некоторое кусочно-линейное отображение и что композиция двух линейных отображений является линейным отображением, а композиция двух кусочно-линейных отображений - кусочно-линейным отображением.

Итак, рассмотрим работу программы RR на униоде $\mathfrak{A}$. Пусть P определяет кусочно-линейное отображение

$$[P_1, \ldots, P_m, P_{m+1}; \tau_1, \ldots, \tau_m]\ , \tag{2}$$

где $m \in \mathbb{N}$ и для $i \in \{1, \ldots, m+1\}$ каждое P_i — это линейное отображение вида

$$P_i(x_1, \ldots, x_n) = (t_1^i, \ldots, t_n^i), \tag{3}$$

где $t_j^i \in T_\Omega(n)$ для $j \in \{1, \ldots, n\}, i \in \{1, \ldots, m+1\}$; τ_i — это конъюнкции конечного числа равенств вида $t_1^i = t_2^i$ и неравенств вида $t_1^i \neq t_2^i$,, где $t_1^i, t_2^i \in T_\Omega(n)$ $(i \in \{1, \ldots, m\})$.

Пусть $T_P \subseteq T_\Omega(n)$ — множество всех термов, используемых в $[P_1, \ldots, P_m, P_{m+1}; \tau_1, \ldots, \tau_m]$. Пусть

$$l = R + 2m_1 + 1, \tag{4}$$

где m_1 — максимальная длина термов из T_P.

Если $\overline{a} = (a_1, \ldots, a_n)$, где $a_i \in \mathbb{A}$ для $(i \in \{1, \ldots, n\})$, то $\overline{a}$ будем называть ***точкой*** с координатами $a_1, \ldots, a_n$. Если программа P останавливается на входе $\overline{a}$ в $\mathbb{A}$ и заключительные значения $b_1, \ldots, b_n$ переменных $x_1, \ldots, x_n$ задают точку $\overline{b} = (b_1, \ldots, b_n)$, то скажем, что $\overline{b} = P(\overline{a})$. Пусть $P^0(\overline{a}) = \overline{a}$ и $P^{i+1}(\overline{a}) = P(P^i(\overline{a}))$.

Если $P(\overline{a}) = P_i(\overline{a})$, P_i определяется по (3), t_j содержит x_q, $\overline{a} = (a_1, \ldots, a_n)$, $\overline{b} = (b_1, \ldots, b_n)$, $\overline{b} = P(\overline{a})$, то скажем, что b_j есть ***образ*** a_q, а a_q есть ***прообраз*** b_j. Если $\overline{a}$ - точка с координатами $(a_1, \ldots, a_n)$ и $\delta(a_i, a_j) \geqslant l$, где l определено по (4), то все встречающиеся в $\tau_1, \ldots, \tau_m$ и содержащие одновременно x_i и x_j равенства будут ложны в точке $\overline{a}$.

Определим теперь обратной индукцией по i натуральные числа $l(i)$ и $\Phi(i) = ((1+n)^n \Psi(l(i)))^i$, где функция Ψ определяется из того, что в униоде $\mathfrak{A}$ существует не более чем $\Psi(l)$ попарно неизоморфных $n-$элементных $l-$окрестностей.

Пусть

$$\begin{cases} l(n) = l \\ l(i-1) = 4l(i) + (\Phi(i)+1)l, \end{cases} \tag{5}$$

$$L = l(1), \quad G = ((1+n)^n)\Psi(L), \quad \gamma = nG. \tag{6}$$

В (5) l определяется по (4).

Рассмотрим последовательность

$$\overline{a}\ ,\quad P(\overline{a})\ ,\ldots,\quad P^{\gamma+1}(\overline{a}),\ldots, \tag{7}$$

где P - тотальная бесцикловая регулярная прогармма из (1), а точка $\overline{a}$ такова, что тело цикла (1) на входе $\overline{a}$ выполняется более γ раз.

Будем говорить, что *выполнено (k,h) - условие* , если для

$j \in \{(n-k)G, (n-k)G+1, \ldots, \gamma\}$ координаты точки $P^j(\overline{a})$ можно разбить на k h-окрестностей.

Для доказательства основной теоремы необходимы некоторые технические результаты.

Лемма 2. $(n, l(n))$- *условие выполнено.*

Доказательство. По определению выполнимости (k,h) - условия при $k=n$, учитывая (7), координаты точки $P^j(\overline{a})$ можно разбить на n частей так, чтобы в каждой части содержалось только по одной координате. Но в таком случае $(n, l(n))$– условие выполнено. □

Лемма 3. $(1, l(1))$- *условие не выполнено.*

Доказательство. Пусть $(1, l(1))$- условие выполнено.

Тогда для $j \in \{(n-k)G, (n-k)G+1, \ldots, \gamma\}$ все координаты точки $P^j(\overline{a})$ находятся в одной $l(1)$-окрестности. Тогда найдутся такие натуральные числа $J1$ и $J2$, что отображение, отображащее координаты точки $P^{J1}(\overline{a})$ на координаты точки $P^{J2}(\overline{a})$, определяет изоморфизм $l(1)$-окрестностей. Учитывая слабую разделенность уноида $\mathfrak{A}$, можно заменить точку $\overline{a}$ на такую точку $\overline{b}$, что для $j \in \{0, 1, \ldots, \}$ условие Θ из (1) будет истинно в $P^j(\overline{b})$, но тогда программа RR не будет тотальной в $\mathfrak{A}$. Полученное противоречие доказывает лемму. □

Лемма 4. *Пусть* $(i, l(i))$- *условие выполнено, а* $(i-1, l(i-1))$ *условие не выполнено.*

Тогда найдётся такое натуральное число $j \in \{(n-(i-1))G, (n-(i-1))G+1, \ldots, \gamma\}$, *что для всех натуральных чисел* $q \in \{j-\Phi(i)+1, \ldots, j\}$, *если координаты точки* $P^q(\overline{a})$ *разбиты на* i $l(i)$*-окрестностей, то расстояние между любыми двумя элементами из различных* $l(i)$*-окрестностей этого разбиения больше* l*, а образы координат из различных* $l(i)$*-окрестностей этого разбиения лежат в различных* $l(i)$*-окрестностях,возникающих при разбиении координат точки* $P^{q+1}(\overline{a})$ *на* i $l(i)$*-окрестностей. Следовательно, образы координат из одной и той же* $l(i)$*-окрестности этого разбиения попадут в одну и ту же* $l(i)$*-окрестность из тех* i $l(i)$*-окрестностей, на которые разбиты координаты точки* $P^{q+1}(\overline{a})$.

Доказательство. Итак, $(i-1, l(i-1))$ условие не выполнено. Следовательно, для некоторого $j \in \{(n-(i-1))G, (n-(i-1))G+1, \ldots, \gamma\}$ координаты точки $P^j(\overline{a})$ нельзя разбить на $(i-1)$ $l(i-1))$ окрестности.

Пусть для некоторого $q \in \{j-\Phi(i)+1, \ldots, j\}$ координаты точки $P^q(\overline{a})$ так разбиты на i $l(i)$-окрестностей, что либо расстояние между некоторыми двумя элементами из различных $l(i)$-окрестностей этого разбиения не превосходит l, либо образы этих элементов попадут в одну $l(i)$-окрестность. Объединим эти две $l(i)$-окрестности в одну, в этой новой окрестности расстояние между любыми двумя её элементами не превосходит $l(i)+2l(i)+2l = 3l(i)+2l \leqslant 4l(i)+1$, поскольку по (5) $l < l(i)$ для $i \leqslant n$.

За $\Phi(i)$ шагов расстояние между координатами возрастет не более чем на $\Phi(i)l$, и для $h \in \{q,\dots,j\}$ координаты точки $P^h(\overline{a})$ можно будет разбить на $(i-1)$ $l(i-1)$-окрестность, так как по (5) $4l(i)+(\Phi(i)+1)l = l(i-1)$, а это противоречит выбору j, что и завершает доказательство леммы. □

Лемма 5. Если $(i, l(i))$-условие выполнено, то $(i-1, l(i-1))$-условие тоже выполнено.

Доказательство. Пусть $(i, l(i))$- условие выполнено, а $(i-1, l(i-1))$-условие не выполнено. В таком случае координаты точки $P^j(\overline{a})$ нельзя разбить на $(i-1)$ $l(i-1)$-окрестности для $j \in \{(n-(i-1))\Phi(i),\dots,\gamma\}$.

Учтём, что $(i, l(i))$-условие выполнено, следовательно, каждую точку $P^q(\overline{a})$, где $q \in \{j-\Phi(i)+1,\dots,j\}$, можно разбить на i $l(i)$-окрестностей. По лемме 4, расстояние между любыми координатами из различных $l(i)$-окрестностей больше l, и образы координат из одной $l(i)$-окрестности находятся в одной $l(i)$-окрестности, а образы координат из различных $l(i)$-окрестностей находятся в различных $l(i)$-окрестностях.

Учитывая слабую разделенность уноида $\mathfrak{A}$, можно заменить входные значения $\overline{a}$ на такие новые значения $\overline{c} = (c_1,\dots,c_n)$, что точка $P^q(\overline{c})$ есть $(b_1,\dots,b_n)$, где $q \in \{1,\dots,\Phi(i)\}$, и отображение, переводящее c_1 в b_1, ..., c_n в b_n, продолжается до изоморфизма подуноида, порожденного элементами $c_1,\dots,c_n$ в $\mathfrak{A}$, на подуноид, порожденный элементами $b_1,\dots,b_n$ в $\mathfrak{A}$. Эти подуноиды попарно не пересекаются, поскольку уноид $\mathfrak{A}$ слабо разделённый, тогда последовательность (7) на входе $\overline{c}$ будет выполняться более γ раз, следовательно, цикл (1) будет бесконечным, что невозможно, так как по условию RR - тотальная программа. Следовательно, $(i-1, l(i-1))$ - условие выполнено. □

Итак, по лемме 5 $(1, l(1))$— условие выполнено, а по лемме 3 $(1, l(1))$-условие не выполнено. Таким образом, предположение о том, что в цикле (1) совершается γ шагов, неверно, то есть не существует такой точки $\overline{a}$, в которой последовательность (7) содержит более $(\gamma+1)$ элементов. Следовательно, любой тотальный цикл в уноиде $\mathfrak{A}$ останавливается не более чем за γ шагов. □

Утверждение 1. *Существует такой слабо разделённый уноид $\mathfrak{D}$, что $\mathfrak{D}$ не удовлетворяет условиям Ужичина.*

Доказательство. Пусть

$\mathbb{K}_0 = \{0^i : i = 0,1,\dots,\}$,

$\mathbb{K}_m = \{0^i : i = \leqslant m\} \bigcup \{0^m a : a \in \{0,1\}^*\ \}$, где m>0,

$D = \{< j, m, b >: m, j = 0,1,2,\dots; b \in \mathbb{K}_m\}$.

Определим операции 0 и 1:

$0(< j, 0, b >) = < j, 0, b0 >$,

$1(< j, 0, b >) = < j, 0, b0 >$,

$0(< j, m, 0^i >) = < j, m, 0^{i+1} >$,

$$1(< j, m, 0^i >) \quad = \quad \begin{cases} < j, m, 0^{i+1} >, & \text{если } i+1 \leqslant m, \\ < j, m, 0^i 1 >, & \text{иначе} , \end{cases}$$

$0(< j, m, 0^m a >) =< j, m, 0^m a0 >,$
$1(< j, m, 0^m a >) =< j, m, 0^m a1 >.$

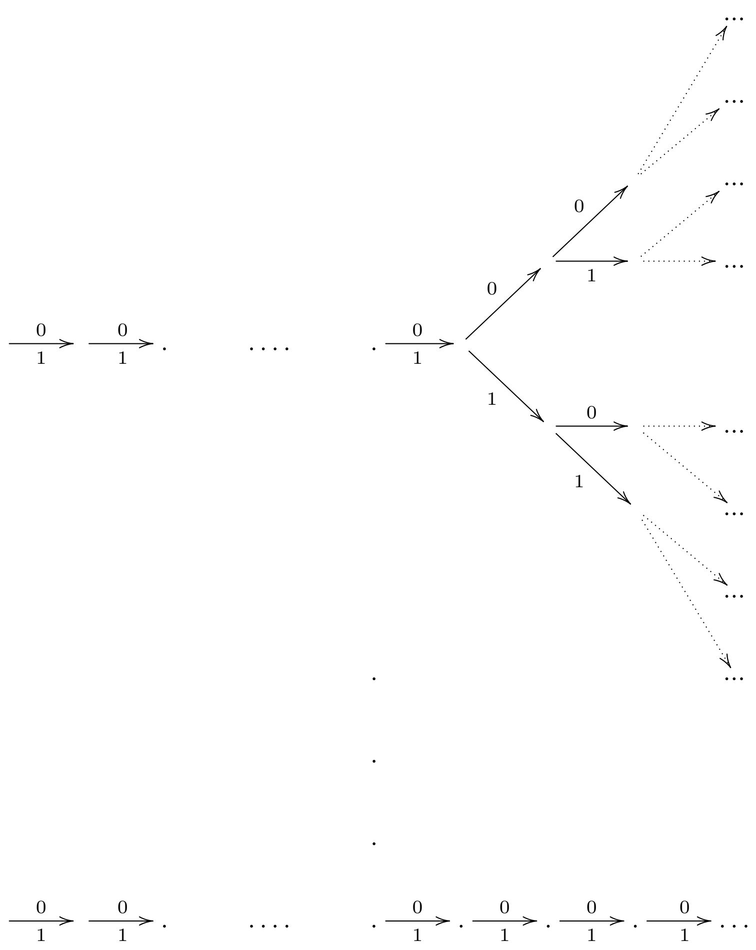

Рис. 1. Уноид $\mathfrak{D}$

Ясно, что этот уноид - слабо разделённый. Достаточно заметить, что $\mathfrak{D}$ задаётся тройками $< \ j, m, b \ >$, в которых два первых элемента - натуральные числа, а третий элемент есть цепочка нулей произвольной длины ($b = \mathbb{K}_0$) либо цепочка нулей конечной длины, после которой идёт бинарное дерево $a \in \{0, 1\}^*$, возможно, пустое ($b = \mathbb{K}_m$). Понятно, что для любого r-цикла, находящегося на некотором $\mathbb{K}_s$, найдутся такие r-циклы, расположенные на других $\mathbb{K}_u, (u \neq s, \quad u, s = 0, 1, 2, \ldots)$, что условия $a) - d)$ из определения слабо разделённого уноида выполнены. По теореме 1 $\mathfrak{D}$ - табличный уноид.

Легко проверить, что уноид $\mathfrak{D}$ не удовлетворяет условиям Ужичина. Для этого достаточно заметить, что на этом уноиде для входных значений $\overline{a}$ можно различать, имеет ли место расположение $\overline{a}$ на $\mathbb{K}_0$ либо на $\mathbb{K}_l, l > 0$, с непустым бинарным деревом. Для этого для элементов из r-окресности, определяемой $\overline{a}$, выполним некоторое конечное число раз операции 0 и 1 из сигнатуры уноида $\mathfrak{D}$, и если результаты выполнения этих операций совпадают, то по заданию операций 0 и 1 $\overline{a}$ расположен в $\mathbb{K}_0$, иначе - в некотором $\mathbb{K}_l, l > 0$. Отсюда следует отсутствие базиса для любого конечного совместного множества равенств с n переменными, таким образом, условия Ужичина не выполнены.

□

Заключение

Одним из самых важных свойств, характеризующих работу программы в алгебраической системе, является свойство табличности, и в работах П. Ужичина [1–3] сформулированы достаточные условия табличности унoидов, однако они не позволяют строить нетривиальные примеры табличных унoидов.

В работе [8] приведены легко проверяемые достаточные условия табличности, из которых вытекают условия Ужичина: с использованием введённых понятий r-окрестности, локально-заданного и разделённого унoида показано, что каждый разделённый унoид удовлетворяет условиям Ужичина, и приведён пример такого унoида.

В данной работе введено понятие слабо разделённого унoида, в теореме 1 доказано, что каждый слабо разделённый унoид является табличным, а утверждение 1 показывает существование являющегося табличным слабо разделённого унoида, не удовлетворяющего условиям Ужичина.

Список литературы

[1] Urzyczyn P. Algorithmic triviality of abstract structures // Fundamenta Informaticae. 1981. № 4. Pp. 819–849.

[2] Urzyczyn P. The unwind property in certain algebras // Information and Control. 1981. Vol. 50, № 2. Pp. 91–109.

[3] Urzyczyn P. Deterministic context-free dynamic logic is more expressive than deterministic dynamic logic of regular programs // Foundation of computer theory. Berlin: Springer-Verlag, 1983. Pp. 469–504.

[4] Столбоушкин А.П., Тайцлин М.А. Динамические логики // Кибернетика и вычислительная техника. 1986. № 2. С. 180–230.

[5] Stolboushkin A.P., Taitslin M.A. Deterministic dynamic logic is stricly weaker than dynamic logic // Information and Control. 1983. Vol. 57, № 1. Pp. 48–55.

[6] Дудаков С.М., Карлов Б.Н. Математическое введение в информатику. Учебник. Тверь: Тверской государственный университет, 2017. 320 с.

[7] Дадеркин Д.О. Об унoидах Ужичина со связным основным множеством // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 4. С. 117–125. https://doi.org/10.26456/vtpmk551

[8] Дадеркин Д.О. Табличные униоиды, удовлетворяющие условиям Ужичина // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2021. № 1. С. 59–70. https://doi.org/10.26456/vtpmk609

[9] Kfoury A.J., Urzyczyn P. Necesseary and sufficient conditions for the universality of programming formalisms // Acta informatica. 1985. Vol. 22. Pp. 347–377.

[10] Kfoury A.J. Definability by deterministic and nondeterministic programs (with applications to first-order dynamic logic) // Information and Control. 1985. Vol. 65. Pp. 98–121.

[11] Tiuryn J. Unbounded program memory adds to the expressive power of first-order programming logic // Information and Control. 1984. Vol. 60. Pp. 12–35.

[12] Tiuryn J., Urzyczyn P. Remarks on comparing expressive power of Logics of Programms // Mathematical Foundations of Computer Science. Eds. by M.P. Chytil, V. Koubek. Series: Lecture Notes in Computer Science. Vol. 176. Berlin, Heidelberg: Springer, 1984. Pp. 535–543. https://doi.org/10.1007/BFb0030337

Образец цитирования

Дадеркин Д.О. О табличных униоидах, не удовлетворяющих условиям Ужичина // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2021. №3. С. 33–43. https://doi.org/10.26456/vtpmk621

Сведения об авторах

1. **Дадеркин Дмитрий Ольгердович**
доцент кафедры информатики Тверского государственного университета.

170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ. E-mail: d.daderkin@yandex.ru

TRUTH-TABLE UNOIDS NOT SATISFYING THE URZYCZYN'S CONDITIONS

Daderkin Dmitry Olgerdovich
Associate Professor at Computer Science department,
Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabov st., TverSU.
E-mail: *d.daderkin@yandex.ru*

Received 07.08.2021, revised 04.10.2021.

Sufficient conditions of truth-table property, one of the important properties that characterize the work of a program in an algebraic system, were proposed in the works of P. Urzyczyn [1–3]. In this work such sufficient conditions of truth-table property are described, that allow constructing truth-table unoids that not satisfy the conditions of Urzyczyn.

Keywords: algebraic system, algebra, unoid, truth-table property, dynamic logics, term.

Citation

Daderkin D.O., "Truth-table Unoids not Satisfying the Urzyczyn's Conditions", *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2021, № 3, 33–43 (in Russian). https://doi.org/10.26456/vtpmk621

References

[1] Urzyczyn P., "Algorithmic triviality of abstract structures", *Fundamenta Informaticae*, 1981, № 4, 819–849.

[2] Urzyczyn P., "The unwind property in certain algebras", *Information and Control*, **50**:2 (1981), 91–109.

[3] Urzyczyn P., "Deterministic context-free dynamic logic is more expressive than deterministic dynamic logic of regular programs", *Foundation of computer theory*, Springer-Verlag, Berlin, 1983, 469–504.

[4] Stolboushkin A.P., Tajtslin M.A., "Dynamic logic", *Kibernetika i vychislitelnaya tekhnika [Cybernetics and computing]*, 1986, № 2, 180–230 (in Russian).

[5] Stolboushkin A.P., Taitslin M.A., "Deterministic dynamic logic is stricly weaker than dynamic logic", *Information and Control*, **57**:1 (1983), 48–55.

[6] Dudakov S.M., Karlov B.N., *Matematicheskoe vvedenie v informatiku [Mathematical Introduction to Computer Science]*, Tutorial, Tver State University, Tver, 2017 (in Russian), 320 pp.

[7] Daderkin D.O., "On Urzyczyn's Unoids with a Connected Underlying Set", *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2019, № 4, 117–125 (in Russian), https://doi.org/10.26456/vtpmk551.

[8] Daderkin D.O., "Truth-table Unoids Satisfying the Urzyczyn's Conditions", *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2021, № 1, 59–70 (in Russian), https://doi.org/10.26456/vtpmk609.

[9] Kfoury A.J., Urzyczyn P., "Necesseary and sufficient conditions for the universality of programming formalisms", *Acta informatica*, **22** (1985), 347–377.

[10] Kfoury A.J., "Definability by deterministic and nondeterministic programs (with applications to first-order dynamic logic)", *Information and Control*, **65** (1985), 98–121.

[11] Tiuryn J., "Unbounded program memory adds to the expressive power of first-order programming logic", *Information and Control*, **60** (1984), 12–35.

[12] Tiuryn J., Urzyczyn P., "Remarks on comparing expressive power of Logics of Programms", *Mathematical Foundations of Computer Science*. V. 176, Lecture Notes in Computer Science, eds. M.P. Chytil, V. Koubek, Springer, Berlin, Heidelberg, 1984, 535–543, https://doi.org/10.1007/BFb0030337.