

УДК 519.87:621.5

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО РЕЖИМА  
ТЕПЛОВОГО ВИХРЕГЕНЕРАТОРА**

**Климок В.И., Рубцов И.Ю.**

Кафедра вычислительной математики

---

*Поступила в редакцию 26.11.2010, после переработки 05.12.2010.*

---

Выполнены численные эксперименты по расчету гидродинамического режима пассивного вихревого тангенциального теплогенератора.

The numerical modeling results of the water currents in a passive vorticity tangential generator were obtained by numerical experiments.

**Ключевые слова:** численный эксперимент, вихревой теплогенератор, пассивный тангенциальный.

**Keywords:** numerical experiment, a vorticity heat generator, passive tangential.

## **Введение**

За последнее десятилетие появилось немало патентов об экспериментальных исследованиях применения вихревых теплогенераторов для получения горячей воды путём преобразования энергии закрученного потока жидкости в тепло. Результаты экспериментов показали, что вихревой теплогенератор имеет высокий коэффициент полезного действия и представляет большой интерес для народного хозяйства как альтернативный экологически чистый источник тепловой энергии.

В статье [1] рассмотрены и систематизированы конструкции гидродинамических теплогенераторов. Из множества конструкторских решений в ней выделены три существенно различающиеся между собой разновидности теплогенераторов: пассивные тангенциальные, пассивные аксиальные и активные. К пассивным отнесены теплогенераторы статического типа, не содержащие подвижных частей в устройствах, где формируется поток жидкости.

Кроме экспериментальных испытаний конкретных установок весьма интересны и чисто теоретические исследования, касающиеся гидродинамики и внутреннего тепловыделения закрученных потоков жидкости. Публикаций результатов математического моделирования гидродинамического режима вихревого теплогенератора мы не нашли. Течения вязкой несжимаемой жидкости описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных (уравнений Навье-Стокса), а если ещё учесть сложную конфигурацию теплогенератора, то становится понятно, что такую задачу можно решить только с использованием численных методов.

## 1. Постановка задачи

Для математического моделирования гидродинамических процессов, протекающих в вихревом теплогенераторе, основанном на преобразовании энергии завихренного потока в тепло, воспользуемся уравнениями гидромеханики вязкой несжимаемой жидкости, записанными в цилиндрической ортогональной системе координат  $r, \vartheta, x$  [3]. Пренебрегая действием массовых сил и влиянием выделенного тепла на движение, выпишем уравнения движения и неразрывности вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрических координатах в приближении осевой симметрии движения (т.е. все функции не зависят от угла  $\vartheta$ ) и с учётом обозначений:  $v_r = v$ ,  $v_\vartheta = w$ ,  $v_x = u$ .

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{w^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial r v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v w}{r} = \nu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial r w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right], \quad (3)$$

$$\frac{\partial r u}{\partial x} + \frac{\partial r v}{\partial r} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $u$  – составляющая скорости вдоль оси трубы;  $v$  – составляющая скорости вдоль радиуса;  $w$  – окружная (азимутальная) составляющая скорости, характеризующая закрутку течения в трубе;  $P$  – давление;  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости.

Уравнение сохранения массы (4) будет выполнено, если компоненты скорости  $u$  и  $v$  записать в виде

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (5)$$

где  $\psi(x, r)$  – функция тока. Тогда азимутальная компонента завихренности

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r}, \quad (6)$$

будет связана с функцией тока уравнением

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \xi. \quad (7)$$

Исключая перекрёстным дифференцированием градиенты давления из уравнений (1) и (2), придём к уравнению для вихря

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial u \xi}{\partial x} + \frac{\partial v \xi}{\partial r} = \nu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial r \xi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \frac{w^2}{r}.$$

С учётом обозначений  $\tilde{\xi} = \xi/r$  и  $\tilde{w} = w \cdot r$  последнее уравнение, и уравнение (3) перепишем в виде

$$\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial t} + u \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial r} = \nu \left[ \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^3 \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{\xi}}{\partial x^2} \right] + \frac{2}{r^4} w \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + u \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} = \nu \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x^2} \right]. \quad (9)$$

При записи уравнения (8) было учтено, что  $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial r \xi}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial r^2 \tilde{\xi}}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^3 \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial r} \right)$ .

Итак, в случае пассивного тангенциального вихревого теплогенератора, в котором поток жидкости закручен, используются уравнения (5), (7), (8) и (9) с соответствующими краевыми условиями, о которых более подробно будет сказано ниже. В общих чертах они заключаются в том, что на оси трубы привлекаются условия симметрии для  $u$ ,  $\tilde{w}$ ,  $\tilde{\xi}$  и равенство нулю радиальной составляющей скорости и функции тока, а на стенках – условие прилипания для скоростей и постоянство функции тока. Если же поток не закручен, то в уравнении (8) следует положить  $w = 0$ , а уравнение (9) не рассматривать вообще.

## 2. Метод решения

Порядок вычислений следующий. Сначала с помощью уравнения (6) находится значение вихря на стенке, после чего с помощью уравнения (8) рассчитывается завихренность в жидкости. Затем из уравнения (7) находится функция тока и вычисляются скорости по уравнениям (5). После этого рассчитывается азимутальная составляющая скорости с помощью уравнения (9). Описанный процесс повторяется на каждом шаге по времени. Исключение составляет задание начального приближения, которое строится следующим образом. По заданному расходу находится значение функции тока на стенке с учётом того, что ось трубы является линией тока с нулевым значением. После этого функция тока рассчитывается внутри области с нулевой завихренностью в правой части и по найденной функции тока определяются начальные значения составляющих скорости  $u$  и  $v$ . Скорость закрутки потока находится в месте втекания жидкости по известному расходу.

## 3. Результаты численного расчета скоростей течения вихревого теплогенератора

Для удобства чтения данного пункта в смысле задания краевых условий при решении уравнений (7) – (9) вкратце остановимся на устройстве теплогенератора. По классификации [1] он относится к пассивным тангенциальным. Конструкция вихревого теплогенератора этого типа напоминает конструкцию центробежной форсунки [3].

Корпус теплогенератора состоит из двух соединённых цилиндров разного диаметра, имеющих общую ось (рис. 1). Подача жидкости в цилиндр с большим диаметром осуществляется по трубе, ось которой перпендикулярна к оси цилиндра,

но не пересекается с нею. То есть, жидкость подаётся в теплогенератор по периферии цилиндра большего диаметра, а затем попадает в цилиндр меньшего диаметра. Истечение жидкости из цилиндра большего диаметра сопровождается сильным вращением, поскольку момент количества движения струи жидкости на входе в теплогенератор относительно оси выходного отверстия не равен нулю. Таким образом, жидкость протекает сквозь теплогенератор с вращением.

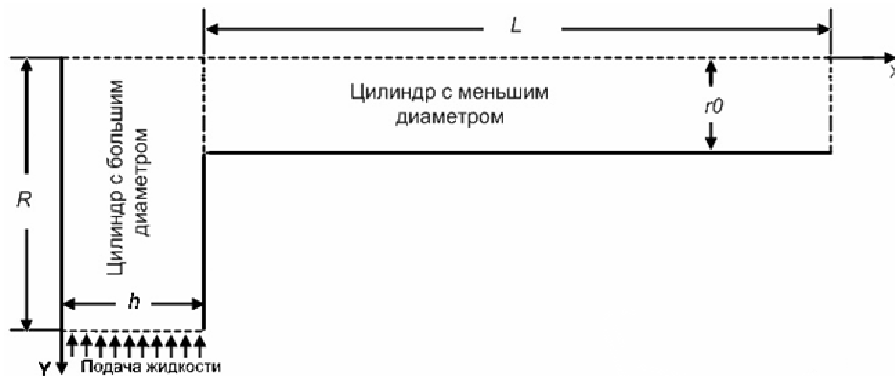


Рис. 1: Конструкция вихревого теплогенератора

Так как течение предполагается осесимметричным, то достаточно вести расчёты в какой-либо меридиональной плоскости (проходящей через ось симметрии  $x$ ) и рассматривать не всю конфигурацию сечения теплогенератора этой плоскостью, а её половину, ограниченную осью симметрии и стенкой (рис. 1).

Предполагая осесимметричность потока жидкости во всём теплогенераторе, мы тем самым предполагаем, что жидкость поступает в теплогенератор по периферии цилиндра большего радиуса равномерно по всей его боковой поверхности. Итак, пусть высота цилиндра большего диаметра равна  $h$ , а радиус –  $R$ . Тогда, если расход подаваемой жидкости равен  $Q$ , то значение радиальной составляющей скорости  $v$  на поверхности цилиндра равно

$$v_{bx} = -\frac{Q}{2\pi R h}, \quad (10)$$

а значение азимутальной составляющей скорости  $\tilde{w} = \frac{Q}{2\pi h}$ .

Полагая значение функции тока равным нулю на основании цилиндра радиуса  $R$  ( $0 \leq r \leq R, x = 0$ ), не соединённого с цилиндром меньшего радиуса  $r_0$  и высотой  $L$ , с учётом второго уравнения (5) и соотношения (10) значение функции тока при  $r = R$  и  $0 \leq x \leq h$  определяется по формуле

$$\psi(x, R) = \int_0^x R v_{bx} dx = -\frac{Q}{2\pi} \frac{x}{h}.$$

На другом основании ( $x = h, r_0 \leq r \leq R$ ) и на боковой поверхности цилиндра меньшего радиуса ( $r = r_0, h \leq x \leq L$ ) значение функции тока постоянно и равно

$\psi(h, R) = -\frac{Q}{2\pi}$ , для составляющих скорости используются условия прилипания, вихрь находится из уравнения (6), также как и на основании цилиндра большего радиуса ( $x = 0, 0 \leq r \leq R$ ). На оси цилиндров задаётся условие симметрии для составляющих скорости  $u, \tilde{w}$ , завихренности  $\xi$  и равенство нулю  $v$  и  $\psi$ .

На выходе из теплогенератора ( $x = L, 0 \leq r \leq r_0$ ) для расчёта  $\xi$  и  $\psi$  привлекаются соответствующие уравнения с условием равенства нулю производной по направлению внешней нормали, и такое же условие используется для радиальной составляющей скорости. Для азимутальной составляющей скорости принимается условие равенства нулю производной по направлению внешней нормали, если жидкость вытекает. В противном случае азимутальная составляющая скорости равна нулю (т. е., если жидкость из ёмкости попадает в теплогенератор, то без закрутки).

Значение коэффициента кинематической вязкости выбиралось как для коэффициента кажущейся турбулентной вязкости, о котором известно, что он на один три порядка больше коэффициента молекулярной вязкости [4].

Численный эксперимент был выполнен с разрешением 0,25 см по координатам  $x$  и  $r, Q = 10 \text{ м}^3/\text{час}$ .

Интегрирование уравнений, описывающих гидродинамический режим теплогенератора, проводилось на 200 шагов модельного времени. За это время в теплогенераторе устанавливался квазистационарный режим течения, что видно из графика (рис. 2), отражающего изменение кинетической энергии.

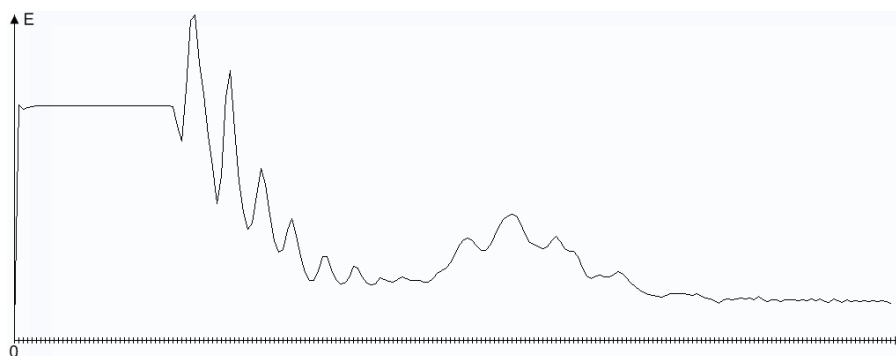


Рис. 2: Изменение кинетической энергии со временем

Рассчитанные функция тока (рис. 3) и поле течений указывают на то, что вода выходит из теплогенератора у стенки и подсасывается в окрестности его оси ( $\sim \frac{2}{3}r_0$ ). Подсасываемая из ёмкости жидкость попадает в цилиндр большего радиуса разворачивается там и, сливаясь с поступающей в теплогенератор водой, выходит из него вдоль стенки.

Максимальное значение скорости подсасываемой жидкости достигает 8 м/с на оси, а вытекающей – 4 м/с в окрестности стенки практически по всей высоте цилиндра меньшего радиуса. На этом общем фоне течения имеется несколько вихрей, вращающихся против часовой стрелки (ось симметрии расположена вверху, стенка – внизу), причём интенсивность этих вихревых образований уменьшается по мере приближения к выходному отверстию теплогенератора.

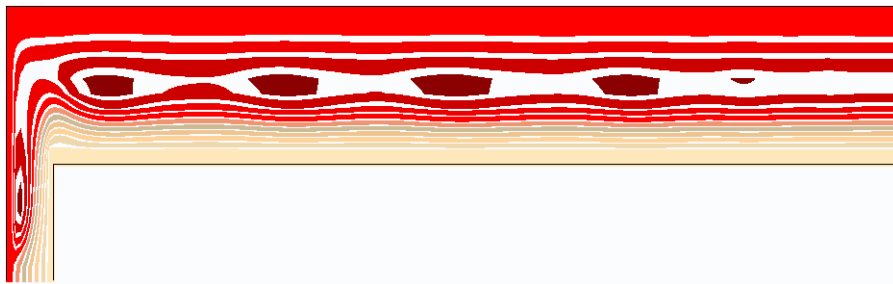


Рис. 3: Изолинии функции тока

Наибольшее значение радиальной составляющей скорости  $\sim 3$  м/с наблюдается на периферии вихря, возникающего в цилиндре большего радиуса, в который подсасывается вода из цилиндра меньшего радиуса и подаётся на входе в теплогенератор жидкость.

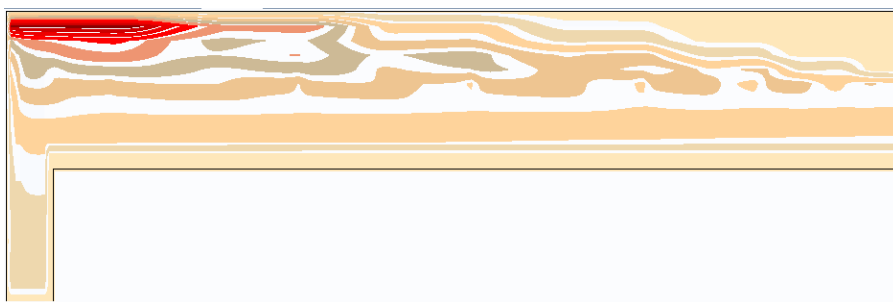


Рис. 4: Изолинии окружной (азимутальной) составляющей скорости

Окружная составляющая скорости (рис. 4) увеличивается по мере приближения к оси симметрии в 10 раз (достигает 5 м/с) по сравнению с её значением на входе и уменьшается практически до нуля на расстоянии  $L/2$  от входа в цилиндр меньшего радиуса, что связано с подсосом незакрученного потока жидкости в непосредственной близости оси. В окрестности стенки при выходе из теплогенератора окружная составляющая скорости порядка 1 м/с, что в два раза превышает её значение на входе.

## Заклучение

Прежде всего, следует отметить, что предложенная модель может быть использована для численного моделирования и детального изучения развития вихревых дорожек, возникающих в теплогенераторе и сопротивления, которое появляется вследствие трения о стенки движущейся жидкости.

«Естественное» продолжение начатых исследований – расчёт нестационарного температурного режима закрученного потока жидкости в теплогенераторе и температуры в ёмкости, в которую поступает нагретая вода из теплогенератора.

**Список литературы**

- [1] Фурмаков Е. Ф. Могут ли гидротермодинамические теплогенераторы работать сверхэффективно? // ОАО «Техприбор», Санкт-Петербург, 2004, 22 с.
- [2] Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика.– М.: Иностран. лит., 1963. – Ч. 2.
- [3] Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. Государственное издательство технико-теоретической литературы, М., Л., 1951, 511 с.
- [4] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Изд. «Наука», М., 1974, 711 с.