УДК 519.834:327.57

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ КОАЛИЦИОННЫХ СТРУКТУР В ОЦЕНКЕ СТАБИЛЬНОСТИ МЕЖГОСУДАРСТВЕННЫХ ВЗАИМООТНОШЕНИЙ

Колесник Г. В.

Кафедра системного и экономико-математического анализа

Исследуется задача оценки стабильности межгосударственных взаимоотношений при наличии возможностей формирования коалиций. Разработан понятийный аппарат и математическая модель некооперативного взаимодействия экономически мотивированных сторон, способных образовывать коалиции и вступать в конфликты друг с другом. Предложена агрегированная характеристика системы – параметр устойчивости, позволяющая измерять потенциал системы по поддержанию стабильности взаимоотношений входящих в нее сторон.

In this paper we study the problem of international relations stability estimation under coalition formation possibilities. We use the concepts and the tools of coalition games theory to model the interaction of the parties which are able to form coalitions and to enter into the conflicts with the others. We propose an aggregated value which measures the level of the stability of the possible coalitions structures in the system considered. This value can be used for the efficiency estimation of alliances formation process and of other forms of the international cooperation.

Введение. Во второй половине XX века значительное воздействие на структуру мирохозяйственных взаимосвязей и взаимоотношений оказали процессы межгосударственной интеграции. Особо сильно данные процессы проявляются в форме экономической и политической интеграции государств, одним из механизмов которой является формирование различного рода объединений стран (блоков, альянсов, коалиций), придерживающихся единой политики в определенных сферах внешнеэкономических или политических отношений.

Экономические и политические аспекты международной интеграции представляют собой перспективную нишу для научных исследований. В настоящее время имеется большое количество работ зарубежных и отечественных ученых, посвященных исследованию предпосылок формирования коалиций и оценке воздействия процессов интеграции на эффективность функционирования национальных экономических систем [1-6]. Тем не менее, данная область до сих пор остается в значительной степени неразработанной. Так, практически неизученными являются механизмы воздействия интеграционных процессов на уровень национальной безопасности участников, а также на стабильность межгосударственных взаимоотношений.

Перспективным для изучения данного воздействия представляется использование подходов институциональной экономики, базирующейся на математических методах теории игр и теории принятия решений [1].

В настоящей статье рассматривается задача оценки стабильности систем коалиций государств с точки зрения обеспечения возможности бесконфликтного сосуществования входящих в них сторон. Данная оценка основана на теоретико-игровой формализации задачи образования коалиций в форме некооперативной игры нескольких сторон и применении понятий равновесия для определения условий стабильности образующихся в рамках рассматриваемой системы коалиционных структур.

1. Модель формирования коалиционных структур. Рассматривается система, состоящая из n стран, каждая из которых характеризуется агрегированным параметром военно-экономической мощи θ_i. Множество рассматриваемых стран будем обозначать через N. Предполагается, что страны и их объединения могут вступать друг с другом в конфликты, в результате которых они с некоторой вероятностью p_{win} получают выигрыш в размере u_W либо проигрыш в размере u_L с вероятностью $(1 - p_{win})$.

Страны могут объединяться в коалиции, с целью вступления в конфликты или их предотвращения. При этом предполагается, что при вступлении в конфликт одного из членов коалиции, и все остальные входящие в нее страны также участвуют в данном конфликте. Показателем, характеризующим военную мощь коалиции K, является сумма военно-экономических потенциалов ее членов:

$$\theta_K = \sum_{i \in K} \theta_i.$$

Будем считать, что вероятность победы коалиции S при вступлении в конфликт с коалицией T $p_{win}(S, T)$ удовлетворяет следующим свойствам:

А.1. *Монотонность.* $p_{win}(S, T)$ - возрастающая функция от военной мощи коалиции S и убывающая функция от военной мощи коалиции T.

А.2. *Симметричность (отсутствие ничьей):*

$$p_{win}(S, T) = 1 - p_{win}(T, S).$$

В предположении о нейтральности участников к риску ожидаемый выигрыш коалиции S в конфликте с коалицией T может быть записан в виде

$$u_S(T) = p_{win}(S, T)u_W - (1 - p_{win}(S, T))u_L. \tag{1}$$

В отсутствие конфликтов выигрыш каждой коалиции полагается равным нулю.

Везде далее мы будем считать, что $u_W < u_L$, то есть вступление в конфликт является общественно неэффективным решением, так как в случае его возникновения совокупное благосостояние участвующих в нем сторон убывает.

Рассмотрим следующее двухшаговое взаимодействие сторон. На первом этапе стороны независимо друг от друга выбирают коалицию, к которой они хотят присоединиться. В результате этих выборов на множестве участников образуется некоторая *коалиционная структура* B – набор подмножеств $S_1, S_2, \ldots, S_l \subseteq N$, таких, что

$$\bigcup_{k=1}^{l} S_k = N, \qquad S_i \cap S_j = \varnothing \qquad \forall i \neq j.$$

На втором шаге, имея полную информацию о сформировавшейся коалиционной структуре, участники принимают решения о вступлении в конфликт с другой коалицией в рамках данной структуры. При этом выигрыш участников конфликта описывается (1).

Исследуем условия, при которых такое взаимодействие приводит к бесконфликтному развитию рассматриваемой системы.

Определение 1. *Коалиционная структура B называется сбалансированной, если* $\forall S,T \in B \quad u_S(T) \leq 0$.

Сбалансированность коалиционной структуры соответствует ситуации, в которой любая коалиция, образовавшаяся в рамках данной структуры, будет получать при вступлении в конфликт неположительный ожидаемый выигрыш. Интуитивно данное свойство является необходимым условием бесконфликтного развития рассматриваемой системы.

Из вида функции выигрыша (1) можно получить необходимые условия сбалансированности коалиционной структуры B.

Утверждение 1. *Коалиционная структура B является сбалансированной, если* $\forall S,T \in B$ *выполнено*

$$p_{win}(S,T) \leq \frac{u_L}{u_W + u_L}. \tag{2}$$

Следует отметить, что в силу монотонности функции p_{win}, для выполнения условий (2) достаточно выполнения одного неравенства – для вероятности победы коалиции с наибольшей военной мощью над коалицией с наименьшей военной мощью.

Дальнейшая спецификация вида функций $p_{win}(S,T)$ позволяет получить более конкретные условия сбалансированности.

Пример 1. *Пусть вероятность победы в конфликте коалиции S имеет вид:*

$$p_{win}(S,T) = \frac{\theta_S}{\theta_S + \theta_T}. \tag{3}$$

Тогда условие (2) запишется в виде

$$\max_{S,T \in B}\{\frac{\theta_S}{\theta_T}\} \leq \frac{u_L}{u_W}. \tag{4}$$

Условие (4) можно интерпретировать как отсутствие сильной неоднородности в потенциалах образовавшихся коалиций.

Сбалансированность коалиционной структуры является достаточным условием бесконфликтного существования в случае одношагового процесса выбора коалиции (первый шаг в рассмотренной выше модели). Однако при наличии возможности многократного перехода страны между различными коалициями одного свойства стабильности уже становится недостаточно для предотвращения возникновения конфликтов.

Действительно, допустим, что в рассматриваемой системе сформировалась некоторая коалиционная структура $B = \{S_1, S_2, \ldots, S_l\}$. Даже в случае, если B является сбалансированной, может возникнуть ситуация, когда переход отдельной страны или группы стран в другую коалицию обеспечит им больший ожидаемый выигрыш.

Для формализации процесса перехода опишем выигрыши сторон при многошаговом взаимодействии.

В коалиционной структуре, возникающей на некотором шаге, могут быть выделены коалиции нескольких типов. *Выигрывающей* будем называть коалицию T, такую, что $\forall S \in B : u_S(T) \leq 0$ и $\exists V \in B : u_T(V) > 0$. *Проигрывающей* назовем такую коалицию T, что $\exists S \in B : u_S(T) > 0$. Остальные коалиции, не удовлетворяющие данным условиям, назовем *нейтральными*.

Трудности с определением ожидаемых выигрышей коалиций и отдельных стран связаны с тем, что априори неизвестно, какие конфликты будут возникать в образующейся коалиционной структуре и с какой вероятностью. В связи с этим сделаем два предположения относительно возникновения конфликтов:

В.1. Выигрывающая коалиция будет вступать только в конфликты, приносящие положительный ожидаемый выигрыш.

В.2. Проигрывающая коалиция не вступает в конфликты, кроме тех, которые навязывает ей другая сторона.

Первое предположение является следствием максимизации коалицией ожидаемого выигрыша, второе представляет собой модификацию принципа гарантированного результата: в условиях неопределенности коалиции ориентируются на наихудшие для себя исходы, в связи с чем проигрывающие коалиции предпочитают не вступать в конфликты.

Таким образом, приведенная выше классификация коалиций отражает возможные их роли в конфликтах, возникающих в рассматриваемой системе. Так, выигрывающая коалиция, скорее всего, будет являться агрессором, тогда как проигрывающая – обороняющейся стороной.

Тогда ожидаемые выигрыши стран, входящих в коалиции, имеют вид:

$$u_i(B) = \begin{cases} \alpha_i a, & \text{если } S \ni i \text{ – выигрывающая} \\ \beta_i b, & \text{если } S \ni i \text{ – проигрывающая} \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}, \tag{5}$$

где величины a и b представляют ожидаемые выигрыши коалиций от вступления в конфликт, а α_i и β_i – соответственно, правила распределения выигрыша или проигрыша между членами коалиции. Отметим, что способ распределения не играет существенной роли в решении данной задачи, единственным требованием, накладываемым на величину выигрыша, является условие $b < 0 < a$.

При таким образом определенных выигрышах участников распад коалиционной структуры будет порождаться стремлением членов проигрывающих и нейтральных коалиций к присоединению к выигрывающим коалициям.

Для любого $i \in T \in B$, и для любой коалиции $S \in B$, $S \neq T$, рассмотрим коалиционную структуру $B_{i+S} = (B \setminus \{S,T\}) \cup \{T \setminus \{i\}, S \cup \{i\}\}$ – результат перехода страны i из коалиции T в коалицию S. Если в этой новой структуре ожидаемый выигрыш страны i увеличится, то структура B, скорее всего распадется и перейдет в новую структуру B_{i+S}.

О п р е д е л е н и е 2. *Назовем коалиционную структуру B устойчивой, если для любого $i \in N$ и для любой коалиции $S \in B$, не содержащей i, выполнено $u_i(B_{i+S}) \leq u_i(B)$.*

Устойчивость структуры в задаче формирования коалиций представляет собой понятие, аналогичное равновесию Нэша в некооперативных играх. Оно говорит о том, что существующая в рассматриваемой задаче коалиционная структура будет устойчивой к индивидуальным изменениям стратегий стран.

Сбалансированность и устойчивость являются тесно связанными друг с другом свойствами коалиционных структур.

Утверждение 2. *Если вероятность победы $p_{win}(S,T)$ удовлетворяет свойствам **A.1** и **A.2**, то несбалансированная коалиционная структура не является устойчивой.*

Доказательство. В предположении монотонности вероятности выигрыша (**A.1**), отсутствие в системе выигрывающих коалиций является необходимым условием ее устойчивости. Действительно, в противном случае очевидный переход любой страны из нейтральной или проигрывающей коалиции в нее будет увеличивать ожидаемый выигрыш данной страны.

В связи с этим, для доказательства утверждения достаточно показать, что в любой несбалансированной коалиционной структуре B имеется выигрывающая коалиция.

Предположим, что выигрывающей коалиции нет, то есть $\forall S : u_S(T) > 0$ для некоторого $T \in B$, найдется $V \in B$, такое, что $u_V(S) > 0$. Рассмотрим последовательность таких коалиций $S_0, S_1, \ldots$ (они существуют, так как структура несбалансированна). В силу конечности числа коалиций, найдутся l, k, такие, что

$$p_{win}(S_l, S_{l+1}) > \frac{u_L}{u_W + u_L},$$

$$p_{win}(S_{l+1}, S_{l+2}) > \frac{u_L}{u_W + u_L}$$

$$\ldots$$

$$p_{win}(S_{k-1}, S_k) > \frac{u_L}{u_W + u_L}$$

$$p_{win}(S_k, S_l) > \frac{u_L}{u_W + u_L}.$$

Из свойства **A.2** следует, что $\forall S : p_{win}(S,S) = \frac{1}{2}$. В то же время, из $u_L > u_W$ вытекает, что правые части приведенных неравенств больше $\frac{1}{2}$. Тогда в силу монотонности функции p_{win} имеем, что

$$\theta_{S_l} > \theta_{S_{l+1}} > \ldots > \theta_{S_{k-1}} > \theta_{S_k} > \theta_{S_l},$$

что невозможно.

Следовательно, в данном случае имеется выигрывающая коалиция. Тогда для любой страны, не входящей в нее, выгодно к ней присоединиться, то есть рассматриваемая коалиционная структура не является устойчивой. ■

Таким образом, уже при достаточно слабых ограничениях на функцию p_{win}, устойчивостью к индивидуальным отклонениям сторон будут обладать только сбалансированные коалиционные структуры.

Отметим, что приведенное определение устойчивости является достаточно ограничительным в том плане, что принимает во внимание только индивидуальные отклонения игроков. Обобщим данное понятие на случай отклонений произвольных объединений игроков.

Рассмотрим множество стран $i_k \in T_k \in B$, $k = 1, \ldots, l$, и коалиций $S_k \in B$, таких, что $i_k \notin S_k$. Результатом одновременного перехода данных стран в коалиции S_k будет являться структура

$$B_{i_1+S_1,\ldots,i_l+S_l} = (B \setminus \bigcup_{k=1}^{l} \{S_k, T_k\}) \cup (\bigcup_{k=1}^{l} \{T_k \setminus \{i_k\}, S_k \cup \{i_k\}\}).$$

О п р е д е л е н и е 3. *Назовем коалиционную структуру B r-устойчивой, если для любого множества стран $i_k \in T_k \in B$, $k = 1, \ldots, l$, такого, что $l \leq r$, и коалиций $S_k \in B$, таких, что $i_k \notin S_k$ выполнено $u_{i_k}(B_{i_1+S_1,\ldots,i_l+S_l}) \leq u_{i_k}(B)$, $\forall k = 1, \ldots, l$.*

Нетрудно видеть, что определенная таким образом 1-устойчивость коалиционной структуры соответствует введенному выше понятию устойчивости. Другой предельный случай r-устойчивости, соответствующий $r = n - 1$, будем называть *сильной устойчивостью.*

С точки зрения практической реализуемости принцип сильной устойчивости представляет собой довольно жесткое условие. Действительно, согласно данному принципу, никакое подмножество участников, в том числе подмножество, состоящее из практически всех стран, не может сформировать выигрывающей коалиции.

Реально такая ситуация может возникать в случае когда потери общественного благосостояния в результате конфликта очень значительны, то есть $u_L \gg u_W$. Например, для системы n симметричных стран, вероятности выигрыша которых определяются согласно (3), условием сильной устойчивости любой коалиционной структуры является $u_L \geq (n-1)u_W$.

Поэтому довольно естественным является следующий результат.

У т в е р ж д е н и е 3. *Если вероятность победы удовлетворяет условиям А.1 и А.2, то для любой системы с $n > 2$ найдутся такие u_L, u_W, что никакая коалиционная структура в данной системе не является сильно устойчивой.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Покажем, что существуют параметры, при которых есть подмножество участников, способных сформировать выигрывающую коалицию. Рассмотрим коалицию $N \setminus \{i\}$, где i - такой, что

$$\theta_i \leq \overline{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{j \in N} \theta_j.$$

Тогда

$$p_{win}(N \setminus \{i\}, \{i\}) \geq p_{win}((n-1)\theta_i, \theta_i) > p_{win}(\theta_i, \theta_i) = \frac{1}{2},$$

следовательно, $p_{win}(N \setminus \{i\}, \{i\}) = \frac{1}{2} + a$, где $a > 0$.

Рассмотрим множество параметров u_L, u_W, таких, что $(u_L - u_W) \in (0, 2a)$. Оно непусто и при любых значениях (u_L, u_W) из этого множества выполнено

$$p_{win}(N\setminus\{i\},\{i\}) > \frac{u_L}{u_W+u_L},$$

то есть, коалиция $N\setminus\{i\}$ является выигрывающей, откуда следует, что в любой коалиционной структуре, не содержащей данную коалицию, участникам $N\setminus\{i\}$ выгодно ее сформировать, то есть, исходная структура не является сильно устойчивой. В то же время, коалиционная структура $\{N\setminus\{i\},\{i\}\}$ при указанных значениях параметров не является сбалансированной, а значит, также не является сильно устойчивой. ■

Утверждение 4. *Пусть при некоторых значениях параметров задачи существует сильно устойчивая коалиционная структура. Тогда и любая коалиционная структура в рассматриваемой системе также будет сильно устойчивой.*

Доказательство. Из утверждения 3 следует, что необходимым условием сильной устойчивости коалиционной структуры является выполнение системы неравенств

$$p_{win}(N\setminus\{i\},\{i\}) \le \frac{u_L}{u_W+u_L}, \quad \forall i.$$

Рассмотрим произвольную коалиционную структуру B и пусть $S,T\in B$. Выберем некоторое $i\in T$. Тогда

$$p_{win}(S,T) \le p_{win}(N\setminus T,T) \le p_{win}(N\setminus T,\{i\}) \le p_{win}(N\setminus\{i\},\{i\}) \le \frac{u_L}{u_W+u_L},$$

то есть, S не является выигрывающей.

В силу произвольности выбора коалиции получаем, что ни одно подмножество игроков не сможет сформировать выигрывающей коалиции, откуда следует, что любая структура B будет являться сильно устойчивой. ■

Нетрудно видеть, что любая k-устойчивая структура также является $(k-1)$-устойчивой. Следовательно, множества R_k параметров рассматриваемой системы, при которых данная коалиционная структура является k-устойчивой, вложены друг в друга:

$$R_{n-1} \subseteq R_{n-2} \subseteq \ldots \subseteq R_1.$$

В то же время, если при заданных параметрах некоторая структура является k-равновесной, то вероятность найти другие k-равновесные структуры является возрастающей функцией от величины k. Интуитивно это можно объяснить тем, что более сильная устойчивость коалиционной структуры может встречаться при определенных, достаточно "хороших" параметрах системы, при которых и другие коалиционные структуры в ней будут обладать данным свойством. В то же время, устойчивость, соответствующая малым k, встречается и в системах с параметрами, менее способствующими стабильности, в связи с чем количество возможных устойчивых коалиционных структур в них снижается.

Параметром устойчивости системы назовем максимальное значение параметра устойчивости коалиционных структур данной системы.

С ростом параметра устойчивости системы увеличивается вероятность того, что некоторая случайно образовавшаяся коалиционная структура окажется устойчивой, а следовательно, и сбалансированной. Кроме того, при этом возрастает "запас прочности" этих структур: коллективные действия все большего числа сторон не могут вызвать распада данной структуры, не приводя к ухудшению положения отклонившихся участников.

Таким образом, параметр устойчивости представляет собой фундаментальную характеристику системы, не зависящую от свойств сформировавшейся в ней коалиционной структуры и описывающую потенциальные возможности данной системы по обеспечению стабильности взаимоотношений входящих в нее сторон.

В заключение приведем пример, иллюстрирующий применение данного понятия для оценки стабильности взаимоотношений в системе взаимодействующих государств.

П р и м е р 2. *Рассмотрим систему с* $N = 4$ *сторонами, обладающими одинаковыми военно-экономическими потенциалами* $\theta_i = \theta$. *В силу симметричности системы, в ней возможно образование трех типов нетривиальных коалиционных структур, которые мы будем обозначать количеством входящих в коалиции сторон.*

Структура 1-1-1-1, представляющая собой разбиение на единичные коалиции, состоящие из отдельных игроков, является сбалансированной при $u_L \geq u_W$ *и* k-*равновесной при выполнении условия* $u_L \geq (k+1)u_W$, $k = 1, 2, 3$. *Действительно, в данной ситуации коалиция* S *с максимальной военной мощью будет формироваться только при объединении всех отклонившихся стран. При этом ее военная мощь составит* $\theta_S = k\theta$. *Такая коалиция будет являться выигрывающей при выполнении условия*

$$p_{win}(k\theta, \theta) > \frac{u_L}{u_W + u_L},$$

откуда следуют приведенные выше неравенства.

Любая структура вида 2-1-1 (одна двухэлементная коалиция и две одноэлементных) является сбалансированной при $u_L \geq 2u_W$. *Анализируя возможные отклонения сторон, нетрудно показать, что данная структура будет являться 1-, 2- и 3-стабильной при* $u_L \geq 3u_W$.

Наконец, коалиционная структура 3-1 будет являться сбалансированной, а также 1-, 2- и 3-стабильной при $u_L \geq 3u_W$.

Следовательно, параметр устойчивости рассматриваемой системы имеет вид

$$\zeta = \begin{cases} 1, & u_W \leq u_L \leq 2u_W \\ 2, & 2u_W \leq u_L \leq 3u_W \\ 3, & u_L \geq 3u_W \end{cases}.$$

Обратим внимание, что в области, соответствующей значению параметра устойчивости системы $\zeta = 1$ *имеется всего одна устойчивая коалиционная структура 1-1-1-1, тогда как в области, соответствующей* $\zeta = 3$, *все коалиционные структуры являются 3-устойчивыми.*

Заключение. В настоящей статье исследуется задача оценки стабильности систем агентов с точки зрения обеспечения возможности бесконфликтного их развития, при наличии возможностей формирования коалиций. С этой целью разработан понятийный аппарат и математическая модель некооперативного взаимодействия экономически мотивированных сторон, способных образовывать коалиции и вступать в конфликты друг с другом.

На основе анализа свойств данной модели определена универсальная системная характеристика – параметр устойчивости, описывающий потенциал системы по поддержанию стабильности взаимоотношений входящих в нее сторон при заданных ее параметрах и условиях функционирования.

В работе сформулировано свойство монотонности параметра устойчивости: с ростом k сужается множество вариантов систем, параметр устойчивости которых равен k, но в то же время для любой такой системы расширяется множество k-устойчивых коалиционных структур.

Использование разработанного математического аппарата является перспективным при решении задач оценки эффективности региональной интеграции, образования блоков государств и межгосударственных объединений, а также при исследовании иных форм международной кооперации.

Список литературы

[1] Макаров В. Л. Исчисление институтов // Экономика и математические методы, т. 39, N 2, 2003. С. 14 – 37.

[2] Шишков Ю. В. Интеграционные процессы на пороге XXI века. Почему не интегрируются страны СНГ. – М.: "III тысячелетие", 2001 г.

[3] Alesina A., Spolaore E. On the Number and Size of Nations // The Quarterly J. of Economics. Vol. 112, N 4, 1997. P. 1027 – 1056.

[4] Olson M. The logic of collective action. – Harvard: Harvard Univ. Press, 1965.

[5] Ray D., Vohra R. A Theory of Endogenous Coalition Structures // Games and Economic Behavior. Vol. 26, 1999. P. 286 – 336.

[6] Savvateev A. V. Achieving stability in heterogeneous societies: multi-jurisdictional structures, and redistribution policies. – Moscow: EERC, 2005.