

УСТОЙЧИВЫЕ КРУГОВЫЕ ОРБИТЫ ВБЛИЗИ ГРАВИТИРУЮЩИХ СКАЛЯРНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

Соловьев Д.А., Цирулев А.Н.

Кафедра математических методов современного естествознания

Поступила в редакцию 10.12.2010, после переработки 15.12.2010.

В работе получены необходимые условия существования горизонта событий и круговых орбит в окрестности горизонта для статических сферически-симметричных гравитирующих скалярных конфигураций. Показано, что радиусы горизонта событий и фотонной орбиты скалярной черной дыры всегда меньше, чем соответствующие значения для вакуумной черной дыры той же массы. Построены точные математические модели скалярных черных дыр, у которых радиусы горизонта, фотонной орбиты и последней устойчивой круговой орбиты стремятся к нулю при увеличении интенсивности скалярного поля и фиксированной массе. Обсуждается проблема идентификации гравитирующих скалярных конфигураций по параметрам наблюдаемых орбит вблизи внутреннего края аккреционного диска.

In this work necessary conditions for the existence of an event horizon and circular orbits in the vicinity of the horizon for static spherically symmetric gravitating scalar configurations is obtained. It is shown that the radii of the horizon and photon orbit for a scalar black hole are always less than corresponding values for the vacuum black hole with the same mass. Exact mathematical models of scalar black holes, for which radii of the horizon, photon orbit and innermost stable circular orbit tend to zero as the scalar field intensity increases at a fixed mass, are constructed. The identification problem for gravitating scalar configurations by means of observation parameters of orbits near inner edges of their accretion disks is discussed.

Ключевые слова: скалярное поле, черная дыра, круговая орбита.

Keywords: scalar field, black hole, circular orbit.

Введение

Более сорока лет скалярное поле, как фундаментальная субстанция или феноменологическое приближение, является естественным и, по-видимому, незаменимым элементом описания наблюдаемых явлений в макро- и микромире. В частности, вещественное скалярное поле рассматривается как перспективная основа для математического моделирования темной материи [1, 2, 3], поскольку вследствие нейтральности вещественного скалярного поля его взаимодействие с веществом при энергиях, достижимых в космических объектах на данном этапе эволюции

Вселенной, является чисто гравитационным. Именно это свойство вещественного скалярного поля естественным образом связывает теорию с наблюдениями, которые показывают, что взаимодействие темной материи с частицами, составляющими обычное вещество, или отсутствует, или имеет сечение ниже предела точности экспериментов. По современным представлениям гравитационная фрагментация темной материи является причиной образования галактик и, возможно, экзотических конфигураций (скалярных черных дыр и кротовых нор) [4], поиски которых включены в программу астрономических экспериментов ближайшего будущего [5, 6, 7, 8]. Гравитационные свойства этих объектов, в которых масса темной материи значительно превосходит массу обычного вещества, определяются по наблюдениям за движением пробных частиц светящегося вещества, таких как звезды или аккрецирующая плазма. Интерпретация наблюдений в скалярно-полевых математических моделях гравитирующих объектов галактической и субгалактической астрофизики с необходимостью связана с выделением вклада скалярного поля в геометрию пространства-времени и в закон геодезического движения, причем наиболее информативным и простым для измерений является орбитальное движение вокруг притягивающего центра.

В ньютоновском пределе теории гравитации в окрестности притягивающей сферически-симметричной конфигурации возможны и устойчивы круговые орбиты любого радиуса, но уже для вакуумных черных дыр Шварцшильда или Шварцшильда–(анти)де Ситтера это не верно. Круговые орбиты с радиусом $r < 3r_0/2$, где $r_0 = 2m$ – радиус Шварцшильда, не существуют вообще, а орбитальное движение в области $3r_0/2 < r < 3r_0$ неустойчиво. Предельная круговая орбита радиуса $r = 3r_0/2$ изотропна и называется *фотонной орбитой*, а круговая орбита радиуса $r = 3r_0$ – *последней устойчивой орбитой*. Радиусы фотонной и последней устойчивой орбиты являются как раз теми параметрами черной дыры, которые могут быть реально измерены в астрономических наблюдениях в различных диапазонах спектра электромагнитного излучения [10, 11, 12, 13]. Например, фотонной орбите соответствует наименьший, измеренный по всему спектру от инфракрасного до рентгеновского диапазона, радиус внутреннего края аккреционного диска, окаймляющего темное пятно, которое отличает черную дыру от других звезд.

Целью данной работы является изучение условий существования круговых орбит, устойчивого орбитального движения и параметров круговых орбит вокруг статических сферически-симметричных гравитирующих скалярных конфигураций в рамках общей теории относительности. Для вакуумных черных дыр решение этих проблем получено в окончательном виде [9], но реальные астрофизические черные дыры, обнаруженные в центрах галактик (с массой черных дыр $m \sim 10^6 - 10^9 M_\odot$) и в двойных системах ($m \sim 10 M_\odot$), не являются вакуумными. В действительности они окружены гравитирующей темной материей, поэтому наблюдаемые параметры орбит пробных частиц могут существенно отличаться от тех, что предсказывают вакуумные модели. Предполагая, что темная материя описывается скалярным полем, мы приходим к типичной обратной задаче математического моделирования, в нашем случае включающей две составляющие. Во-первых, требуется построить точные математические модели скалярных гравитирующих конфигураций и получить теоретические предсказания наблюдаемых величин (радиус горизонта событий, радиусы фотонной и последней устойчивой

орбиты и т. д.) как функций массы, значение которой измеряется в пределе удаленных орбит и практически не зависит от внутреннего строения гравитирующего объекта. Во-вторых, следует использовать свободные параметры построенных математических моделей для достижения соответствия теории и наблюдений, при необходимости вводя в модель поправки, учитывающие дополнительные свойства реальных объектов, например, отклонения от сферичности вследствие вращения. В данной работе мы касаемся исключительно первой составляющей общей задачи.

1. Геодезические в сферически-симметричном пространстве-времени

В данном разделе мы изложим с необходимой общностью известные результаты о геодезических в статическом сферически-симметричном пространстве-времени с метрикой

$$ds^2 = A^2 dt^2 - B^2 dr^2 - C^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (1)$$

где метрические функции A , B , C зависят только от r и допускают наложение дополнительного калибровочного условия, определяющего конкретный выбор радиальной координаты. Произвольность метрических функций и калибровочная свобода соответствуют конкретной цели сравнения характеристических орбит конфигураций различных типов, поскольку все полученные ниже соотношения верны для любых статических сферически-симметричных конфигураций, а общий подход делает смысл некоторых соотношений наиболее ясным.

Метрику статического сферически-симметричного пространства-времени можно записать в виде

$$ds^2 = A^2 dt^2 - B^2 dr^2 - C^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2)$$

где метрические функции A , B , C зависят только от r и допускают наложение дополнительного калибровочного условия, определяющего конкретный выбор радиальной координаты. В данном разделе мы изложим известные результаты о геодезических для метрики (2) в форме, удобной для наших конкретных целей и сохраняющей указанную калибровочную свободу; при этом смысл некоторых соотношений становится более ясным.

Движение пробных частиц по геодезическим определяется уравнениями Эйлера-Лагранжа для соответствующего лагранжиана

$$\mathcal{L} = A^2 \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 - B^2 \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 - C^2 \left(\frac{d\theta}{d\tau} \right)^2 - C^2 \sin^2 \theta \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2, \quad (3)$$

где для времениподобных геодезических аффинный параметр τ совпадает с интервалом, а для изотропных выбирается с точностью до положительного коэффициента пропорциональности и с учетом условия $d\tau/dt > 0$. Важный первый интеграл движения следует непосредственно из условия постоянства лагранжиана вдоль геодезической и имеет вид

$$\mathcal{L} = k \equiv 1 \text{ (массивная частица) или } 0 \text{ (фотон)}. \quad (4)$$

Вследствие сферической симметрии можно без потери общности в постановке задачи выбрать начальные условия так, что $\theta = \pi/2$, $d\theta/d\tau = 0$ при $\tau = 0$.

Тогда $(\partial\mathcal{L}/\partial\theta)_{\tau=0} = 0$ и из θ -уравнения Эйлера-Лагранжа следует, что $d\theta/d\tau = 0$. Далее будем считать, что движение происходит в экваториальной плоскости.

Лагранжиан (3) не зависит явно от координат t и φ , поэтому соответствующие обобщенные импульсы $-\partial\mathcal{L}/\partial(dt/d\tau)$ и $-\partial\mathcal{L}/\partial(d\varphi/d\tau)$ сохраняются и дают еще два интеграла движения

$$A^2 \frac{dt}{d\tau} = H, \quad C^2 \frac{d\varphi}{d\tau} = J. \quad (5)$$

В асимптотически плоском пространстве-времени $A \sim 1$, $B \sim 1$, $C \sim r$ при $r \rightarrow \infty$, так что для массивных частиц

$$H = \left(\frac{dt}{ds} \right)_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{1 - |v_{\infty}|^2}}, \quad \frac{J}{H} = \frac{C^2}{A^2} \frac{d\varphi}{dt} \rightarrow r^2 \omega, \quad r \rightarrow \infty,$$

где $\omega = d\varphi/dt$. Другими словами, постоянные H и J/H на пространственной бесконечности совпадают с лоренц-фактором частицы (удельной энергией E/μ) и, соответственно, с удельным моментом импульса частицы; тем не менее, как это обычно принято в литературе, мы будем называть удельным моментом импульса постоянную J .

Подстановка (4) и (5) в (3) и простые преобразования дают для квадратов радиальных компонент 4-скорости и координатной 3-скорости пробной частицы (основные в дальнейшем анализе) выражения

$$\left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{B^2} \left(\frac{H^2}{A^2} - \frac{J^2}{C^2} - k \right), \quad \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = \frac{A^2}{H^2 B^2} (H^2 - U), \quad (6)$$

где эффективный потенциал U определен формулой

$$U = A^2 \left(k + \frac{J^2}{C^2} \right). \quad (7)$$

В частности, для круговых орбит уравнение (6) и r -уравнение Эйлера-Лагранжа дают соотношения

$$\frac{H^2}{A^2} - \frac{J^2}{C^2} = k, \quad \frac{A'}{A} \frac{H^2}{A^2} - \frac{C'}{C} \frac{J^2}{C^2} = 0. \quad (8)$$

Непосредственно проверяется, что данная система уравнений эквивалентна системе из первого уравнения и уравнения $U' = 0$, так что круговая орбита соответствует экстремуму эффективного потенциала, причем минимальное значение U соответствует устойчивой орбите, а максимальное — неустойчивой. Из (8) для массивных частиц находим

$$H^2 = \frac{A^3 C'}{A C' - A' C}, \quad J^2 = \frac{C^3 A'}{A C' - A' C}, \quad (9)$$

поэтому в области строго монотонного возрастания функции $C(r)$ условие существования круговых орбит принимает вид

$$A C' - A' C \geq 0, \quad (10)$$

причем, как следует непосредственно из (8), равенство достигается при $k = 0$, т. е. для фотонной орбиты. Например, для черной дыры Шварцшильда в калибровке $C(r) = r$ имеем $A = (1 - r_0/r)^{1/2}$ и условие (10) примет вид $r \geq 3r_0/2$.

Условие строгой монотонности $C' > 0$ заведомо выполнено для черных дыр, регулярных конфигураций и топологических геон, но нарушается на горловине кротовой норы и за ней. Отметим также, что для собственной радиальной координаты на горловине выполнено условие $C' = 0$, $A' = 0$, откуда для любых кротовых нор вытекает простой и общий (не отраженный в литературе именно как общий — ср., например, с [5, 6, 15]) результат: на горловине круговые орбиты массивных частиц не существуют, но существует фотонная орбита. Для голых сингулярностей какие-либо общие закономерности, по-видимому, отсутствуют и определенные выводы можно сделать только после исследования конкретной конфигурации; однако, для скалярных голых сингулярностей, как показано ниже, область существования круговых орбит будет все пространство вне центра конфигурации.

2. Горизонт и фотонная орбита скалярной черной дыры

В данной работе исследование геодезических в окрестности статических гравитирующих скалярных конфигураций основывается на методе обратной задачи для системы уравнений Эйнштейна со скалярным полем, предложенном в работах [16, 17, 18]. Для метрики сферически-симметричного пространства-времени ($A^2 = e^{2F}f$, $B^2 = 1/f$, $C = r$)

$$ds^2 = e^{2F}f dt^2 - \frac{dr^2}{f} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (11)$$

общее решение обратной задачи, полученное в работах [19, 20, 21], можно записать в виде

$$F = -\varepsilon \int_r^\infty \phi'^2 r dr, \quad Q = r + \int_r^\infty (1 - e^F) dr, \quad (12)$$

$$f = 2r^2 e^{-2F} \left(-\frac{\Lambda}{6} + \int_r^\infty \frac{Q - 3m}{r^4} e^F dr \right), \quad (13)$$

где m — гравитационная масса, Λ — космологическая постоянная, а ε учитывает знак кинетического члена в лагранжиане скалярного поля ($\varepsilon = -1$ для фантомного поля). Характеристическая функция f , удовлетворяющая очевидному соотношению $f = -\langle dr, dr \rangle$, обращается в нуль на горизонте событий, который для локальных целей данной работы определяется как гиперповерхность $r = r_0$ с изотропной 1-формой $dr \neq 0$ и производной $f' \geq 0$. В соответствии с общими требованиями к метрике функция $F(r)$ должна быть класса $C^1(\mathbb{R}_+)$. Выбирая произвольную монотонную функцию ϕ или знакопостоянную функцию ϕ' , можно получать конкретные решения прямым интегрированием, вычисляя метрические функции и потенциал самодействия; формулы для вычисления потенциала не приведены, поскольку они не нужны для анализа орбит. Заметим, что формулы (12),

(13) верны для любого статического решения, без предположения о монотонности функции ϕ , поэтому они могут быть использованы для исследования свойств произвольных гравитирующих скалярных конфигураций.

В нашем исследовании мы ограничимся скалярным полем с положительным кинетическим членом, т. е. положим $\varepsilon = 1$ в (12), поскольку это наиболее актуальный для астрономии случай: приоритетными объектами будут скалярные черные дыры и регулярные конфигурации, а кротовые норы и топологические геоны исключаются из рассмотрения. Кроме того, далее считаем пространство-время асимптотически плоским, полагая $\Lambda = 0$, поскольку на галактических масштабах вклад космологической постоянной в решение (13) пренебрежимо мал. При этих условиях функции e^F и Q являются монотонно возрастающими,

$$e^{F(0)} \geq 0, \quad e^{F(\infty)} = 1, \quad Q(r) \geq r,$$

причем в последнем соотношении равенство достигается только при $\phi(r) = 0$ (тогда и $e^{F(r)} = 0$), т. е. для вакуумной черной дыры с $f = 1 - 2m/r$. Гравитирующая скалярная конфигурация является черной дырой при $Q(0) < 3m$, или голой сингулярностью при $Q(0) > 3m$, поскольку условие существования горизонта эквивалентно обращению в нуль интеграла в формуле (13). В случае $Q(0) = 3m$ мы имеем или черную дыру, или регулярную конфигурацию. Очевидно, что в присутствии скалярного поля радиус горизонта строго меньше $2m$. Отметим также, что функции F и f (при $\Lambda = 0$) инвариантны относительно масштабных преобразований $r \mapsto r/a$, $m \mapsto m/a$, поэтому характерный масштаб в рассматриваемой задаче может выбираться произвольно.

Основной теоретический результат работы можно сформулировать следующим образом: *радиус горизонта скалярной черной дыры $0 < r_0 \leq 2m$ и все значения из указанного интервала достигаются в конкретных решениях; круговые орбиты существуют в области $Q(r) \geq 3m$.*

Первое утверждение вытекает из приведенных выше рассуждений и достаточно очевидного анализа асимптотического поведения интеграла в формуле (13) вблизи нуля; существование будет доказано в следующем разделе предъявлением конкретных решений. Для доказательства второго утверждения заметим, что для метрики в форме (11) условие (10) существования круговых орбит имеет вид $2f/r - 2F'f - f' \geq 0$. Поскольку

$$F' = r\phi'^2, \quad f' = \frac{2f}{r} - 2F'f - 2\frac{Q-3m}{r^2}e^{-F},$$

это условие эквивалентно неравенству $2(Q-3m)e^{-F}/r^2 \geq 0$ или $Q \geq 3m$. Для вакуумной черной дыры с $Q(r) = r$ отсюда следует известный результат $r \geq 3m$. Кроме того, из приведенных рассуждений следует, что скалярные голые сингулярности (для полей Янга-Миллса это, вообще говоря, не так), а также регулярные конфигурации и черные дыры с $Q(0) = 3m$ могут иметь орбиты любого радиуса.

3. Модельные решения и устойчивые орбиты

Чтобы построить математическую модель гравитирующей скалярной конфигурации, обладающую аналитической простотой и, в то же время, достаточным

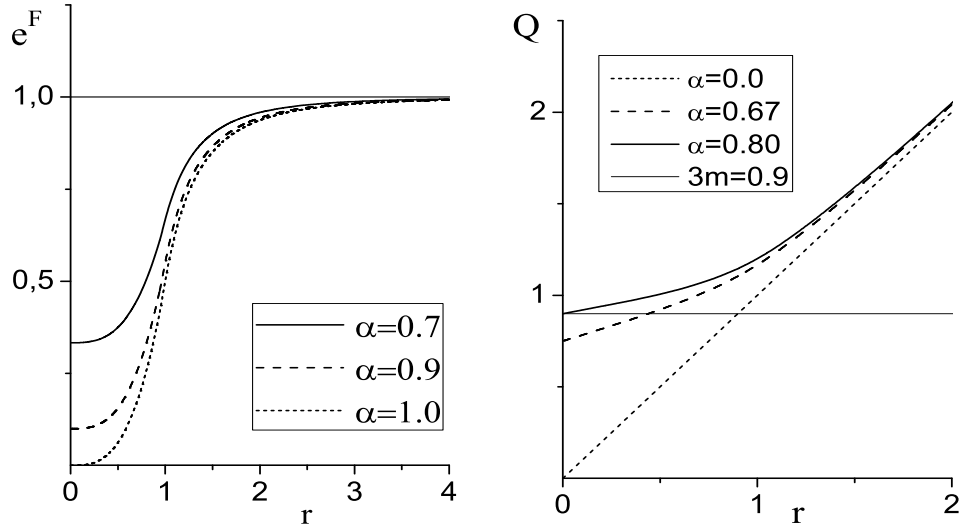


Рис. 1: Слева: метрическая функция $e^{F(r)}$ – интегральная характеристика распределения «кинетической энергии» скалярного поля; гравитация поля тем сильнее, чем большее значение имеют величины $1 - e^{F(0)}$ и $\max_{r \geq 0} \{(e^F)'\}$. Справа: функции $Q(r)$. Круговые орбиты для конфигурации с массой $m = 0.3$ существуют для значений r правее точки пересечения кривой $Q = Q(r)$ с горизонтальной прямой $Q = 3m$. Для $m = 0.3$ значение $\alpha = 0.8$ определяет регулярное решение, а $\alpha > 0.8$ – голые сингулярности.

набором свободных параметров, удобно выбирать в качестве отправной точки не полевую функцию ϕ , а функцию $\exp(F)$, которая является интегральной характеристикой распределения интенсивности ϕ'^2 и полностью определяет вторую метрическую функцию f . Этот выбор должен учитывать указанные выше характеристики функции $\exp(F)$ (монотонность, ограниченность, положительность, непрерывную дифференцируемость), а в остальном является произвольным. Для наших целей удобно выбрать кусочно гладкую функцию

$$e^F = \left\{ 1 - \alpha + \frac{\alpha r^3}{2} \quad (0 \leq r \leq 1), \quad 1 - \frac{\alpha}{2r^3} \quad (1 \leq r < \infty) \right\}, \quad (14)$$

непрерывно дифференцируемую в точке сшивки $r = 1$. Здесь и далее для простоты в качестве единицы длины выбрано значение радиальной координаты точки сшивки. Соответствующие функции Q и ϕ'^2 легко найти прямыми вычислениями:

$$Q = \left\{ \frac{9\alpha}{8} + (1 - \alpha)r + \frac{\alpha r^4}{8} \quad (0 \leq r \leq 1), \quad r + \frac{\alpha}{4r^2} \quad (1 \leq r < \infty) \right\}, \quad (15)$$

$$\phi'^2 = \left\{ \frac{3\alpha r}{2 - 2\alpha + \alpha r^3} \quad (0 \leq r \leq 1), \quad \frac{3\alpha}{r^2(2r^3 - \alpha)} \quad (1 \leq r < \infty) \right\}. \quad (16)$$

Распределение скалярного поля и его характеристика как источника гравитации отражены на Рис. 1 и Рис. 2; явный аналитический вид полевой функции ϕ легко найти из формул (16).

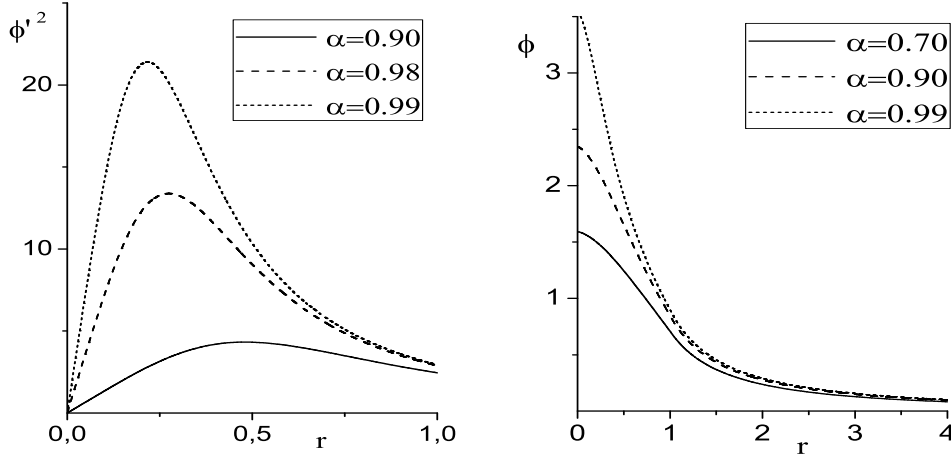


Рис. 2: Графики «кинетической энергии» ϕ'^2 и полевой функции ϕ . Для $\alpha = 1$ функция ϕ логарифмически расходится при $r \rightarrow 0$.

Характеристическую функцию f находим по формуле (13) прямым интегрированием:

$$f = \left(1 + \frac{\alpha r^3}{2(1-\alpha)}\right)^{-2} \left[\frac{3\alpha - 8m}{4(1-\alpha)r} + 1 + \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2} \left(\frac{12}{5} - \frac{3}{2}(\alpha + m) - \frac{3}{8}(3\alpha - 8m) \ln(r) \right) r^2 - \frac{5\alpha r^3}{4(1-\alpha)} - \frac{\alpha^2 r^6}{32(1-\alpha)^2} \right], \quad 0 < r \leq 1, \quad (17)$$

$$f = \left(1 - \frac{\alpha}{2r^3}\right)^{-2} \left(1 - \frac{2m}{r} - \frac{\alpha}{10r^3} + \frac{\alpha m}{2r^4} - \frac{\alpha^2}{32r^6}\right), \quad 1 \leq r < \infty. \quad (18)$$

Отметим, что масштабная инвариантность задачи позволяет записать решение для произвольного масштаба a ; для этого в формулах (14) – (18) необходимо произвести замены

$$r \mapsto r/a, \quad Q \mapsto Q/a, \quad \phi' \mapsto a\phi', \quad m \mapsto m/a, \quad (19)$$

а также учесть, что точкой сшивки будет точка $r = a$ и соответственно изменятся интервалы гладкости функций.

Асимптотика решения на пространственной бесконечности во всех случаях является чисто шварцшильдовой. Тип гравитирующей конфигурации определяется, как видно из (17), поведением характеристической функции вблизи центра, а точнее, отношением массы и параметра интенсивности скалярного поля. Если $0 < \alpha < 1$, то при $m > 3\alpha/8 (= Q(0)/3)$ мы имеем черную дыру, при $m < 3\alpha/8$ – голую сингулярность, а при $m = 3\alpha/8$ – регулярную конфигурацию с $f(0) = 1$, у которой все инварианты кривизны принимают конечные значения в центре. Если $\alpha = 1$, то регулярных решений нет и конфигурация при

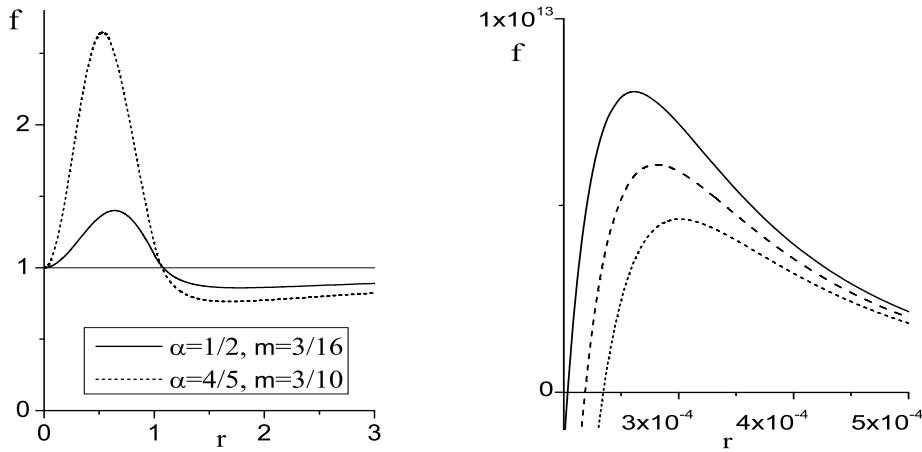


Рис. 3: Слева: характеристические функции регулярных конфигураций, $t = 3\alpha/8$. Справа: характеристические функции черных дыр с параметрами (близкими к параметрам регулярного решения) $\alpha = 0.99$, $t = 3\alpha/8 + k \times 10^{-5}$, $k = 1, 2, 3$.

$t < 3/5$ является голой сингулярностью, а при $t \geq 3/5$ – экстремальной черной дырой (в том смысле, что при $r \rightarrow 0$ метрические функции вырождаются, $1/f = o(r^3)$, $f \exp(2F) = o(r)$, а инвариант $R_{ijkl}R^{ijkl} \sim f^2/r^4$ расходится быстрее, чем r^{-11}).

Вид характеристической функции для регулярного решения и черной дыры с параметрами, близкими к регулярному решению, показан на Рис. 3. Радиусы горизонта событий для приведенных решений на четыре порядка меньше, чем соответствующие тем же массам радиусы Шварцшильда. Графики отражают общую закономерность, которую, в принципе, можно увидеть непосредственно из формул (12), (13): радиус горизонта $r_0 \rightarrow 0$ при стремлении параметров черной дыры к параметрам регулярного решения, причем тем быстрее, чем больше интенсивность скалярного поля; для рассматриваемой модели $t \rightarrow 3\alpha/8 + 0$, а интенсивность поля возрастает при $\alpha \rightarrow 1$. На Рис. 4 показана зависимость радиуса горизонта от массы вблизи значения $t = 3\alpha/8$; как видно из графиков, для $\alpha \simeq 1$ радиус горизонта медленно растет с увеличением массы. Очевидно, что в рассматриваемом семействе математических моделей все сказанное о радиусах горизонтов событий в равной степени справедливо для радиусов фотонных орбит, которые, в частности, также становятся сколь угодно малыми при стремлении параметров черной дыры к параметрам регулярного решения.

Исследование устойчивых круговых орбит и вычисление параметров последней устойчивой круговой орбиты является наиболее сложной задачей, поскольку простые общие закономерности, по-видимому, отсутствуют. Опыт численного анализа параметров орбит для решений с различными потенциалами самодействия (полученными методом обратной задачи) показывает, что радиус последней устойчивой круговой орбиты для скалярной черной дыры всегда меньше, чем у вакуумной черной дыры с тем же значением гравитационной массы. Более того, существуют решения, для которых этот параметр может быть сделан сколь угодно малым, если рассматривать семейство черных дыр в окрестности регулярного решения или

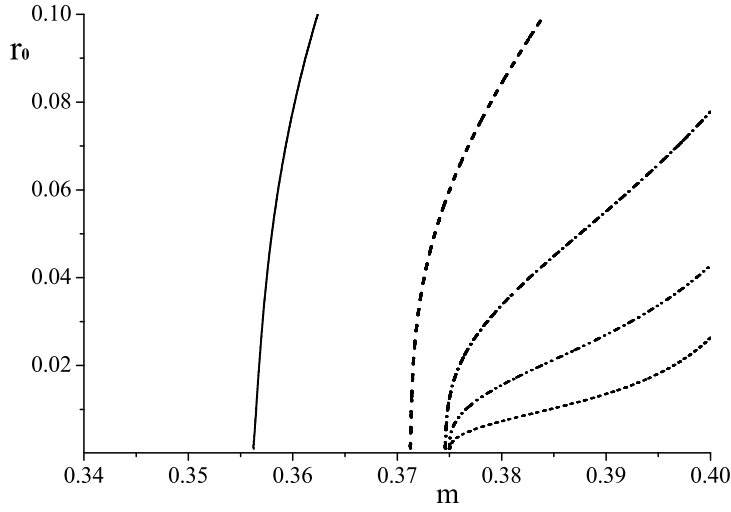


Рис. 4: Зависимость радиуса горизонта от массы при больших значениях интенсивности скалярного поля для конфигураций, близких к регулярному решению. Слева направо: $\alpha = 0.95$, $\alpha = 0.99$, $\alpha = 0.999$, $\alpha = 1 - 10^{-4}$, $\alpha = 1 - 10^{-5}$

экстремальной черной дыры. В частности, это верно для построенного в данном разделе семейства модельных решений: на левой панели Рис. 5 показан вид эффективного потенциала при средних значениях удельного момента импульса J ; при этом точки минимума эффективного потенциала, т. е. радиусы соответствующих устойчивых круговых орбит, имеют значения $r \lesssim 0.1$, в то время как вакуумная черная дыра с той же массой имеет радиус последней устойчивой круговой орбиты $r = 6m \approx 2.23$. Как и в случае вакуумных черных дыр [9], точка максимума соответствует неустойчивой круговой орбите, а точка перегиба – последней устойчивой круговой орбите. На правой панели показана зависимость удельного момента импульса от радиуса устойчивой круговой орбиты на большом удалении от горизонта событий; это кривая, заданная уравнением $(dU/dr)(r, J) = 0$ при дополнительном условии положительности второй производной эффективного потенциала. Отметим еще одну важную особенность движения частиц в окрестности скалярных черных дыр: большая высота потенциального барьера препятствует падению частиц малой энергии на горизонт, что способствует образованию устойчивых аккреционных дисков; в этом отношении ситуация в большей степени аналогична классической задаче Кеплера, чем релятивистской задаче о движении частиц в окрестности вакуумных черных дыр.

Вблизи горизонта устойчивые круговые орбиты соответствуют очень малым значениям удельного момента импульса частицы. Численные расчеты параметров последней устойчивой круговой орбиты при тех же, что и на Рис. 5, значениях параметров скалярной черной дыры, $\alpha = 0.99$, $m = 0.3712501$, дают для радиуса орбиты и удельного момента импульса значения $r \approx 0.78 \times 10^{-4} \approx 3.9r_0$ ($r_0 \approx 2 \times 10^{-5}$, см. Рис. 3) и $J = 0.35 \times 10^{-4}$ соответственно.

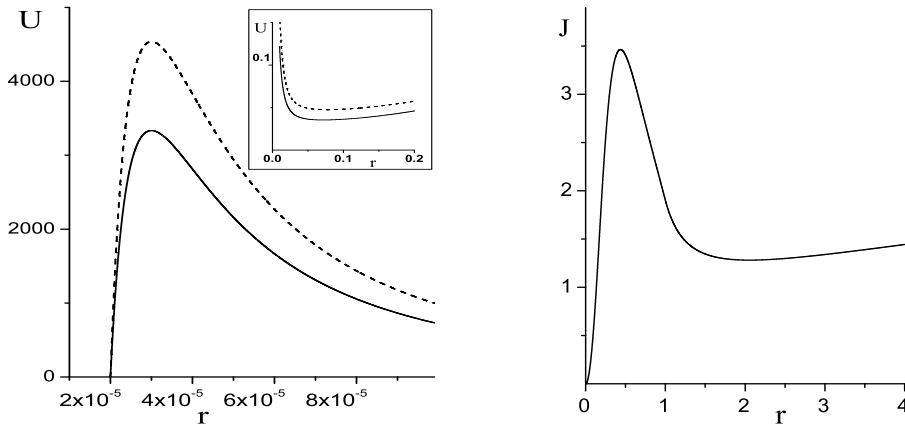


Рис. 5: Пространство-время с параметрами $\alpha = 0.99$, $m = 3\alpha/8 + 10^{-7} = 0.3712501$, близкими к параметрам регулярного решения. Слева: эффективные потенциалы движения частицы с удельными моментами импульса $J = 0.30$ (—) и $J = 0.35$ (- -). Справа: зависимость удельного момента импульса частицы от радиуса устойчивой круговой орбиты при больших, по сравнению с радиусом горизонта, значениях r .

5. Заключение

Полученные результаты могут быть непосредственно использованы для идентификации гравитирующих скалярных конфигураций по параметрам наблюдаемых орбит вблизи края аккреционного диска. Во-первых, получены точные условия существования горизонта событий и круговых орбит, показывающие, что радиусы горизонта и фотонной орбиты скалярной черной дыры всегда меньше, чем у вакуумной черной дыры соответствующей массы; более того, при определенных соотношениях массы и интенсивности скалярного поля они могут принимать сколь угодно малые значения. Во-вторых, построенные в работе точные математические модели при любых соотношениях свободных параметров, в частности, при любом соотношении массы и интенсивности скалярного поля, имеют по порядку величины те же отношения радиусов горизонта событий, фотонной орбиты и последней устойчивой орбиты, что и вакуумные черные дыры. Это свойство, наиболее важное для интерпретации наблюдений, по-видимому является общей закономерностью, что подтверждается численными расчетами минимумов эффективных потенциалов частиц для различных классов гравитирующих скалярных конфигураций. Дальнейшее развитие теории орбитального движения в окрестности гравитирующих скалярных конфигураций в направлении строго обоснованной математической модели аккрецирующего диска с необходимостью должно включать расчеты положения области диска с наибольшей радиационной активностью (область с максимальным значением dJ/dr). Кроме того, для гравитирующих систем, включающих массивную скалярную черную дыру и обычную звезду, необходимо учесть поправки на гравитационное самодействие, которое вызывает отклонение от геодезического движения и вносит заметный вклад в динамику орбитального движения звезды вокруг черной дыры.

Список литературы

- [1] Bento M.C., Bertolami O., Sen A.A. The revival of the unified dark energy – dark matter model. *Phys. Rev. D*, 2004, 70, 083519 (arXiv: astro-ph/0407239).
- [2] Spergel D. N., Steinhardt P. J. Observational Evidence for Self-Interacting Cold Dark Matter. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 84, pp.3760–3763.
- [3] Matos T., Urena-Lopez L. A. On the Nature of Dark Matter. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2004, 13, pp.2287–2291.
- [4] Черепашук А.М. Поиски черных дыр. *УФН*, 2003, 173, pp.345–384.
- [5] Kardashev N.S., Novikov I.D., Shatskiy A.A. Astrophysics of Wormholes//*Int. Jour. of Modern Phys. D*, 2007, V.16, pp.909 – 926 (arXiv: astro-ph/0610441v2).
- [6] Новиков И.Д., Кардашев Н.С., Шацкий А.А. Многокомпонентная Вселенная и астрофизика кротовых нор//*Успехи физических наук*, 2007, Т.177, с.1017 – 1023.
- [7] Проект «РадиоАстрон», <http://www.asc.rssi.ru/radioastron>
- [8] Проект «Миллиметрон», <http://www.asc.rssi.ru/millimetron>
- [9] Чандрасекар С. Математическая теория чёрных дыр. М.: Наука, 1989.
- [10] Abramowicz M.A., Jaroszynski M., Kato S. et al. Leaving the ISCO: the inner edge of a black-hole accretion disk at various luminosities (arXiv: astro-ph/1003.3887).
- [11] Ghez A. M., Salim S., Hornstein S. D. et al. Stellar Orbits around the Galactic Center Black Hole. *Astrophys. J.*, 2005, 620, pp.744–757 (arXiv: astro-ph/0306130).
- [12] Barret D., Kluzniak W., Olive J.F. et al. On the high coherence of kilo-Hz Quasi-Periodic Oscillations *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2005, 357, pp.1288-1294 (arXiv: astro-ph/0412420).
- [13] Barret D., Olive J.F., Miller M.C. Supporting evidence for the signature of the innermost stable circular orbit in Rossi X-ray data from 4U-1636–536. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2007 ,376, pp.1139-1144 (arXiv: astro-ph/0701312).
- [14] Reynolds C.S., Fabian C. Broad iron K-alpha emission lines as a diagnostic of black hole spin. *Astroph. J.*, 2008, 675, pp.1048-1071 (arXiv: astro-ph/0711.4158).
- [15] Visser M. Lorentzian wormholes: from Einstein to Hawking. New York: AIP Press, 1995.
- [16] Dennhardt H., Lechtenfeld O. *Int. J. Mod. Phys.*, 1998, A13, 741.
- [17] Bronnikov K.A., Shikin G.N. Spherically symmetric scalar vacuum: no-go theorems, black holes and solitons. *Gravitation&Cosmology*, 2002, 8, 2002, 107–116.

- [18] Bronnikov K. A., Chernakova M.S. Charge black holes and unusual wormholes in scalar-tensor gravity. *Gravitation&Cosmology*, 13, 2007, 51–55 (*Preprint gr-qc/0703107*).
- [19] Никонов В.В., Цирулев А.Н., Чемарина Ю.В. Асимптотически-плоские решения уравнений Эйнштейна для гравитирующего сферически-симметричного скалярного поля. *Вестник ТвГУ, серия «Прикладная математика»*, 2007, №5(33), с. 11 - 20.
- [20] Nikonov V.V., Tchemarina Ju.V., Tsirulev A.N. A two-parameter family of exact asymptotically flat solutions to the Einstein-scalar field equations. *Class. Quantum Grav.*, 2008, 25, 138001.
- [21] Tchemarina Ju.V., Tsirulev A.N. Spherically symmetric gravitating scalar field. The inverse problem and exact solutions. *Gravitation and cosmology*, 2009, V. 15, p. 94 - 95.