

## СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УДК 330.47, 519.865.7

### УПРАВЛЕНИЕ КОМПАНИЯМИ ПРИ НАЛИЧИИ ГЕТЕРОГЕННЫХ СОБСТВЕННИКОВ

Колесник Г.В.\* , Писарева А.В.\*\*

\*ОАО «Холдинг МРСК», г. Москва

\*\*Кафедра вычислительной математики

---

*Поступила в редакцию 10.10.2011, после переработки 18.11.2011.*

---

Исследуется влияние качественной неоднородности интересов собственников на эффективность управления предприятиями. Полученные результаты применяются к анализу деятельности предприятий, находящихся в совместной частно-государственной собственности при различной структуре рынков.

The effect of the owners' interests qualitative divergence on the enterprise management efficiency is studied. The results are applied to the analysis of the mixed property enterprises functioning under different market structures.

**Ключевые слова:** права собственности, частно-государственная собственность, гетерогенные собственники, конфликт интересов, внешние эффекты.

**Keywords:** property rights, ownership, mixed property, heterogeneous owners, interests conflict, externalities.

#### 1. Введение

Актуальной задачей, находящейся на стыке теории корпоративного и государственного управления, является оптимизация функционирования компаний, находящихся в совместной частно-государственной собственности. Особую значимость данная задача приобрела в связи с возникновением в экономике России крупных интегрированных корпоративных структур с участием государства в результате реформирования естественных монополий в энергетической (РАО «ЕЭС России») и транспортной (ОАО «РЖД») отраслях и создания на их основе холдинговых структур. Помимо этого, в оборонно-промышленном комплексе России за последние годы был создан ряд интегрированных структур, осуществляющих производство и реализацию наукоемкой продукции военного и гражданского назначения: ОАО «Корпорация "Тактическое ракетное вооружение"» и ОАО «Концерн ПВО "Алмаз-Антей"» в 2002 г., ОАО «Объединенная авиастроительная корпорация» в 2006 г., ОАО «Объединенная судостроительная корпорация» в 2007 г. и ряд других.

Специфической особенностью частно-государственных компаний является *гетерогенность собственников*, характеризующаяся тем, что их критерии эффективности качественно отличаются друг от друга.

Вопросы согласования интересов собственников при управлении предприятиями с участием государства исследуются в работах [1, 8]. В них, в частности, показывается, что снижение экономической эффективности предприятий, находящихся в смешанной частно-государственной собственности, может объясняться наличием сторонних интересов в целевой функции собственника-государства, представляющих собой внешние эффекты в различных сферах, касающихся жизни общества в целом (социально-экономической, научно-технической, оборонной и т.д.). Учёт этих внешних эффектов при управлении предприятием приводит к снижению доходов от его деятельности и противоречит критериям эффективности частных собственников.

Указанное противоречие представляет одно из проявлений общей проблемы управления групповой собственностью, сформулированной в работе [3] следующим образом: «Главная проблема, с которой сталкивается групповая собственность во всех ее вариантах, – согласование интересов отдельных участников и группы в целом. Групповая собственность поощряет поведение, выгоды от которого достаются какому-то одному участнику группы, а издержки распределяются среди всех ее членов. И наоборот: она ослабляет стимулы к принятию решений, издержки которых ложатся на кого-то одного, а выгоды делятся между всеми членами группы».

Классификация собственников по характеру их целевой функции проводится в работах [2, 4, 9, 10]. Наиболее полная из них, изложенная в работах [4, 10], выделяет пять различных групп собственников: менеджеры, работники, финансовые и нефинансовые аутсайдеры, государство. При этом к негосударственным аутсайдерам авторы относят частных лиц, не работающих на данном предприятии, банки, инвестиционные фонды, другие предприятия, холдинговые компании и иностранных инвесторов. К финансовым аутсайдерам отнесены банки, инвестиционные фонды, холдинги и иностранные инвесторы, к нефинансовым – физические лица и другие предприятия.

В работе [4] указывается, что «целевая функция финансовых инвесторов в большей степени, чем у других категорий акционеров, ориентирована на максимизацию прибыли или, как еще говорят, рыночной стоимости компании. В противоположность этому за перекрестным владением акциями предприятий-смежников часто стоит стремление к поддержанию давно налаженных связей, к сохранению привычных каналов поставок и сбыта, что способно подрывать стимулы к реструктурированию и идти вразрез с интересами повышения эффективности. Что касается физических лиц, то, как правило, они владеют незначительными пакетами акций, так что им оказывается не под силу осуществление эффективного мониторинга за менеджерами, который требует немалых затрат. Кроме того, для индивидуальных акционеров острее стоит "проблема безбилетника" что сужает временной горизонт принятия решений и ведет к преобладанию в их поведении краткосрочных целей над долгосрочными».

В работе [6] исследованы задачи управления фирмами и их системами при правах собственности, распределённых между несколькими агентами – частными лицами. В ней предложено оптимальное с точки зрения максимизации благосо-

стояния собственников решение – однородное распределение прав собственности.

Однако возможность использования данного механизма разрешения конфликта интересов собственников в значительной мере обусловлена качественной однородностью рассматриваемых в этих моделях агентов: все они представляют собой частных собственников, максимизирующих стоимость располагаемых активов. Гетерогенность собственников приводит к невозможности разрешения данного конфликта с использованием одного только перераспределения прав собственности.

В настоящей статье проводится оценка эффективности управления компаниями, права собственности на которые распределены между гетерогенными агентами, на основе предложенного в [6] подхода, который учитывает стратегическое поведение собственников. Формулируется модель управления фирмами, находящимися в совместной частно-государственной собственности и рассматривается её применение к анализу равновесий в экономических системах при различных структурах рынка.

## 2. Модель управления частно-государственной компанией со стратегическим взаимодействием собственников

В работе [8] рассмотрена модель управления предприятием, находящимся в совместной частно-государственной собственности, учитывающая наличие внешних эффектов в критерии эффективности государства. В ней предполагается, что имеется один частный собственник, владеющий долей компании  $\theta$ . Его целью является максимизация стоимости располагаемой доли участия:

$$W_P(\theta, a) = \theta C(a); \quad (1)$$

где  $C(a)$  – стоимость компании, зависящая от управленческого решения  $a \in A$ ,  $A$  – множество управлений.

Государство владеет долей компании  $(1 - \theta)$ . Помимо получения дохода на вложенный капитал, оно заинтересовано в реализации ряда общественных целей (обеспечение занятости и социальной поддержки населения, улучшение экологической ситуации и т.д.). Для их формального описания в модели используется сформулированный в работе [1] научно-методический аппарат стоимостной оценки внешних эффектов предприятия. Целью государства является максимизация функции

$$W_G(\theta, a) = (1 - \theta)C(a) + E(a); \quad (2)$$

где  $E(a)$  – стоимостная оценка внешних эффектов, генерируемых рассматриваемой фирмой. Управление фирмой при заданном распределении прав собственности  $\theta$  определяется как решение многокритериальной задачи оптимизации

$$W_P(\theta, a) \rightarrow \max_{a \in A}, \quad W_G(\theta, a) \rightarrow \max_{a \in A}, \quad (3)$$

при ограничениях на допустимые управления

$$E(a) \leq g(C(a)), \quad g' < 0, \quad (4)$$

$$E(a) \geq E_{\min}, \quad (5)$$

$$C(a) \geq C_{\min}. \quad (6)$$

Ограничение (4) отражает то, что социально ориентированное поведение является затратным для фирмы, вследствие чего внешние эффекты и доходность связаны убывающей зависимостью [1, 11, 12]. Ограничение на минимальный уровень внешних эффектов (5) обусловлено тем, что компания не может бесконечно увеличивать прибыль за счёт ухудшения выполнения общественных функций. Причиной этого могут быть как законодательные ограничения, регулирование рынков со стороны государства, так и противодействие общественных организаций, СМИ и контрагентов [11]. Для того чтобы получить возможность беспрепятственного функционирования, «лицензию на деятельность»<sup>1</sup>, компания должна принимать определенную социальную ответственность, которая в рассматриваемой модели соответствует минимальному уровню внешних эффектов  $E_{\min}$ .

Наличие ограничения (6) связано с тем, что компания, привлекающая негосударственные источники для финансирования своей деятельности, должна приносить собственникам некоторую минимально приемлемую прибыль на вложенный капитал  $C_{\min}$ , в противном случае она будет не в состоянии привлечь инвестиции. Наличие данного ограничения не позволяет чрезмерно повышать уровень внешних эффектов за счет снижения прибыльности компании.

В [8] многокритериальная задача (3) – (6) решается с использованием свёртки критериев, веса в которой выбираются в соответствии с долями участия собственников:

$$U(\theta, a) = \theta W_P(\theta, a) + (1 - \theta)W_G(\theta, a). \quad (7)$$

Для случая, когда функция  $g(C)$  вогнута, определен аналитический вид решения данной задачи и показано, что оно обладает следующими свойствами:

1. Оптимальное решение задачи максимизации функции (7) эффективно по Парето в многокритериальной задаче (3) – (6).

2. Прибыль фирмы на оптимальном решении увеличивается, а внешние эффекты снижаются с ростом доли частного владельца  $\theta$ . Таким образом, приватизация государственного предприятия в нормальных рыночных условиях будет приводить к выбору режимов управления, характеризующихся более высокой доходностью и меньшими положительными внешними эффектами. В то же время, в условиях неопределенности относительно будущих перспектив деятельности предприятий, аналогичных сложившимся в России в 90-е годы прошлого века, приватизация фирм может приводить к снижению экономической эффективности управления ими, вплоть до банкротства и ликвидации.

Несмотря на то, что данная модель позволяет объяснить некоторые особенности функционирования компаний, находящихся в смешанной частно-государственной собственности, сведение управления фирмой к решению однокритериальной задачи оптимизации приводит к игнорированию стратегических аспектов поведения собственников. Эти аспекты могут учитываться на основе подхода, изложенного в [6], согласно которому многокритериальная задача (3) – (6) рассматривается как некооперативная игра.

<sup>1</sup>В [1] «лицензия на деятельность» определяется как «одобрение деятельности компании всеми заинтересованными сторонами, которые могут оказывать влияние на ее функционирование. В их число могут входить органы власти, негосударственные организации, а также общество в целом».

Модель, сформулированная в [6], описывает экономическую систему, состоящую из  $l$  фирм, права собственности на которые принадлежат  $k$  агентам. Распределение прав собственности описывается матрицей  $\Theta$  размерности  $k \times l$ , элемент  $\theta_{ij}$  которой представляет собой долю в  $j$ -й фирме, которой владеет  $i$ -й агент.

Будем предполагать, что благосостояние  $i$ -го собственника определяется, помимо стоимости располагаемых им долей участия в фирмах, ещё и внешними (по отношению к другим собственникам) эффектами:

$$W_i(\Theta, \mathbf{C}, E_i) = \sum_{j=1}^l \theta_{ij} C_j + E_i, \quad (8)$$

где  $\mathbf{C} = (C_1, \dots, C_l)$  – вектор рыночных стоимостей фирм,  $E_i$  – стоимостная оценка внешних эффектов для  $i$ -го агента.

Рыночные стоимости фирм  $C_j$  и внешние эффекты  $E_i$  зависят от реализуемого управления фирмами  $\tilde{\mathbf{a}} = (\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_l)$ , которое, как и в базовой модели, формируется в результате агрегирования предложений собственников:

$$\tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{R}(\Theta, \mathbf{A}), \quad (9)$$

где  $\mathbf{A}$  – матрица управления размерности  $k \times l$ , элемент которой  $a_{ij} \in A_j$  представляет собой предложение  $i$ -го собственника по управлению  $j$ -й фирмой,  $A_j$  – множество управлений  $j$ -й фирмой,  $\mathbf{R}$  – вектор-функция, описывающая процедуру агрегирования предпочтений собственников в реализуемое управленческое решение.

С учётом выражения (9) критерии эффективности собственников (8) могут быть записаны в виде

$$\widehat{W}_i(\Theta, \mathbf{A}) = \sum_{j=1}^l \theta_{ij} C_j(\mathbf{R}(\Theta, \mathbf{A})) + E_i(\mathbf{R}(\Theta, \mathbf{A})), \quad (10)$$

или в векторной форме:

$$\widehat{\mathbf{W}}(\Theta, \mathbf{A}) = \Theta \mathbf{C}(\mathbf{R}(\Theta, \mathbf{A})) + \mathbf{E}(\mathbf{R}(\Theta, \mathbf{A})), \quad (11)$$

где  $\widehat{\mathbf{W}} = (\widehat{W}_1, \dots, \widehat{W}_k)$  – вектор критериев эффективности,  $\mathbf{E} = (E_1, \dots, E_k)$  – вектор внешних эффектов для всех собственников в рассматриваемой системе.

Вектор-функция (11) определяет семейство некооперативных игр  $k$  лиц  $\Gamma(\Theta)$ , параметризованное распределением прав собственности  $\Theta$ . Каждый агент в этой игре оптимизирует свой критерий  $\widehat{W}_i(\Theta, \mathbf{A})$  по стратегии, представляющей собой строку матрицы управления  $\mathbf{A}$ .

При соответствующем выборе функции  $\mathbf{E}(\tilde{\mathbf{a}})$  данная модель позволяет анализировать влияние гетерогенности интересов собственников на функционирование производственно-экономических систем в условиях различных режимов собственности.

Исследуем при помощи данной модели влияние частно-государственной собственности на фирмы на их деятельность и свойства рыночного равновесия для рынков различной структуры.

### 2.1 Частно-государственная монополия

Рассмотрим монополию, действующую на рынке однородного товара, характеризующемся обратной функцией спроса

$$P(Q) = 1 - Q,$$

где  $P$  – цена продукции,  $Q$  – объём выпуска.

Пусть частное лицо владеет долей фирмы  $\theta$ , государство – долей  $(1 - \theta)$ . Будем различать ассоциированные с долями участия права собственников на получение дохода и на контроль деятельности фирмы. Как правило, ассоциированный с долей участия объём прав на доход равен её номинальному размеру, тогда как объём прав контроля в общем случае является нелинейной функцией от этой величины [7]. В связи с этим будем предполагать, что объём прав собственников на доход в данной модели равен, соответственно,  $\theta$  и  $(1 - \theta)$ , тогда как объём прав контроля составляет  $\eta$  и  $(1 - \eta)$ .

Управляемыми переменными в данной модели являются предложения собственников по объёму выпуска продукции монополией  $\mathbf{A} = (a_P, a_G)$ ,  $a_P, a_G \in [0, K]$ , где  $K$  – производственная мощность фирмы. Результирующий объём выпуска будет определяться как средневзвешенное предложений собственников с весами, равными объёму прав контроля, ассоциированному с располагаемой ими долей участия:

$$Q(\mathbf{A}) = \theta a_P + (1 - \theta) a_G. \quad (12)$$

Частный собственник заинтересован в максимизации стоимости своей доли, которую будем отождествлять с соответствующей долей генерируемой фирмой чистой прибыли<sup>2</sup>:

$$\widehat{W}_P(\theta, \mathbf{A}) = \theta \Pi(Q), \quad (13)$$

где  $\Pi(Q) = (P(Q) - c)Q$  – чистая прибыль фирмы,  $c$  – предельные издержки производства продукции.

В качестве критерия эффективности государства будем рассматривать *общественное благосостояние*, равное в данной модели сумме чистой прибыли фирмы  $\Pi$  и потребительского излишка  $S$ , представляющего собой стоимостную оценку полезности, получаемой потребителями товара (рис. 1):

$$\widehat{W}_G(\theta, \mathbf{A}) = \Pi(Q) + S(Q). \quad (14)$$

Нетрудно видеть, что в рассматриваемой задаче

$$S(Q) = \frac{Q^2}{2}. \quad (15)$$

Тогда функция  $\widehat{W}_G$  может быть записана следующим образом:

$$\widehat{W}_G(\theta, \mathbf{A}) = (1 - Q - c)Q + \frac{Q^2}{2}. \quad (16)$$

<sup>2</sup>В рассматриваемом здесь стационарном случае, когда прибыль фирмы  $\Pi(Q)$  постоянна, её рыночная стоимость может быть оценена по методу дисконтированных денежных потоков как  $C(Q) = \frac{\Pi(Q)}{1-\beta}$ , где  $\beta$  – коэффициент дисконтирования, см. [6]. В результате этого критерий эффективности с точностью до положительного множителя будет определяться величиной  $\Pi(Q)$ .

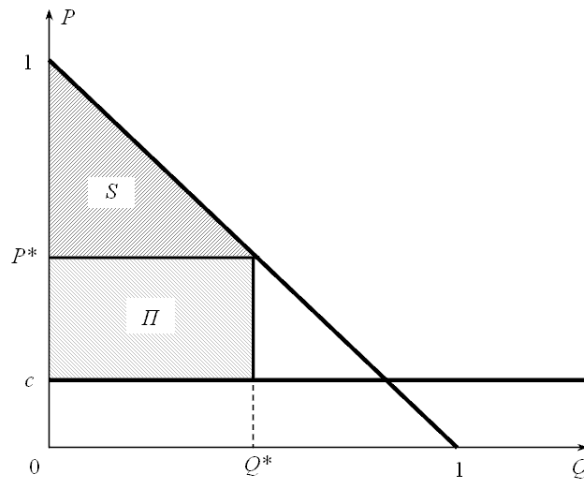


Рис. 1: Графическая интерпретация модели

Исследуем равновесие в такой системе, предполагая что управление компанией описывается некооперативной игрой, стратегиями собственников в которой являются предложения об объёме выпуска продукции  $\mathbf{A}$ . Максимум прибыли фирмы  $\Pi(Q)$ , а следовательно и максимум благосостояния частного собственника  $\widehat{W}_P(\theta, \mathbf{A})$  в рассматриваемой модели будет достигаться в состоянии, наиболее близком к монополистическому равновесию,<sup>3</sup> с учётом ограничения на производственную мощность фирмы:

$$Q_P = \min\left\{\frac{1-c}{2}, K\right\},$$

откуда наилучший ответ частного собственника будет заключаться в поддержании данного состояния при любой стратегии государства  $a_G$ :

$$a_P^*(a_G) = \begin{cases} 0 & a_G \geq \frac{1-c}{2(1-\eta)} \\ \frac{1}{\eta}\left(\frac{1-c}{2} - (1-\eta)a_G\right) & \frac{1}{1-\eta}\left(\frac{1-c}{2} - \eta K\right) \leq a_G < \frac{1-c}{2(1-\eta)} \\ K & a_G < \frac{1}{1-\eta}\left(\frac{1-c}{2} - \eta K\right) \end{cases}$$

Максимум общественного благосостояния  $\widehat{W}_G(\theta, \mathbf{A})$  реализуется в ситуации, наиболее приближённой к равновесию совершенной конкуренции, при котором рыночная цена совпадает с предельными издержками  $c$ , откуда

$$Q_G = \min\{1-c, K\},$$

Тогда наилучший ответ государства на стратегию частного собственника  $a_P$

<sup>3</sup>Монополистическое равновесие и равновесие совершенной конкуренции в данной модели описываются в стандартном курсе экономической теории, см. например [5].

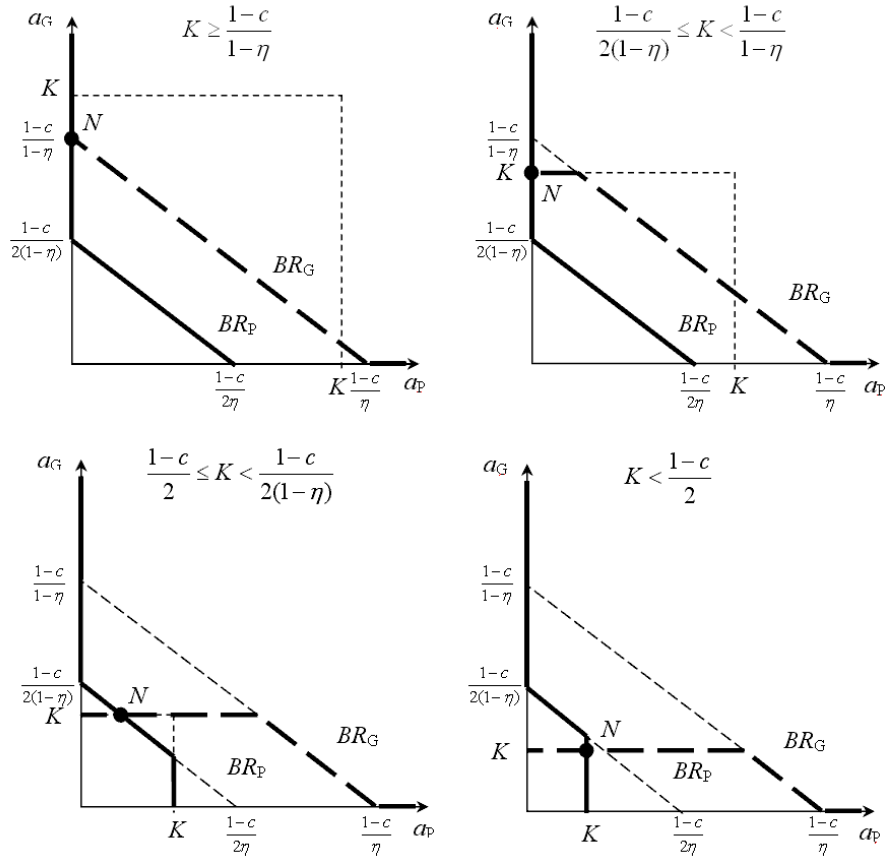


Рис. 2: Равновесия (N) в модели частно-государственной монополии

имеет вид:

$$a_G^*(a_P) = \begin{cases} 0, & a_P \geq \frac{1-c}{\eta}, \\ \frac{1}{1-\eta}(1-c-\eta a_P), & \frac{1}{\eta}(1-c-(1-\eta)K) \leq a_P < \frac{1-c}{\eta}, \\ K, & a_P < \frac{1}{\eta}(1-c-(1-\eta)K). \end{cases}$$

Возможные равновесия Нэша в некооперативной игре (13) – (14) при различных соотношениях параметров  $K$ ,  $c$  и  $\eta$  приведены на рис. 2.

Обобщая данные случаи, получим, что результирующий объём выпуска продукции в рассматриваемой системе будет иметь вид:

$$Q^* = \begin{cases} 1-c, & K \geq \frac{1-c}{1-\eta}, \\ (1-\eta)K, & \frac{1-c}{2(1-\eta)} \leq K < \frac{1-c}{1-\eta}, \\ \frac{1-c}{2}, & \frac{1-c}{2} \leq K < \frac{1-c}{2(1-\eta)}, \\ K, & K < \frac{1-c}{2}. \end{cases}$$



Полученные равновесия будут эффективными по Парето в многокритериальной задаче с критериями (13) – (14). В зависимости от объёма прав контроля  $\eta$ , которыми располагает частный собственник, рыночное равновесие  $Q^*$  в данной системе будет изменяться от равновесия совершенной конкуренции, обеспечивающего максимум общественного благосостояния, до монопольного, дающего максимум прибыли фирмы.

Обратим внимание, что номинальные доли участия собственников, распределение которых описывается параметром  $\theta$ , не влияют на параметры полученного равновесия. Так как для предприятий с государственным участием права владения  $\theta$  и права контроля  $\eta$  могут значительно различаться, реальный режим управления фирмой может быть очень далёк от прогнозируемого на основе размера доли участия государства.

## 2.2 Олигополия с гетерогенными собственниками

Теперь рассмотрим ситуацию, когда в отрасли действует несколько фирм в условиях несовершенной конкуренции. В качестве базовой будем использовать изложенную в работе [6] модель Курно с распределёнными правами собственности, описывающую систему, состоящую из двух агентов и двух предприятий.

В ней фирмы конкурируют на рынке однородного товара, предельные издержки фирм с одинаковы и постоянны, производственная мощность  $j$ -й фирмы равна  $K_j$ . Функция спроса на продукцию фирм линейна:

$$P(\tilde{\mathbf{a}}) = 1 - \tilde{a}_1 - \tilde{a}_2,$$

где  $\tilde{\mathbf{a}} = (\tilde{a}_1, \tilde{a}_2)$  – вектор управлений, представляющих объёмы выпуска продукции первой и второй фирмами.

Функция прибыли  $j$ -й фирмы в этой модели имеет вид

$$\Pi_j(\tilde{\mathbf{a}}) = (P(\tilde{\mathbf{a}}) - c)\tilde{a}_j.$$

Предположим, что частный собственник владеет 100% первой фирмы и долей  $\theta$  второй фирмы, государство владеет долей  $(1 - \theta)$  второй фирмы. Матрица управления имеет вид<sup>4</sup>

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{P1} & a_{P2} \\ a_{G1} & a_{G2} \end{pmatrix}.$$

Объём выпуска фирмы 1  $\tilde{a}_1$  определяется частным собственником единолично, т.е.  $\tilde{a}_1 = a_{P1}$ . Величина  $\tilde{a}_2$  представляет собой средневзвешенное предложений собственников с весами, соответствующими располагаемым ими долям в капитале второй фирмы:

$$\tilde{a}_2 = \theta a_{P2} + (1 - \theta)a_{G2}. \quad (17)$$

Критерий эффективности частного собственника с точностью до положительного множителя может быть представлен в виде

$$\widehat{W}_P(\Theta, \mathbf{A}) = \Pi_1(\tilde{\mathbf{a}}) + \theta\Pi_2(\tilde{\mathbf{a}}).$$

<sup>4</sup>Значение величины  $a_{G1}$  не влияет на управление фирмами, оно сохранено здесь для единообразия записи модели.

Критерий государства, как и в рассмотренной выше модели монополии, представляет собой общественное благосостояние

$$\widehat{W}_G(\Theta, \mathbf{A}) = \Pi_1(\tilde{\mathbf{a}}) + \Pi_2(\tilde{\mathbf{a}}) + S(\tilde{\mathbf{a}}),$$

где  $S(\tilde{\mathbf{a}})$  – потребительский излишек.

Для нахождения равновесий Нэша в этой системе определим наилучшие ответы агентов. Критерий эффективности частного собственника  $\widehat{W}_P(\Theta, \mathbf{A})$  не является вогнутой функцией от его стратегии  $(a_{P1}, a_{P2})$ , в связи с чем нахождение его наилучшего ответа требует решения задачи нелинейного программирования. Учитывая ограничения  $a_{P1} \in [0, K_1]$ ,  $a_{P2} \in [0, K_2]$  и применяя теорему Куна-Таккера, можно получить следующие результаты<sup>5</sup>:

$$a_{P1}^*(a_{G2}) = \begin{cases} 0, & a_{G2} \geq Z_1, \\ \frac{1-c-(1-\theta^2)a_{G2}}{2}, & Z_2 \leq a_{G2} < Z_1, \\ K_1, & 0 \leq a_{G2} < Z_2. \end{cases}$$

$$a_{P2}^*(a_{G2}) = \begin{cases} 0, & a_{G2} \geq Z_3, \\ \frac{\theta(1-c)-(1+\theta)K_1-2\theta(1-\theta)a_{G2}}{2\theta^2}, & Z_4 \leq a_{G2} < Z_3, \\ K_2, & 0 \leq a_{G2} < Z_4. \end{cases}$$

где пороговые значения  $Z_1 = \frac{1-c}{1-\theta^2}$ ,  $Z_2 = \frac{1-c-2K_1}{1-\theta^2}$ ,  $Z_3 = \frac{\theta(1-c)-(1+\theta)K_1}{2\theta(1-\theta)}$ ,  $Z_4 = \frac{\theta(1-c)-(1+\theta)K_1-2\theta^2 K_2}{2\theta(1-\theta)}$ .

Данные величины удовлетворяют соотношению  $Z_1 > Z_2 > Z_3 > Z_4$ , в связи с чем при различных параметрах  $(K_1, K_2)$  может реализоваться четыре возможных варианта расположения точки максимума функции  $\widehat{W}_P(\Theta, \mathbf{A})$  и, соответственно, четыре типа оптимальных стратегий частного собственника (рис. 3).

Функция выигрыша государства  $\widehat{W}_G(\Theta, \mathbf{A})$  достигает максимума при суммарном объёме выпуска, реализуемом в равновесии совершенной конкуренции, в связи с чем его наилучшим ответом является поддержание максимального объёма выпуска, не превышающего данную величину:

$$a_{G2}^*(a_{P1}, a_{P2}) = \begin{cases} 0, & a_{P1} + \theta a_{P2} \geq 1 - c, \\ \frac{1-c-a_{P1}-\theta a_{P2}}{1-\theta}, & 1 - c - (1 - \theta)K_2 \leq a_{P1} + \theta a_{P2} < 1 - c, \\ K_2, & 0 \leq a_{P1} + \theta a_{P2} < 1 - c - (1 - \theta)K_2. \end{cases}$$

Вид возможных равновесий в данной модели, в зависимости от объёма производственных мощностей фирм  $(K_1, K_2)$ , представлен на рис. 4.

Их анализ позволяет сделать следующие выводы.

1. Аналогично модели с нестратегическими собственниками, изложенной в [8], рост доли частного собственника приводит к увеличению прибыльности деятельности рассматриваемой системы фирм, выражающейся в смещении рыночного равновесия от совершенной конкуренции до монопольного. Государство поддерживает равновесие совершенной конкуренции до тех пор, пока позволяют возможности по управлению второй фирмой. Дальнейшее уменьшение возможностей государства приводит к снижению объёма выпуска до уровня, в поддержании которого заинтересован частный собственник.

<sup>5</sup> Полное решение данной задачи оптимизации приведено в приложении.

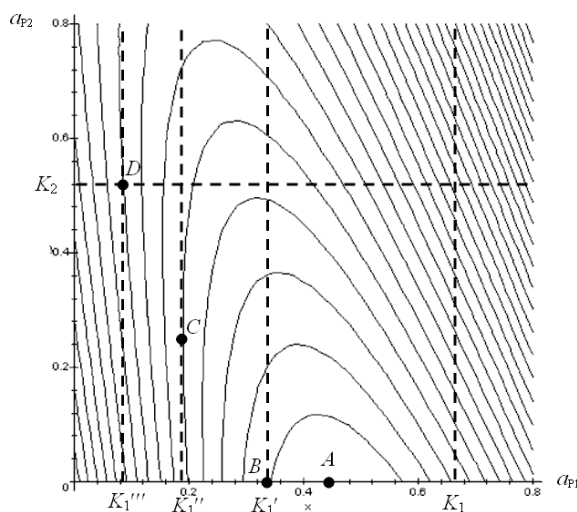


Рис. 3: Линии равного уровня функции  $\widehat{W}_P$  и решения задачи условной оптимизации

2. В зависимости от распределения прав собственности объёмы выпуска продукции частно-государственной монополией и олигополией могут соотноситься различным образом. Так, в примере, представленном на рис. 5а, при небольшой доле частного собственника ( $\theta < \theta^0$ ) объём выпуска продукции частно-государственной монополией превышает объём выпуска олигополией, тогда как при высокой доле  $\theta$  соотношение обратное. Таким образом, в отличие от чисто рыночной отрасли, демонполизация отрасли с государственной собственностью при определённых условиях может приводить как к повышению, так и к снижению остроты конкуренции на рынке.

3. Интересным эффектом, присущим олигополистическому рынку с гетерогенными собственниками является возникновение *сверхмонопольных равновесий*, при которых устанавливается цена, превышающая монопольную, а объём выпуска продукции падает ниже монопольного уровня (рис. 5б). Данные равновесия возникают при следующих условиях:

- частная фирма имеет небольшую производственную мощность<sup>6</sup>;
- частное лицо владеет значительной долей фирмы с государственным участием.

В сверхмонопольных равновесиях неполная загрузка мощностей частно-государственной фирмы 2 используется частным собственником как инструмент установления высоких цен на рынке, обеспечивая тем самым увеличение прибыли принадлежащей ему полностью фирмы 1.

<sup>6</sup>При этом не рассматривается тривиальный случай  $K_1 + K_2 < \frac{1-c}{2}$ , когда отрасль в целом не может обеспечить монопольного объёма выпуска продукции.

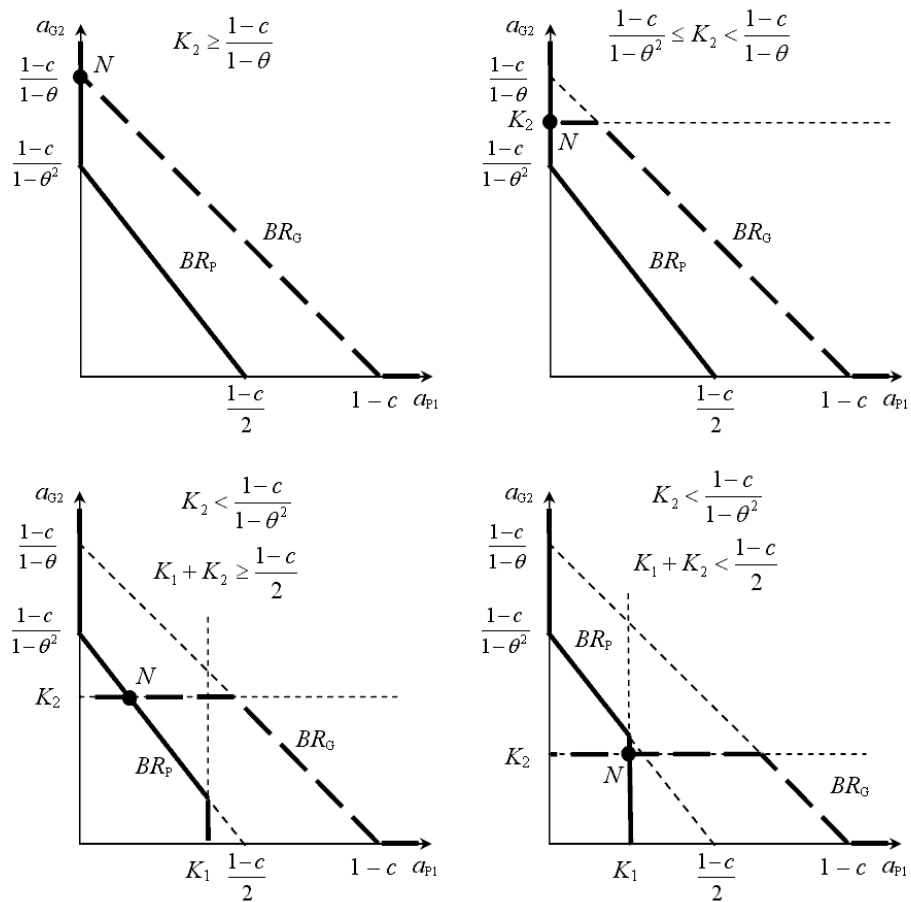


Рис. 4: Равновесия ( $N$ ) в модели частно-государственной олигополии

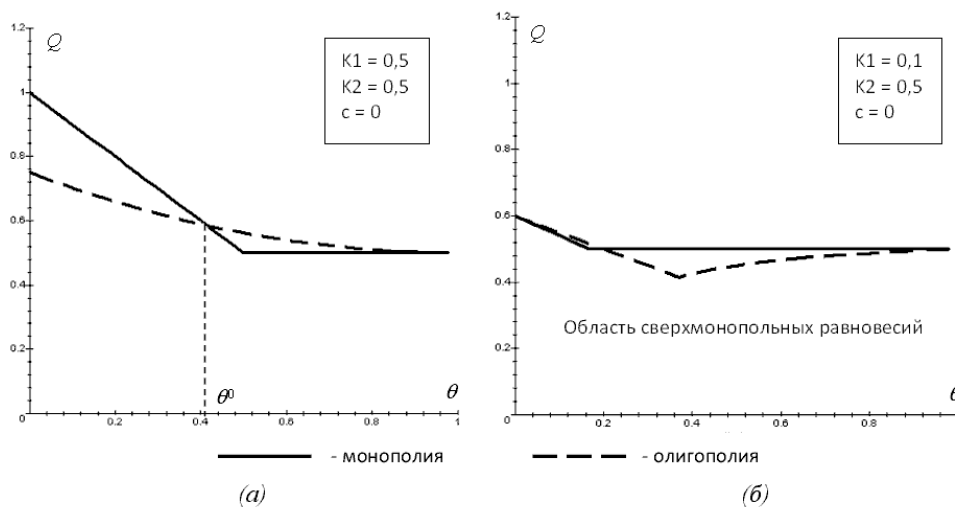


Рис. 5: Изменение равновесного объёма выпуска в зависимости от распределения прав собственности

Полученные в данных моделях свойства рыночных равновесий частично проясняют причины неэффективности попыток введения конкурентных отношений в отраслях, традиционно контролировавшихся государственными монополиями, такими как ОАО «РЖД» и РАО «ЕЭС России». Участие государства в образующихся в результате реформирования фирмах-олигополистах, вкупе с сохраняющимися тесными перекрёстными взаимосвязями с частными собственниками приводит к искажению рыночных равновесий и не улучшает ситуацию для потребителей.

## Заключение

Проведенное исследование показало, что гетерогенность критериев эффективности собственников приводит к углублению конфликта их интересов и к неэффективности механизма перераспределения прав собственности как средства разрешения этого конфликта.

Наличие внешних эффектов в критериях собственников может приводить к существенному искажению поведения фирм и равновесий на соответствующих рынках. Особенно значительным это искажение может быть в высокомонополизированных отраслях, в которых традиционно сильно присутствие государства.

Полученные в данной статье результаты свидетельствуют об опасности проведения «половинчатых» реформ таких отраслей, в результате которых значительную рыночную власть приобретают даже не отдельные фирмы, а отдельные группы собственников.

Необходимо отметить, что сформулированный в статье подход может быть применён не только для случая частно-государственных фирм, но и при анализе взаимодействия произвольных собственников с качественно различными критериями

эффективности, например, менеджеров, финансовых и нефинансовых аутсайдеров и других.

### Список литературы

- [1] Волощук С.Д. Оценка эффективности управления объектами оборонно-промышленного комплекса на основе показателя общественного комплекса: Монография. – М.: Наука, 2009.
- [2] Долгопятова Т.Г. Собственность и корпоративный контроль в российских компаниях в условиях активизации интеграционных процессов // Российский журнал менеджмента. – Т. 2. – No 2. – С. 3 – 26.
- [3] Капелюшников Р.И. Экономическая теория прав собственности (методология, основные понятия, круг проблем). – М.: ИМЭМО РАН, 1991.
- [4] Капелюшников Р.И. Структура собственности и контроля в российской промышленности // Рубеж. – No 15. – С. 109 – 140.
- [5] Колесник Г.В. Введение в математическую экономику: производство и потребление. Практикум по дисциплине «Математическая экономика». – Тверь: Изд-во ТвГУ, 2004.
- [6] Колесник Г.В. Математическая модель экономической системы с распределёнными правами собственности // Вестник ТвГУ, сер. «Прикладная математика». – 2010. – No 14. – С. 111 – 125.
- [7] Колесник Г.В. Моделирование формирования инвестиционной стоимости инструментов корпоративного контроля // Экономика и математические методы. – 2010. – Т. 46. – No 3. – С. 93 – 100.
- [8] Колесник Г.В., Волощук С.Д., Пономаренко А.И. Математическое моделирование воздействия структуры прав собственности на функционирование общественно-значимых объектов экономики // Вестник ТвГУ, сер. «Прикладная математика». – 2008. – No 1. – С. 77 – 85.
- [9] Синогрейкина Е.Г. Классификация пакетов акций и анализ их влияния на стоимость // Вопросы оценки. – 2002. – No 4. – С. 39 – 52.
- [10] Aukutsionek S., Kapeliushnikov R., Zhukov V. Dominant Shareholders and Performance of Industrial Enterprises // The Russian Economic Barometer. – 1998. – Vol. 7. – No 1.
- [11] Graafland J.J. Modelling the trade-off between profits and principles // De Economist. – 2002. – Vol. 150. – No 2. – P. 129 – 154.
- [12] Shapiro C., Willig R. Economic Rationales for the Scope of Privatization / In: Economy of Public Sector Reform and Privatization. - London: Westview Press, 1990. – P. 55 – 87.

**Приложение. Решение задачи частного собственника в модели частно-государственной олигополии**

Частный собственник в модели частно-государственной олигополии решает задачу:

$$\widehat{W}_P(\Theta, \mathbf{A}) = \Pi_1(\tilde{\mathbf{a}}) + \theta\Pi_2(\tilde{\mathbf{a}}) \rightarrow \max_{(a_{P1}, a_{P2})},$$

$$a_{P1} \in [0, K_1], \quad a_{P2} \in [0, K_2].$$

Определим решения данной задачи для нетривиальных распределений прав собственности  $\theta \in (0, 1)$ . Учитывая вид функций прибыли фирм  $\Pi_j(\tilde{\mathbf{a}})$  и обратной функции спроса  $P(\tilde{\mathbf{a}})$ , получим:

$$\widehat{W}_P(\Theta, \mathbf{A}) = (1 - a_{P1} - \theta a_{P2} - (1 - \theta)a_{G2} - c)(a_{P1} + \theta(\theta a_{P2} + (1 - \theta)a_{G2})).$$

Продифференцируем  $\widehat{W}_P(\Theta, \mathbf{A})$  по стратегическим переменным:

$$\frac{\partial \widehat{W}_P}{\partial a_{P1}} = 1 - 2a_{P1} - (1 + \theta)(\theta a_{P2} + (1 - \theta)a_{G2}) - c,$$

$$\frac{\partial \widehat{W}_P}{\partial a_{P2}} = \theta(\theta - (1 + \theta)a_{P1} - 2\theta(\theta a_{P2} + (1 - \theta)a_{G2}) - \theta c).$$

Матрица Гессе этой функции:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \widehat{W}_P}{\partial a_{P1}^2} & \frac{\partial^2 \widehat{W}_P}{\partial a_{P1} \partial a_{P2}} \\ \frac{\partial^2 \widehat{W}_P}{\partial a_{P2} \partial a_{P1}} & \frac{\partial^2 \widehat{W}_P}{\partial a_{P2}^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -(1 + \theta)\theta \\ -(1 + \theta)\theta & -2\theta^3 \end{pmatrix}.$$

Она не является знакоопределённой, в связи с чем для оптимизации функции  $\widehat{W}_P(\Theta, \mathbf{A})$  воспользуемся теоремой Куна-Таккера. Составим функцию Лагранжа для задачи условной оптимизации:

$$L(\Theta, \tilde{\mathbf{a}}) = (1 - a_{P1} - \theta a_{P2} - (1 - \theta)a_{G2} - c)(a_{P1} + \theta(\theta a_{P2} + (1 - \theta)a_{G2})) +$$

$$+ \lambda_1 a_{P1} + \lambda_2 (K_1 - a_{P1}) + \lambda_3 a_{P2} + \lambda_4 (K_2 - a_{P2}) \rightarrow \max_{(a_{P1}, a_{P2}) \in \mathbf{R}^2}.$$

Тогда необходимые условия максимума функции  $\widehat{W}_P(\Theta, \mathbf{A})$  примут вид:

$$\frac{\partial L}{\partial a_{P1}} = 1 - 2a_{P1} - (1 + \theta)(\theta a_{P2} + (1 - \theta)a_{G2}) - c + \lambda_1 - \lambda_2 = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial a_{P2}} = \theta(\theta - (1 + \theta)a_{P1} - 2\theta(\theta a_{P2} + (1 - \theta)a_{G2}) - \theta c) + \lambda_3 - \lambda_4 = 0,$$

$$\lambda_1 a_{P1} = 0, \quad \lambda_2 (K_1 - a_{P1}) = 0,$$

$$\lambda_3 a_{P2} = 0, \quad \lambda_4 (K_2 - a_{P2}) = 0,$$

$$\lambda_i \geq 0, i = 1, \dots, 4.$$

При  $\lambda_i = 0, i = 1, \dots, 4$  решения данной системы лежат вне области допустимых значений:

$$a_{P1} = -\frac{\theta(1-c)}{1-\theta} < 0,$$

следовательно внутренних точек максимума в задаче нет.

Рассмотрим ограничения задачи.

1. При  $a_{P1} = 0$  решение имеет вид:

$$a_{P2} = \frac{1-c-2a_{G2}(1-\theta)}{2\theta}, \quad \lambda_1 = -\frac{(1-c)(1-\theta)}{2}.$$

Множитель Лагранжа  $\lambda_1$  на этом решении отрицателен, в связи с чем оно не является точкой максимума.

2. При  $a_{P2} = 0$  решение имеет вид:

$$a_{P1} = \frac{1-c-a_{G2}(1-\theta^2)}{2}, \quad \lambda_3 = \frac{(1-\theta)(1-c-(1-\theta)^2a_{G2})}{2}.$$

Полученное решение является допустимым при

$$\frac{1-c-2K_1}{1-\theta^2} < a_{G2} < \frac{1-c}{1-\theta^2},$$

множитель Лагранжа  $\lambda_3$  положителен при

$$a_{G2} < \frac{1-c}{(1-\theta)^2},$$

интервал допустимости решения удовлетворяет данному ограничению.

Проверим выполнение достаточного условия оптимальности<sup>7</sup>. Касательное многообразие к многообразию, задаваемому активным в данной точке ограничением, имеет вид  $I^0 = \{\mathbf{x} = (x, 0) | x \in \mathbf{R}\}$ , тогда  $\forall \mathbf{x} \in I^0 : x \neq \mathbf{0}$  выполнено  $\mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} = -2x^2 < 0$ , т.е. указанная точка является точкой максимума.

3. При  $a_{P1} = K_1$  решение имеет вид:

$$a_{P2} = \frac{\theta(1-c) - (1+\theta)K_1 - 2a_{G2}\theta(1-\theta)}{2\theta^2}, \quad \lambda_2 = \frac{(1-\theta)(\theta(1-c) + K_1(1-\theta))}{2\theta}.$$

Данное решение будет допустимым при

$$\frac{\theta(1-c) - (1+\theta)K_1 - 2\theta^2K_2}{2\theta(1-\theta)} < a_{G2} < \frac{\theta(1-c) - (1+\theta)K_1}{2\theta(1-\theta)},$$

множитель Лагранжа  $\lambda_2$  положителен при любых параметрах задачи.

Касательное многообразие в этой точке имеет вид  $I^1 = \{\mathbf{x} = (0, x) | x \in \mathbf{R}\}$ ,  $\forall \mathbf{x} \in I^1 : \mathbf{x} \neq \mathbf{0}$  выполнено  $\mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} = -2\theta^3x^2 < 0$ , т.е. имеем точку максимума.

4. При  $a_{P2} = K_2$  решение имеет вид:

$$a_{P1} = \frac{1-c-\theta K_2(1+\theta)-a_{G2}(1-\theta^2)}{2},$$

<sup>7</sup> Колесник Г.В. Практикум по дисциплине «Математика для экономистов». - М.: РЭШ, 2006.



$$\lambda_4 = \frac{(1-\theta)(1-c - (1-\theta)^2 a_{G2} - \theta K_2(1-\theta))}{2}.$$

множитель Лагранжа  $\lambda_4$  будет положителен при

$$a_{G2} > \frac{1-c - \theta K_2(1-\theta)}{1-\theta^2},$$

тогда как величина  $a_{P1}$  будет положительной при

$$a_{G2} < \frac{1-c - \theta K_2(1+\theta)}{1-\theta^2}.$$

Данные неравенства несовместны при  $K_2 > 0$ , в связи с чем решения в этом случае нет.

5. При  $a_{P1} = 0$ ,  $a_{P2} = 0$  множители Лагранжа активных ограничений равны:

$$\lambda_1 = -(1-c - a_{G2}(1-\theta^2)), \quad \lambda_3 = -\theta(1-c - 2(1-\theta)a_{G2}).$$

Эти величины положительны при

$$a_{G2} > \frac{1-c}{1-\theta^2}.$$

Так как рассматриваемая точка является вершиной множества допустимых значений и градиенты активных ограничений в ней линейно независимы, то достаточное условие оптимальности в этом случае также выполнено.

6. При  $a_{P1} = 0$ ,  $a_{P2} = K_2$  множители Лагранжа активных ограничений равны:

$$\lambda_1 = -(1-c - (1+\theta)(\theta K_2 + (1-\theta)a_{G2})), \quad \lambda_4 = \theta^2(1-c - 2(\theta K_2 + (1-\theta)a_{G2})).$$

Эти величины положительны, соответственно, при

$$a_{G2} > \frac{1-c - (1+\theta)\theta K_2}{1-\theta^2} \quad \text{и} \quad a_{G2} < \frac{1-c - 2\theta K_2}{2(1-\theta)}.$$

Данная система несовместна при любых допустимых параметрах системы и  $\theta \in (0, 1)$ , следовательно  $(0, K_2)$  не может являться точкой максимума.

7. При  $a_{P1} = K_1$ ,  $a_{P2} = 0$  множители Лагранжа активных ограничений равны:

$$\lambda_2 = 1-c - 2K_1 - a_{G2}(1-\theta^2), \quad \lambda_3 = -\theta(\theta(1-c) - (1+\theta)K_1 - 2(1-\theta)a_{G2}).$$

Эти величины положительны, соответственно, при

$$a_{G2} < \frac{1-c - 2K_1}{1-\theta^2} \quad \text{и} \quad a_{G2} > \frac{\theta(1-c) - (1+\theta)K_1}{2\theta(1-\theta)}.$$

Так как при любых допустимых параметрах и  $\theta \in (0, 1)$

$$\frac{1-c - 2K_1}{1-\theta^2} > \frac{\theta(1-c) - (1+\theta)K_1}{2\theta(1-\theta)},$$

интервал, при котором оба множителя Лагранжа положительны, будет непуст.

8. При  $a_{P1} = K_1$ ,  $a_{P2} = K_2$  множители Лагранжа активных ограничений равны:

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= 1 - c - 2K_1 - \theta(1 + \theta)K_2 - a_{G2}(1 - \theta^2), \\ \lambda_4 &= \theta(\theta(1 - c) - (1 + \theta)K_1 - 2\theta(\theta K_2 + (1 - \theta)a_{G2})).\end{aligned}$$

Эти величины положительны, соответственно, при

$$a_{G2} < \frac{1 - c - 2K_1 - \theta(1 + \theta)K_2}{1 - \theta^2} \quad \text{и} \quad a_{G2} < \frac{\theta(1 - c) - (1 + \theta)K_1 - 2\theta^2 K_2}{2\theta(1 - \theta)}.$$

При любых допустимых параметрах и  $\theta \in (0, 1)$  выполнено

$$\frac{1 - c - 2K_1 - \theta(1 + \theta)K_2}{1 - \theta^2} > \frac{\theta(1 - c) - (1 + \theta)K_1 - 2\theta^2 K_2}{2\theta(1 - \theta)},$$

следовательно оба множителя Лагранжа будут положительны при

$$a_{G2} < \frac{\theta(1 - c) - (1 + \theta)K_1 - 2\theta^2 K_2}{2\theta(1 - \theta)}.$$

Резюмируя изложенное выше, получим, что наилучший ответ частного собственника на стратегию государства  $a_{G2}$  имеет вид:

$$a_{P1}^*(a_{G2}) = \begin{cases} 0, & a_{G2} \geq Z_1, \\ \frac{1 - c - (1 - \theta^2)a_{G2}}{2}, & Z_2 \leq a_{G2} < Z_1, \\ K_1, & 0 \leq a_{G2} < Z_2. \end{cases}$$

$$a_{P2}^*(a_{G2}) = \begin{cases} 0, & a_{G2} \geq Z_3, \\ \frac{\theta(1 - c) - (1 + \theta)K_1 - 2\theta(1 - \theta)a_{G2}}{2\theta^2}, & Z_4 \leq a_{G2} < Z_3, \\ K_2, & 0 \leq a_{G2} < Z_4. \end{cases}$$

где пороговые значения

$$\begin{aligned}Z_1 &= \frac{1 - c}{1 - \theta^2}, & Z_2 &= \frac{1 - c - 2K_1}{1 - \theta^2}, \\ Z_3 &= \frac{\theta(1 - c) - (1 + \theta)K_1}{2\theta(1 - \theta)}, & Z_4 &= \frac{\theta(1 - c) - (1 + \theta)K_1 - 2\theta^2 K_2}{2\theta(1 - \theta)}.\end{aligned}$$