

## ФИЗИКА МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ

УДК 537.636

### РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ 180-ГРАДУСНЫХ ДОМЕННЫХ СТЕНОК БЛОХА И НЕЕЛЯ В МОНОКРИСТАЛЛЕ $Nd_2Fe_{14}B$

О. Б. Дёгтева, С. Р. Усманов

Тверской государственный университет  
кафедра магнетизма

Рассчитаны параметры 180-градусных доменных стенок Блоха и Нееля для одноосного монокристалла при различных температурах для двух способов представления энергии анизотропии: в виде ряда разложения по степеням направляющих косинусов вектора спонтанной намагниченности и в виде ряда разложения по сферическим гармоникам. Для каждого типа стенки расчеты производились с учетом одного или первых двух членов рядов.

**Ключевые слова:** доменные стенки Блоха и Нееля, энергия анизотропии, одноосные монокристаллы,  $Nd_2Fe_{14}B$

### CALCULATION OF THE PARAMETERS OF 180-DEGREE BLOCH AND NEEL DOMAIN WALLS IN $Nd_2Fe_{14}B$ SINGLE CRYSTALS

O. B. Dyogteva, S. R. Usmanov

Tver State University  
Chair of Magnetism

Parameters of 180-degree Bloch and Neel domain walls of uniaxial crystals are calculated for different temperatures utilizing two types of anisotropy energy representations: in series of direction cosine powers and spherical harmonics expansion. For each domain wall the calculations were made making use of one or first two terms of the series.

**Keywords:** Bloch and Neel domain walls, anisotropy energy, uniaxial crystals,  $Nd_2Fe_{14}B$

**1. Введение.** Для расчета плотности энергии и эффективной ширины доменной границы необходимо учитывать константы анизотропии и обменный параметр исследуемого материала. Исследования последних лет указывают на существенное влияние на получаемые результаты количества учитываемых членов ряда при разложении энергии анизотропии по возрастающим степеням направляющих косинусов вектора спонтанной намагниченности  $I_s$ . В зависимости от этого константы анизотропии одного порядка

принимают значения, отличающиеся друг от друга в несколько раз по абсолютной величине, а иногда и по знаку [1]. Для корректного описания магнитокристаллической анизотропии редкоземельных соединений часто необходимо учитывать константы анизотропии высоких порядков.

Кроме упомянутого стандартного способа представления энергии анизотропии, хорошо известен альтернативный подход с использованием сферических гармоник [2]. Он обладает рядом преимуществ по сравнению со стандартным разложением. Функция  $E_a = K_{n_x, n_y, n_z} \alpha_x^{n_x} \alpha_y^{n_y} \alpha_z^{n_z}$ , содержащая четные степени направляющих косинусов  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  вектора  $\mathbf{I}_s$ , не является ортогональной, поэтому величины констант анизотропии сильно зависят от числа членов ряда и константы анизотропии высоких порядков могут принимать значения, сопоставимые с величиной первой константы, что не имеет физического смысла. В то же время, ряд со сферическими гармониками

$$E_a(\theta) = \sum_{l=1}^M \chi_{2l,0} \left( \frac{4l+1}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}} P_{2l}^0(\cos\theta)$$

является полностью сходящимся, и значения коэффициентов анизотропии не зависят от числа учитываемых в разложении членов.

Расчеты, проведенные в [3], показали, что использование сферических гармоник действительно является более предпочтительным для анализа магнитокристаллической анизотропии магнетиков.

## 2. Расчет энергии и эффективной ширины доменной стенки Блоха

**2.1. Расчет параметров 180°-ной доменной стенки Блоха использованием классического представления энергии анизотропии.** Рассмотрим задачу о нахождении параметров одномерной доменной стенки Блоха в магнитоодноосном кристалле. Для описания разворота вектора  $\mathbf{I}_s$  в стенке достаточно только одной конфигурационной переменной  $\theta$  – угла между вектором  $\mathbf{I}_s$  и ОЛН. При заданных условиях получаем, согласно [4], выражения для зависимости координаты  $x(\theta)$  при непрерывном развороте вектора  $\mathbf{I}_s$  внутри стенки

$$x = \int_0^\theta \sqrt{\frac{a(\theta)}{G(\theta) - G_\infty}} \quad (1)$$

и плотности энергии стенки  $E_G$  как функции угла  $\theta$

$$E_G = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{[G(\theta) - G_\infty] \cdot a(\theta)} d\theta, \quad (2)$$

где  $G(\theta)$  – плотность полной энергии магнетика, в которую включаются все потенциалы, содержащие переменную  $\theta$ ,  $G_\infty$  – значение этой энергии на границах переходной области между доменами. В случае одномерной доменной стенки Блоха без учета магнитострикции  $G(\theta) = E_a(\theta)$ , где  $E_a(\theta)$  – энергия магнитокристаллической анизотропии, которая в классическом представлении с учетом двух первых констант имеет вид

$$E_a(\theta) = K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta. \quad (3)$$

Функция  $\theta(x)$  имеет только одну точку поворота, следовательно, формула для эффективной ширины доменной стенки по Лилли [5] имеет вид:

$$W_k = \frac{(\theta_2 - \theta_1) \cdot \sqrt{a(\theta)}}{\sqrt{G(\theta) - G_\infty}}. \quad (4)$$

Для расчетов этих параметров доменной стенки в монокристалле  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  были взяты известные значения констант ( $K_1$  и  $K_2$ ) и коэффициентов ( $\chi_{2,0}$  и  $\chi_{4,0}$ ) анизотропии (табл. 1) при  $T = 148, 176$  и  $270$  К.

Т а б л и ц а 1. Константы и коэффициенты анизотропии для одноосного монокристалла  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  [8]

$T, \text{ К}$	Константы анизотропии, МДж/м <sup>3</sup>		Коэффициенты анизотропии, МДж/м <sup>3</sup>	
	$K_1$	$K_2$	$\chi_{2,0}$	$\chi_{4,0}$
148	3,06	6,36	-10,9	1,72
176	4,05	4,09	-9,21	1,10
270	5,15	0,69	-6,28	0,19

При непрерывном развороте вектора  $\mathbf{I}_s$  в блоховской стенке значения угла  $\theta$  изменяются в пределах  $0 \leq \theta \leq \pi$ . Конкретные выражения, использованные для расчетов функции  $x(\theta)$ , плотности энергии  $E_G$  и эффективной ширины  $W_k$  доменной стенки, имели вид

$$x = \int_0^\theta \sqrt{\frac{A}{K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta}} d\theta, \quad (5)$$

$$E_G = \int_0^{\pi} \sqrt{A \cdot [K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta]} d\theta, \quad (6)$$

$$W_k = \frac{\pi \cdot \sqrt{A}}{\sqrt{K_1 \sin^2 \frac{\pi}{2} + K_2 \sin^4 \frac{\pi}{2}}}. \quad (7)$$

Результаты расчетов функции  $x(\theta)$  с использованием математического пакета Maple 12 представлены на рис. 1.

Эффективная ширина  $180^\circ$ -ной доменной границы, плотность ее энергии, рассчитанные с использованием выражений (6) и (7), в которых в выражении для  $E_a(\theta)$  в первом случае учитывали только член с  $K_1$ , а во втором случае – два члена с  $K_1$  и  $K_2$ , приведены в таблице 2. Расхождение значений  $W_h$  и  $E_G$  увеличивается с уменьшением температуры от 4-5% при 270 до 35-40 % при 148 К.

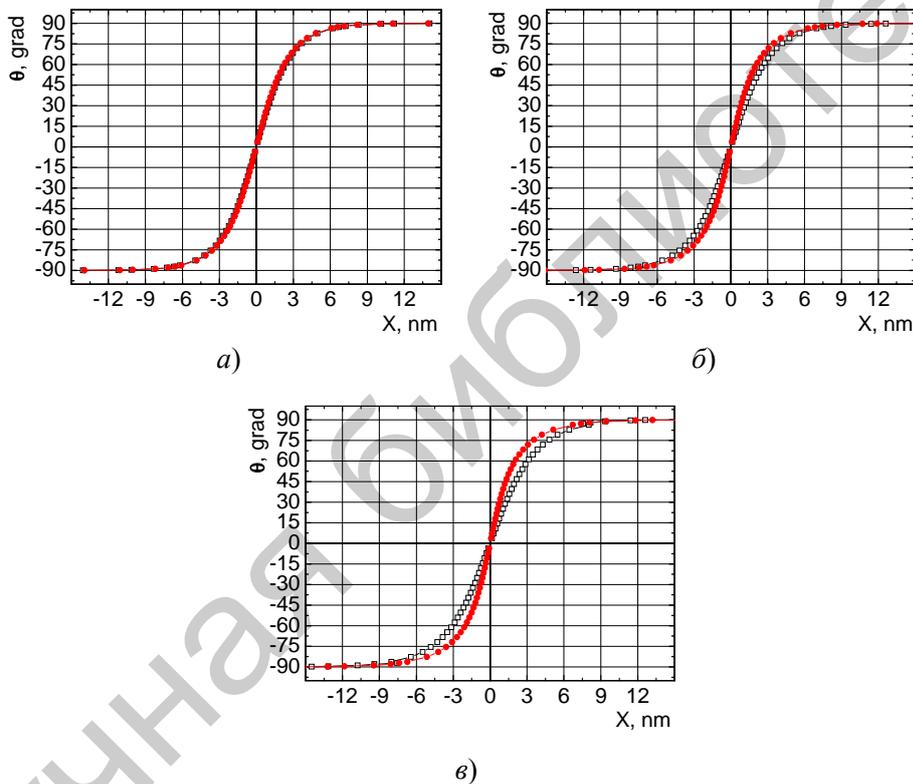


Рис. 1. Зависимость  $\theta(x)$  при развороте вектора  $\mathbf{I}_s$  в стенке Блоха, рассчитанная по (5):  $-\square-$  с учетом одной константы анизотропии;  $-\blacksquare-$  с учетом двух констант анизотропии при температурах  $T = 270$  (а),  $176$  (б) и  $148$  К (в)

Таблица 2. Параметры доменной стенки Блоха, рассчитанные с учетом одного и двух членов в разложении (3)

T, К	$E_G, \text{ Дж/м}^2$		$W_h, \text{ нм}$	
	Одна константа	Две константы	Одна константа	Две константы
148	2,85	4,36	7,3	4,2
176	3,28	4,22	6,4	4,5
270	3,71	3,86	5,6	5,3

**2.2. Расчет параметров 180°-ной доменной стенки Блоха с использованием разложения в ряд энергии анизотропии по сферическим гармоникам.** Общее выражение для энергии анизотропии, записанное через сферические гармоники, представлено в [6]. Ряд (8) содержит произвольное число коэффициентов без учета анизотропии в базисной плоскости:

$$E_a(\theta) = \sum_{l=1}^M \chi_{2l,0} \left( \frac{4l+1}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}} P_{2l}^0(\cos\theta), \quad (8)$$

где  $\chi_{2l,0}$  – коэффициенты анизотропии, а  $P_{2l}^0(\cos\theta)$  – полином Лежандра, содержащий только четные члены в разложении. В общем случае он имеет вид:

$$P_l^0(\cos\theta) = \frac{1}{2^l l!} \left( \frac{d}{d(\cos\theta)} \right)^l (\cos^2\theta - 1)^l, \quad (9)$$

или его можно представить в виде суммы [10]

$$P_l^0(\cos\theta) = \frac{1}{2^l} \sum_{k=0}^{E\left(\frac{l}{2}\right)} \frac{(-1)^k (2l-2k)!}{k!(l-k)!(l-2k)!} \cos^{l-2k}(\theta). \quad (10)$$

Используя последнее соотношение, выражение для  $P_{2l}^0(\cos\theta)$  можно записать в виде

$$P_{2l}^0(\cos\theta) = \frac{1}{2^{2l}} \sum_{k=0}^l \frac{(-1)^k (4l-2k)!}{k!(2l-k)!(2l-2k)!} \cos^{2l-2k}(\theta). \quad (11)$$

Тогда выражение для энергии анизотропии примет вид:

$$E_a(\theta) = \sum_{l=1}^M \chi_{2l,0} \left( \frac{4l+1}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2^{2l}} \sum_{k=0}^l \frac{(-1)^k (4l-2k)!}{k!(2l-k)!(2l-2k)!} \cos^{2l-2k}(\theta). \quad (12)$$

В данной работе для расчета энергии анизотропии использовалось выражение (12) с учетом двух первых членов ряда. В этом случае выражение (12) приобретает вид:

$$E_a(\theta) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1) \chi_{2,0} + \frac{3}{16\sqrt{\pi}} (35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta + 3) \chi_{4,0}. \quad (13)$$

Так же, как и в предыдущем случае, были рассчитаны параметры доменной стенки Блоха в монокристалле  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  с использованием общих формул (1), (2), (4) и выражения (13).

При определении зависимости  $\theta(x)$  и плотности граничной энергии были взяты известные значения  $\chi_{2,0}$  и  $\chi_{4,0}$  (табл. 1) при  $T = 148$ , 176 и 270 К.

При непрерывном повороте вектора  $\mathbf{I}_s$  в блоховской стенке значения угла  $\theta(x)$  изменяются в пределах  $0 \leq \theta \leq \pi$ . Функция  $\theta(x)$  (рис. 2), плотность энергии  $E_G$  и эффективная ширина  $W_k$  доменной стенки рассчитывались по формулам (14), (15), (16) с использованием математического пакета Maple 12 для каждого значения температуры:

$$x = \int_0^\theta \sqrt{\frac{A}{\frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \theta) \chi_{2,0} + \frac{3}{16\sqrt{\pi}} (35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta) \chi_{4,0}}}} d\theta, \quad (14)$$

$$E_G = \int_0^\pi \sqrt{A \cdot \left[ \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \theta) \chi_{2,0} + \frac{3}{16\sqrt{\pi}} (35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta) \chi_{4,0} \right]} d\theta, \quad (15)$$

$$W_k = \frac{\pi \cdot \sqrt{A}}{\sqrt{\frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \theta) \chi_{2,0} + \frac{3}{16\sqrt{\pi}} (35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta) \chi_{4,0}}}}. \quad (16)$$

Так же, как в предыдущем разделе, были определены по формулам (15) и (16) эффективная ширина 180°-ной доменной границы, плотность ее энергии в двух случаях: в первом случае в выражении (13) учитывали только член с  $\chi_{2,0}$ , а во втором случае – два члена с  $\chi_{2,0}$  и  $\chi_{4,0}$ . Эти данные приведены в таблице 3. Расхождение значений  $W_h$  и  $E_G$  меньше, чем в предыдущем случае, и увеличивается с уменьшением температуры от 4% при 270 до 15% при 148 К.

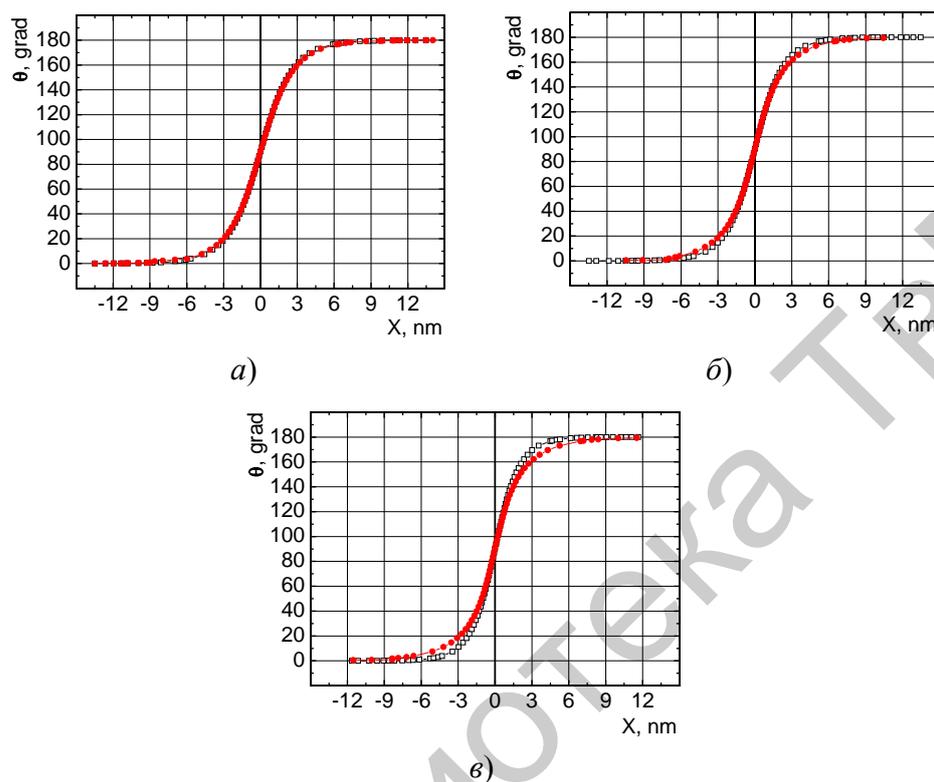


Рис. 2. Зависимость  $\theta(x)$  при развороте вектора  $\mathbf{I}_s$  в стенке Блоха, рассчитанная по (14):  $\square$  с учетом одного коэффициента анизотропии,  $\blacksquare$  с учетом двух коэффициентов анизотропии при температурах  $T = 270$  (а), 176 (б) и 148 К (в)

Таблица 3. Параметры доменной стенки Блоха, рассчитанные с учетом одного и двух членов в разложении (13)

T, К	$E_G, \text{ Дж/м}^2$		$W_h, \text{ нм}$	
	Один коэффициент	Два коэффициента	Один коэффициент	Два коэффициента
148	6,47	5,51	3,2	4,2
176	5,7	5,01	3,7	4,5
270	4,17	4,02	5	5,3

**3. Расчет энергии и эффективной ширины доменной стенки Нееля.** Для расчета одномерной доменной стенки в одноосном ферромагнетике без учета магнитоупругого взаимодействия требуется решить вариационную задачу  $\delta E_G = 0$ , где полная энергия  $E_G$  равна:

$$E_G = \int_{-\infty}^{+\infty} (e_A + e_K) dx + e_s. \quad (17)$$

В (17) учтены вклады от обменной энергии  $e_A$ , энергии анизотропии  $e_K$ , и энергии собственных магнитных полей рассеяния  $e_s$ .

При рассмотрении стенок Блоха предполагается, что при переходе через стенку нормальная составляющая вектора  $\mathbf{I}_s$  не испытывает изменений, поскольку в этом случае полная магнитостатическая энергия минимальна.

Поэтому при расчетах классических блоховских стенок энергия полей рассеяния не учитывается. Однако, если мы имеем дело с тонкопленочными магнетиками, при таком распределении спинов в месте выхода доменной стенки на поверхность тонкой плёнки появляются магнитные полюсы и магнитостатическая энергия увеличивается. Неель предположил, что в данном случае вектор  $\mathbf{I}_s$  в границе, вероятнее всего, разворачивается с нарушением правила непрерывности нормальной составляющей; при этом оказывается более выгодным поворот в плоскости пленки.

Рассчитаем поверхностную энергию стенки Нееля в случае одноосной анизотропии, используя различные представления энергии анизотропии. Для расчета нам понадобится выражение для энергии полей рассеяния. Как показал Хуберт [4], для одномерной плоской задачи её легко вычислить. В общем виде магнитостатическую энергию можно записать в виде:

$$e_s = 2\pi I_s^2 [\sin \vartheta - \overline{\sin \vartheta}]^2, \quad (18)$$

где

$$\overline{\sin \vartheta} = \frac{1}{2} (\sin \vartheta_1 + \sin \vartheta_2) \quad (19)$$

$\vartheta_1, \vartheta_2$  – значения углов между вектором  $\mathbf{I}_s$  и ОЛН в левом и правом доменах.

Важнейшим свойством уравнения (18) является отсутствие производных намагниченности – следствие предположения о плоских и одномерных стенках. Поэтому мы можем энергию полей рассеяния добавить к энергии анизотропии  $G(\vartheta)$  и тем самым вернуться к развитой общей теории.

**3.1 Расчет параметров 180°-ной доменной стенки Нееля использованием классического представления энергии анизотропии.** При непрерывном развороте вектора  $\mathbf{I}_s$  в неелевской стенке значения угла  $\theta$  изменяются в пределах  $0 \leq \vartheta \leq \pi$ . Конкретные выражения, использованные для расчетов функции  $x(\vartheta)$ , плотности энергии  $E_G$  и эффективной ширины  $W_k$  доменной стенки, имели вид:

$$x = \int_0^{\vartheta} \sqrt{\frac{A}{(K_1 + 2\pi I_s^2) \sin^2 \vartheta + K_2 \sin^4 \vartheta}} d\vartheta, \quad (20)$$

$$E_G = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{A \cdot [(K_1 + 2\pi I_s^2) \sin^2 \vartheta + K_2 \sin^4 \vartheta]} d\vartheta, \quad (21)$$

$$W_k = \frac{\pi \cdot \sqrt{A}}{\sqrt{(K_1 + 2\pi I_s^2) \sin^2 \frac{\pi}{2} + K_2 \sin^4 \frac{\pi}{2}}}. \quad (22)$$

Результаты расчетов функции  $x(\theta)$  с использованием математического пакета Maple 12 представлены на рис. 3 для монокристалла  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  ( $|\mathbf{I}_s| = 1275 \text{ Гс}$ ).

Эффективная ширина и плотность энергии 180°-ной доменной границы, рассчитанные с использованием выражений (21) и (22), в которых в первом случае учитывали только член с  $K_1$ , а во втором случае – два члена с  $K_1$  и  $K_2$ , приведены в таблице 4. Расхождение результатов для значений  $W_h$  и  $E_G$  увеличивается с уменьшением температуры от 4% при 270 до 37% при 148 К.

Таблица 4. Параметры доменной стенки Нееля, рассчитанные с учетом одного и двух членов в разложении (3)

T, К	$E_G$ , Дж/м <sup>2</sup>		$W_h$ , нм	
	Одна константа	Две константы	Одна константа	Две константы
148	3,29	4,7	6,3	4
176	3,67	4,54	5,7	4,2
270	4,05	4,21	5,2	4,9

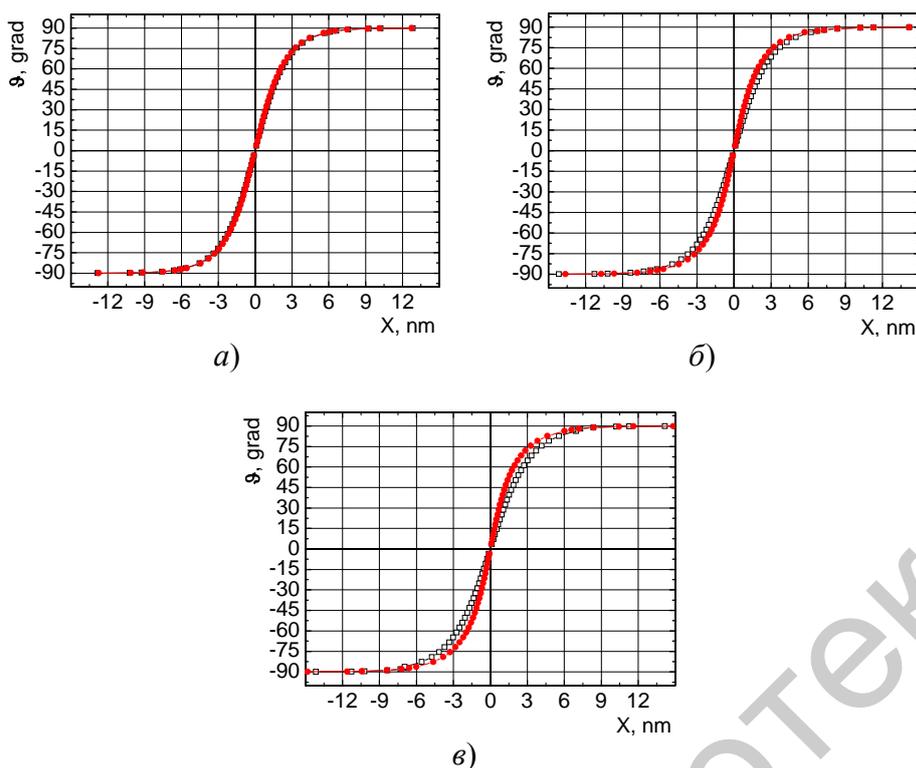


Рис. 3. Зависимость  $\vartheta(x)$  при развороте вектора  $\mathbf{I}_s$  в стенке Нееля, рассчитанная по (20):  $\square$  — с учетом одной константы анизотропии,  $\blacksquare$  — с учетом двух констант анизотропии при температурах  $T = 270$  (а), 176 (б) и 148 К (в)

**3.2. Расчет параметров  $180^\circ$ -ной доменной стенки Нееля с использованием разложения в ряд энергии анизотропии по сферическим гармоникам.** Так же, как и в предыдущем случае, были рассчитаны параметры доменной стенки Нееля в монокристалле  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  с использованием общих формул (1), (2), (4) и выражения (13), учитывая вклад магнитостатической энергии.

При определении зависимости  $\vartheta(x)$  и плотности граничной энергии были взяты известные значения  $\chi_{2,0}$  и  $\chi_{4,0}$  (табл.1) при комнатной температуре. При непрерывном повороте вектора  $\mathbf{I}_s$  в Неелевской стенке значения угла  $\vartheta(x)$  изменяются в пределах  $0 \leq \vartheta \leq \pi$ . Функция  $\vartheta(x)$  (рис. 4), плотность энергии  $E_G$  и эффективная ширина  $W_k$  доменной стенки рассчитывались по формулам (23), (24), (25) с использованием математического пакета Maple 12:

$$x = \int_0^{\vartheta} \frac{A}{\sqrt{\frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \vartheta) \chi_{2,0} + \frac{3}{16\sqrt{\pi}} (35 \cos^4 \vartheta - 30 \cos^2 \vartheta) \chi_{4,0} + 2\pi I_s^2 \sin^2 \vartheta}} d\vartheta, \quad (23)$$

$$E_G = \int_0^{\pi} \sqrt{A \cdot \left[ \sqrt{\frac{5}{\pi}} (3 \cos^2 \vartheta) \chi_{2,0} + \frac{3}{16\sqrt{\pi}} (35 \cos^4 \vartheta - 30 \cos^2 \vartheta) \chi_{4,0} + 2\pi I_s^2 \sin^2 \vartheta \right]} d\vartheta, \quad (24)$$

$$W_k = \frac{\pi \cdot \sqrt{A}}{\sqrt{\frac{5}{\pi} (3 \cos^2 0) \chi_{2,0} + \frac{3}{16\sqrt{\pi}} (35 \cos^4 0 - 30 \cos^2 0) \chi_{4,0} + 2\pi I_s^2 \sin^2 \frac{\pi}{2}}}. \quad (25)$$

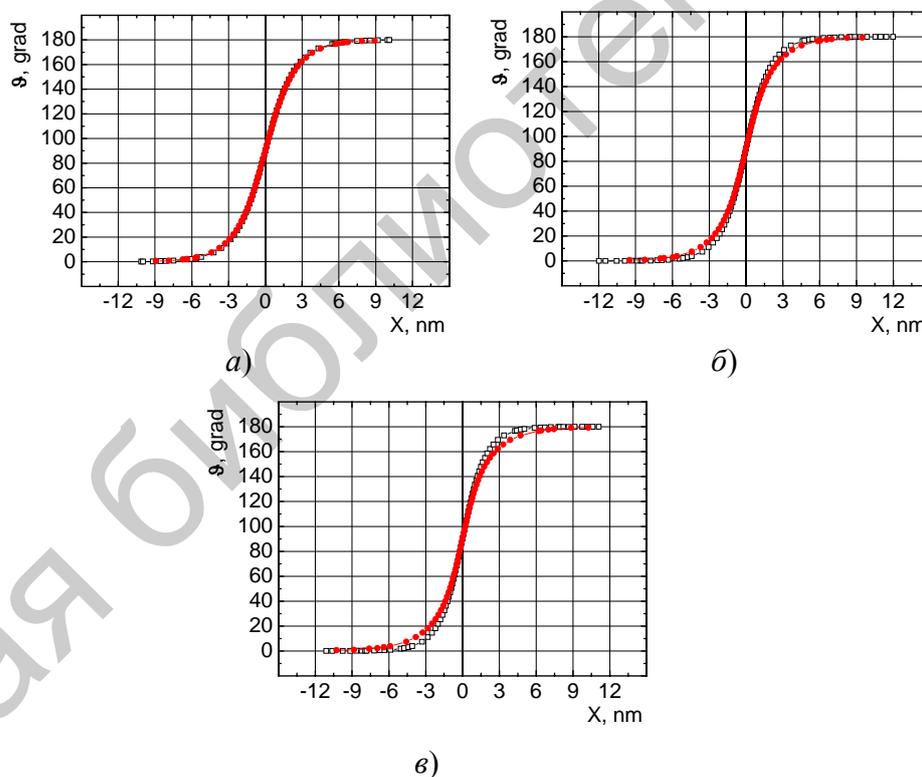


Рис. 4. Зависимость  $\vartheta(x)$  при развороте вектора  $\mathbf{I}_s$  в стенке Нееля, рассчитанная по (23):  $-\square-$  с учетом одного коэффициента анизотропии,  $-\blacksquare-$  с учетом двух коэффициентов анизотропии при температурах  $T = 270$  (а), 176 (б) и 148 К (в)

Так же, как в предыдущем разделе, были в двух случаях определены по формулам (24) и (25) эффективная ширина и плотность энергии 180°-ной доменной границы: в первом случае в выражении (23) учитывали только член с  $\chi_{2,0}$ , а во втором случае – два члена с  $\chi_{2,0}$  и  $\chi_{4,0}$ . Результаты приведены в таблице 5. Значения  $W_h$  и  $E_G$  различаются в меньшей степени, чем в предыдущем случае. Расхождение увеличивается с уменьшением температуры от 5 % при 270 до 15 % при 148 К.

Таблица 5. Параметры доменной стенки Нееля, рассчитанные с учетом одного и двух членов в разложении (13)

Т, К	$E_G$ , Дж/м <sup>2</sup>		$W_h$ , нм	
	Один коэффициент	Два коэффициента	Один коэффициент	Два коэффициента
148	6,26	5,26	3,3	4,4
176	5,45	4,73	3,8	4,8
270	3,83	3,66	5,5	5,8

Полученные результаты расчетов эффективной ширины  $W_h$  и плотности энергии  $E_G$  доменных границ блоховского и неелевского типов с использованием двух альтернативных способов представления энергии анизотропии магнитоодноосного магнетика показывают, что эти параметры при комнатной температуре практически не зависят от способа расчета. Более того, значения  $E_G$  для границ Блоха и Нееля очень близки, что позволяет сделать предположение о возможности сосуществования границ двух типов, а также границ смешанного типа в массивных одноосных магнетиках. Различия значений  $W_h$  и  $E_G$  в зависимости от числа членов ряда разложения энергии анизотропии по степеням направляющих косинусов вектора  $\mathbf{I}_s$  и по сферическим гармоникам проявляются при понижении температуры. Эта особенность обусловлена различным видом температурных зависимостей констант и коэффициентов анизотропии разных порядков.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 09-02-01274.

### **Список литературы**

1. Wolfers P., Vacmann M., Fruchart D. Single crystal neutron diffraction investigations of the crystal and magnetic structures of  $R_2Fe_{14}B$  ( $R=Y, Nd, Ho, Er$ ) // *J. Alloys Comp.* 2001. V. 317–318. P. 39–43.
2. Verhoef R., France J. J. M., Menovsky A. A., Radwanski R. J., Ji Song-quan, Yang Fu-ming, Li H. S., Gavigan J. P. High-field magnetization measurements on  $R_2Fe_{14}B$  single crystals // *J. Phys. (France)* 1988. V. 49. P. 565–566.
3. Рыбак А. А., Скоков К. П., Медведева О. Н., Супонев Н. П., Пастушенков Ю. Г., Определение констант и коэффициентов анизотропии высоких порядков методом вращающих моментов // *Материалы Всероссийской школы-семинара «Магнитная анизотропия и гистерезисные свойства редкоземельных сплавов»*. Тверь. 2003. С. 49–56.
4. Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. М.: Мир. 1977.
5. Lilley B. A., Energies and Widths of Domain Boundaries in Ferromagnetics. *Phil. Mag.* 1950. V. 41. P. 792.
6. Birss R. R., Keeler G. J. The advantages of using spherical harmonics to analyze data on magnetocrystalline anisotropy and other non-linear anisotropic properties // *Phys. stat. sol.* 1974. V. 64. P. 357–366.
7. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962.
8. Bolzoni F., Moze O., and Pareti L. First-order field-induced magnetization transitions in single-crystal  $Nd_2Fe_{14}B$  // *J. Appl. Phys.* 1987. V. 62. P. 615–620.

*Об авторах:*

ДЁГТЕВА Ольга Борисовна – кандидат физ.-мат.наук, доцент кафедры магнетизма ТвГУ, [Olga.Dyogteva@tversu.ru](mailto:Olga.Dyogteva@tversu.ru);

УСМАНОВ Сергей Равильевич – магистр кафедры магнетизма ТвГУ.