Вестник ТвГУ. Серия "Физика". 2005. № 9(15). Выпуск 2. С. 132–135

УДК 535.1; 530.182

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ОТ РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

С.В. Афанасьев, М.В. Приятелев
Тверской государственный университет,
кафедра общей физики

Решена задача о нахождении характеристик черенковского излучения сверхсветового 2π-импульса с гауссовым распределением амплитуды волны. Показано, что распределение энергии излучения по частоте и лепестковая структура диаграммы направленности находятся в согласии с экспериментальными измерениями в миллиметровом диапазоне.

Излучение Вавилова–Черенкова от движущегося осциллятора рассматривалось еще Франком [1] и подробно изложено в [2]. Позже была показана возможность черенковского излучения от волны любой природы [3]. В работе [4] впервые обращено внимание на эффект Вавилова–Черенкова от волны нелинейной поляризации, а в [5] проведен детальный анализ указанного эффекта при генерации лазерного излучения разностной частоты, результаты которого нашли экспериментальное подтверждение в [6].

Исследование эффекта Вавилова–Черенкова от нелинейной поляризации удобно провести при генерации разностной частоты, поскольку в этом случае почти для всех нелинейных кристаллов волна нелинейной поляризации распространяется со «сверхсветовой» скоростью (ССВ) (показатель преломления на разностной частоте – радиочастоты и дальняя ИК область) больше, чем на частотах возбуждающих излучений. Поэтому распространение коротких и сверхкоротких оптических импульсов в таких средах будет сопровождаться излучением волн в данные диапазоны. Таким образом, распространяющийся импульс будет терять энергию.

Интересные возможности по обнаружению излучения Вавилова–Черенкова возникают при распространении, например, в усиливающих средах стационарных волн (солитонов) со скоростью, большей c/n. Такая скорость достигается за счет взаимодействия импульса с инвертированной средой, в результате которого происходит «перекатывание» или переформирование движущегося импульса со смещением по направлению движения. Подробно этот механизм рассматривается в [7] и [8].

Рассмотрение таких импульсов должно сопровождаться сверхсветовым излучением (ССИ) дополнительных электромагнитных волн, механизм испускания которых во многом напоминает излучение Вавилова–Черенкова.

Ниже решена задача о нахождении характеристик черенковского излучения сверхсветового 2π-импульса с гауссовым распределением амплитуды волны от поперечной координаты. Такая постановка задачи нам кажется более реалистичной, чем рассмотренная в [7] П-образная зависимость, не являющаяся самосогласованной волной, а также используемая в [5] зависимость амплитуды импульса от продольной координаты, не соответствующая устойчивому импульсу.

$$\frac{\partial^2\vec{\Pi}(r,\varphi,z,t)}{\partial t^2} - c^2\vec{\nabla}^2\vec{\Pi}(r,\varphi,z,t) = \gamma\vec{B}_T(r,\varphi,\xi)\exp[i(k_0 z-\omega_0 t)], \quad \gamma = 4\pi\frac{\varepsilon_0+2}{3\varepsilon_0}, \tag{1}$$

причем

$$\vec{E} = c^2 grad\, div\vec{\Pi} - \frac{\partial^2\vec{\Pi}}{\partial t^2}, \qquad \vec{H} = c^2\frac{\partial}{\partial t}rot\vec{\Pi}, \tag{2}$$

В (1) r и φ – поперечные координаты волны.

Ранее мы пренебрегали поперечной зависимостью поля и поляризации, считая их плоскими волнами. Для последующих расчетов наличие поперечной зависимости поляризации имеет принципиальное значение.

Проведем расчеты в предположении, что волна ССИ является малым возмущением к процессу распространения ССВ. Тогда поляризацию в (1) можно считать заданной. В случае 2π-импульса для волны задается гауссово распределение в поперечном сечении:

$$\vec{B}(r,\xi) = B_0 \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right)\sec\ h\frac{\xi}{\tau}\vec{n}\ . \tag{3}$$

Подставляя (3) в (1) и используя разложение $\vec{\Pi}$ и $\vec{B}$ по цилиндрическим функциям, получим

$$\vec{\Pi}(r,z,t) = \sum\int\gamma\vec{u}B_0\frac{2J_0(q_n r)}{ua'^2 J_1(q_n a')}\frac{\pi\tau}{2}\frac{1}{ch\left(\frac{\pi}{2}\Omega\tau\right)}\times$$
$$\times\frac{a^2}{2}\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)\left(\frac{q_n a}{2}\right)^n\exp\left(-\frac{q_n^2 a^2}{8}\right)\left(\frac{q_n^2 a^2}{16i}\right)I_n\left(\frac{q_n^2 a^2}{8i}\right)\exp[-i(\Omega+\omega_0)t]I_p, \tag{4}$$

где

$$I_p = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\exp(ipz)}{\left[c^2(p^2+q_n^2)-(\Omega+\omega_0)^2\right]}dp = \frac{1}{2c^2\sqrt{\frac{(\Omega+\omega_0)^2}{c^2}-q_n^2}}\times$$
$$\times\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\frac{1}{p-p_0}-\frac{1}{p+p_0}\right\}\exp(ipz)dp = \frac{i\pi}{2c^2 p_{0n}}\left\{e^{ip_{0n}z}-e^{-ip_{0n}z}\right\},$$
$$p_{0n} == \sqrt{\frac{(\Omega+\omega_0)^2}{c^2}-q_n^2}\,.$$

Учитывая решение ($+izp_{0n}$), соответствующее волне, бегущей в положительном направлении z, определим поляризацию возникающего излучения:

а) $\vec{n} \| \vec{u}$, $\quad \vec{H} \equiv \vec{e}_\varphi H_\varphi$, $\vec{E} \equiv \vec{e}_r E_r + \vec{e}_z E_z$;

б) $\vec{n} \| \vec{u}$, $\quad \vec{H} = -c^2 \dfrac{\partial}{\partial t} \dfrac{\partial \Pi_r}{\partial z} \vec{e}_\varphi$, $\vec{E} \equiv \vec{e}_r E_r + \vec{e}_z E_z$.

Для определения энергии, уходящей на бесконечность, вычислим поток вектора Умова–Пойтинга $\vec{S}$ через поверхность цилиндра длины dl:

$$\frac{dW}{dl} = 2\pi r \int_{-\infty}^{+\infty} S_r \, dt \; .$$

Применяя метод Тамма и Франка, в котором используются асимптотики функции Бесселя, получим энергию излучения по отношению к запасенной в солитоне:

$$d\left(\frac{W}{W_0}\right)_{n=1} \Big/ dl = \frac{\pi^5}{2} \gamma^2 \tau \frac{c^2 p_{01}^2}{c} \left\{ \begin{matrix} \left(\dfrac{(\Omega + \omega_0)^2}{c^2 p_{01}^2} - 1 \right)^2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \left(\frac{q_1 a}{2} \right)^6 \frac{J_1^2\left(\dfrac{q_1^2 a^2}{8} \right)}{J_1^2(q_1 a')} \times$$

$$\times \exp\left(-\left(\frac{q_1 a}{2} \right)^2 \right) \operatorname{sec} h^2 \left(\frac{\pi}{2} \Omega \tau \right).$$

Можно сделать численную оценку Ω_n и черенковских углов. В максимумах интенсивности аргумент принимает значение $x = \dfrac{a\Omega}{2u} \sin \Omega$. Нули диаграмм $d\dfrac{W}{W_0}(\theta)/dl$ находятся по формуле $x = \dfrac{\pi}{4}(4n-1) = \dfrac{a\Omega_n}{2u} \sin \Omega_{n_0}$. Т.е. при заданном $\dfrac{a\Omega_n}{2u}$, например 10^{-1}, $\sin \Omega_{n_0} = \dfrac{\pi}{2} \dfrac{u}{a\Omega_n}(4n-1) < 1$, $\dfrac{\pi}{2}(4n-1) \cdot 10^{-1} < 1, \quad n \le 1$, и в диаграмме наблюдается только два лепестка.

Распределение (рис. 1) и лепестковая структура находятся в хорошем согласии с экспериментальными измерениями в миллиметровом диапазоне [6].

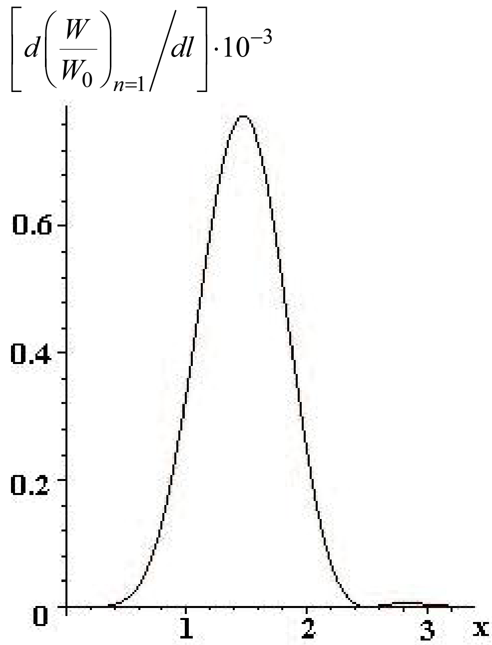

Рис. 1. Зависимость относительной интенсивности излучения Вавилова–Черенкова от параметра $x = (a\Omega / 2u)\sin\Omega$

Список литературы

1. Франк И.М. //Изв. АН СССР. Сер. Физика. 1942. Т. 6. С. 3.
2. Зрелов В.П. Излучение Вавилова–Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М.: Атомиздат, 1968.
3. Гинзбург В.Л. Некоторые вопросы теории излучения при сверхсветовом движении в среде //УФН. 1959. Т. 69, № 12. С. 537.
4. Аскорян Г.А. //ЖЭТФ. 1962. Т. 42. С. 1360 и 1963; Т. 45. С. 643.
5. Абдуллин С.П., Ляхов Г.А., Руденко О.В., Чиркин А.С. //ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 1295.
6. Багдасарян Д.А., Макарян А.О., Погосян П.С. Черенковское излучение от распространяющейся нелинейной поляризации среды //Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 37, вып. 10. С. 498–500.
7. Ораевский А.Н. Сверхсветовые волны в усиливающих средах //УФН. 1998. Т. 168, № 12. С. 1311–1321.
8. Сазонов С.В. Сверхсветовые электромагнитные солитоны в неравновесных средах //УФН. 2001. Т. 171, № 6. С. 663–677.