

УДК 535.1; 530.182

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ТИПА ЭШЕЛЕТТ МОДУЛИРОВАННЫМ ПО ПЛОТНОСТИ ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ

С.В. Афанасьев

Тверской государственный университет,
кафедра общей физики

Получено решение задачи об излучении модулированного по плотности электронного потока на периодической структуре типа эшелетт.

В [1] высказывались соображения о полезности использования "зайчиков" электронного потока для возбуждения периодической структуры на скоростях, превышающих скорость электронов. В известных экспериментальных исследованиях [2] использовался широкий ленточный поток электронов, промодулированный по плотности в зазоре резонатора трехсантиметрового диапазона и падающий нормально на одну из граней периодической структуры типа эшелетт. Параметры эшеллета и пучка позволяли возбуждать поверхностную волну в восьмимиллиметровом диапазоне.

Ниже приводится строгое решение граничной задачи о возбуждении периодической структуры типа эшелетт двумерным модулированным потоком электронов. Геометрия задачи представлена на рис. 1.

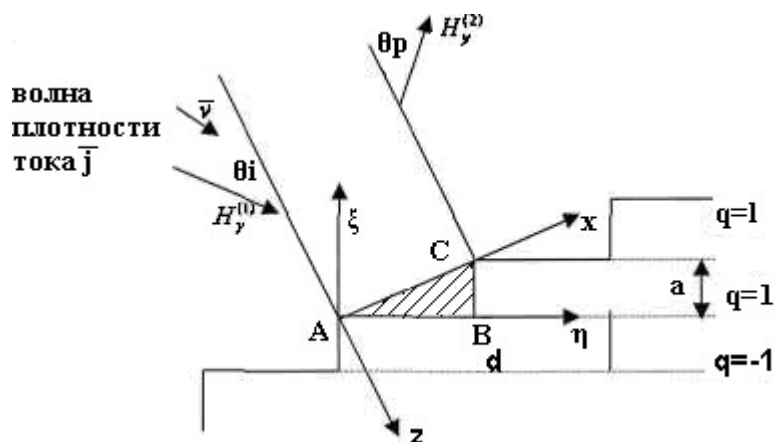


Рис. 1. Расположение в пространстве волны плотности тока и периодической структуры

Эшелетт образован смещенной друг относительно друга системой металлических волноводов, закороченных с одной стороны. Для решения используем две декартовы системы координат xoz и $\eta\zeta$, связанных ортогональными преобразованиями, θ_i – угол падения потока на эшелетт, θ_p –

угол рассеяния p -й пространственной гармоники. В дальнейшем будем использовать точное решение задачи о дифракции плоской, линейнополяризованной волны на дифракционной решетке и модифицированный метод вычетов, подробно описанные в [3; 4].

Плотность тока определяется следующим образом:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \rho_0 \vec{v} \int d\alpha f(\alpha) \delta(\vec{r} \vec{n}_\alpha - \alpha + \vec{v} \vec{n}_\alpha t), \quad (1)$$

где ρ_0 – плотность заряда, v – скорость волны плотности, $\vec{n}_\alpha = \vec{v}/v$, $f(\alpha)$ – заданная функция плотности потока плотности.

Поскольку в дальнейшем нас будет интересовать случай нормального падения пучка на одну из граней эшелетта, положим

$$\vec{n}_\alpha \equiv \vec{n}_\xi = \sin \psi \cdot \vec{n}_z - \cos \psi \cdot \vec{n}_x, \vec{v} = \{v_\xi, 0, 0\}.$$

Поле, создаваемое источником (1) (падающее на решётку в [3; 4]), может быть найдено с помощью вектора Герца, а поле внутри волноводов при заданной конфигурации падающего поля может быть разложено по собственным ТМ модам плоского волновода:

$$H_{\omega y} = \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{n\pi}{a}(\omega - qa)\right) \left[B_n^q \exp\{-i\beta_n(\eta - q \operatorname{atg} \psi)\} + C_n^q \exp\{i\beta_n(\eta - q \operatorname{atg} \psi)\} \right], \quad (2)$$

где $\beta_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2}$, $q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $n = 1, 2, 3, \dots$.

В итоге поле вне эшелетта складывается из падающего и отраженного полей, которые удобно для сопоставления с [3; 4] записывать в виде

$$H_{\omega y}^{na\partial} = A \exp\left\{-i \frac{\Phi}{a \sec \psi} x + ia_0 z\right\}, \quad A = \frac{\beta_\xi \sin 2\psi}{1 - \beta_\xi} A_0, \quad a = \frac{\omega}{v_\xi} \sin \psi, \quad (3)$$

$$H_{\omega y}^{omp} = \sum_{p=1}^{+\infty} A_p \exp\left\{-i \frac{\Phi + 2\pi}{a \sec \psi} x - ia_p z\right\}, \quad a_p = \sqrt{\frac{\omega^2}{v_\xi^2} - \left(\frac{\Phi + 2\pi}{a \sec \psi}\right)^2} = \frac{\omega}{v_\xi} \cos \Theta,$$

$$\sin \Theta_p = \cos \psi \left(1 + \frac{2\pi p}{(a\omega/v_\xi)} \right). \quad (4)$$

Следующим важным моментом при решении граничной задачи является сшивка выражений (2), (3), (4) на некоторой границе, которой является, естественно, поверхность волноводов с учетом ребер (точки А и С, рис. 1).

Проводя несложные, но громоздкие вычисления, используя граничные условия и условия ортогональности собственных функций, получаем систему уравнений для коэффициентов A_p :

$$\lambda_m \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{A_p}{\gamma_p + \beta_m} + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \frac{A_p}{\gamma_p - \beta_m} = \frac{A}{\beta_{in} + \beta_m} + \lambda_m \frac{A}{\beta_{in} - \beta_m},$$

$$\lambda_m = -\exp\{-i2\beta_m \operatorname{tg}\psi\} \frac{1 - (-1)^m \exp\{-i\Phi + ia\beta_m \operatorname{tg}\psi\}}{1 - (-1)^m \exp\{-i\Phi - ia\beta_m \operatorname{tg}\psi\}}.$$
(5)

Для решения полученной системы используем так называемый модифицированный метод вычетов (ММВ) [3].

В ММВ строится вспомогательная функция $f(\omega)$, причем функция $f(\omega)$ удовлетворяет следующим условиям:

- 1) $f(\omega)$ имеет простые полюса при $\omega = \gamma_p, p = \pm 1, \pm 2, \dots$ и при $\omega = -\beta_{in}$;
- 2) коэффициенты A и A_p нашей задачи равны

$$\operatorname{Res} f(\gamma_p) = A_p, \quad \operatorname{Res} f(-\beta_{in}) = A,$$
(6)

а функция $f(\omega)$, согласно [3; 4], равна

$$f(\omega) = K \frac{e^{R\omega}}{(\omega + \beta_{in})} \prod_{n=1}^M \frac{1 - \frac{\omega}{\beta_n}}{\left(1 - \frac{\omega}{\gamma_{-n}}\right) \left(1 - \frac{\omega}{\gamma_n}\right)} \prod_{n=M+1}^{\infty} \frac{1 - \frac{\omega}{\beta_n + \delta}}{\left(1 - \frac{\omega}{\gamma_n}\right) \left(1 - \frac{\omega}{\gamma_{-n}}\right)} \left(1 + \sum_{p=1}^M \frac{F_p}{1 - \frac{\omega}{\beta_p}}\right),$$

$$\delta = -i \frac{\pi}{6a}, \quad R = -i \frac{a}{\pi} \{\ln(2 \cos \psi) + \psi \operatorname{tg} \psi\}.$$
(7)

Безусловно, в методе ММВ приходится численно решать систему линейных уравнений, однако размерность матрицы этой системы, необходимая для достижения заданной точности, значительно меньше, чем размерность редуцированной матрицы.

Конкретизируем вид функции распределения плотности заряда в пучке (рис. 2):

$$f(a) = 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} a, \lambda_0 = 3.$$
(8)

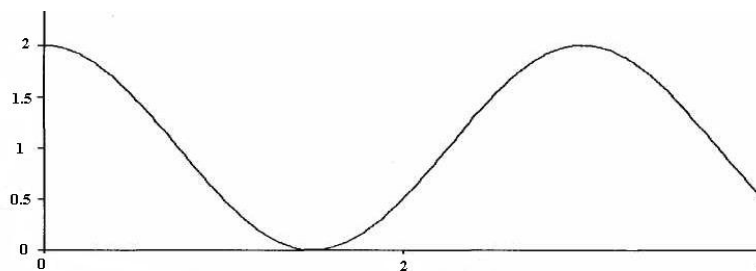


Рис. 2. Зависимость распределения плотности заряда в пучке от продольной координаты

Найдем коэффициенты отражения пространственной гармоники по формуле

$$R_p = \frac{|A_p|^2 \cos \Theta_p}{|A|^2 \cos \Theta_i}.$$

Результаты численной оценки представлены на рис 3.

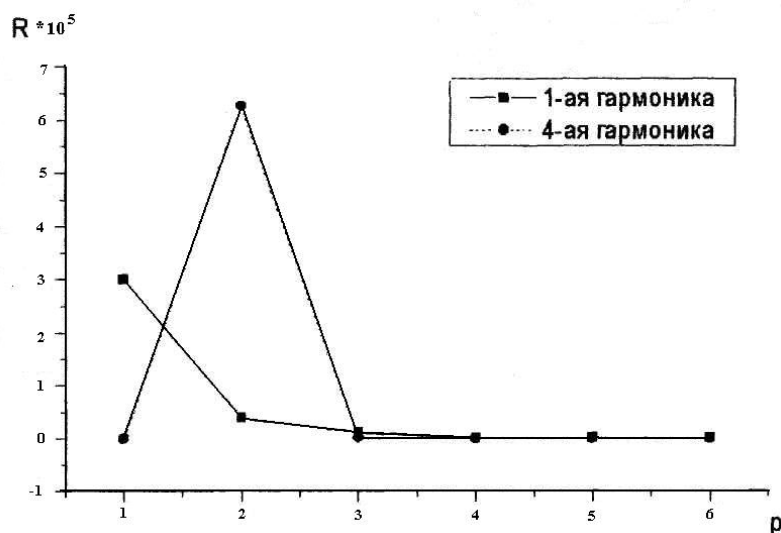


Рис. 3. Результаты численной оценки. R – коэффициент отражения, p – порядок

Из рис. 3 следует, что структура позволяет эффективно возбудить поверхностную волну на 4-й гармонике частоты модуляции потока.

Список литературы

1. Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981.
2. Кириченко А.Я. Возбуждение периодической структуры электронным «зайчиком» //ДАН УССР. 1977.
3. Митра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М.: Мир, 1974.
4. Митра Р. Вычислительные методы в электродинамике. М.: Мир, 1977.