

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

В.Б. Реут

Кафедра автоматизированной обработки
экономической информации и статистики ТвГУ

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПЛАНИРОВАНИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ХОЗЯЙСТВУЮЩЕГО СУБЪЕКТА В ВИДЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

The article represents dynamic model of planning of activity of firms as a task of linear programming.

При решении практических задач планирования деятельности любого хозяйствующего субъекта возникает необходимость отвечать на следующие вопросы:

- какие виды деятельности следует избрать на планируемый интервал времени $[0, T]$?
- какой масштаб деятельности определить для избранных видов?;
- когда следует начать тот или иной вид деятельности?;
- какие дополнительные средства, и в каком объеме следует привлечь для успешной реализации плана?

Назовем операцией i любой вид деятельности хозяйствующего субъекта, для которого могут быть количественно определены масштаб деятельности и связанные с ней объемы затрат и выручки во времени.

При таком определении операции под планированием будем понимать отыскание величин X_s^i , где

i – вид деятельности (операция);

s – момент начала операции;

X_s^i – масштаб (уровень, объем) операции вида i , начавшийся в момент времени s .

Рассмотрим класс линейных операций, в которых объемы затрат и поступлений линейно зависят от масштаба операции.

Абстрагируясь от конкретного вида деятельности, будем описывать i -ую операцию следующими характеристиками:

а) объемом затрат, необходимых на осуществление i -ой операции единичного масштаба, который задается функцией $F_i(I, \lambda)$ в зависимости от времени λ , отсчитываемого от момента начала операции s ;

б) объемом поступлений от i -ой операции единичного масштаба в зависимости от λ , который задается функцией $V_i(I, \lambda)$.

При определении затрат на осуществление операции учитываются, как это принято при бухгалтерском подходе, только явные затраты, к которым относят суммы средств, направленных на амортизацию используемого оборудования и оплату всех видов сырья, материалов, рабочей силы и услуг, необходимых для производства и сбыта всех видов производимого товара. Стоимость факторов производства, находящиеся в собственности владельца предприятия и относящихся к неявным затратам не учитывается.

Весь интервал планирования $[0, T]$ разобьем на подинтервалы времени. При практическом планировании в качестве подинтервалов времени могут быть выбраны, например, квартал, месяц, неделя, день. Функции $F_i(I, \lambda)$ и $V_i(I, \lambda)$ будут определять затраты и поступления в каждом подинтервале времени. Текущий момент (подинтервал) времени обозначим через $t, t = \overline{1, n}$. Под моментом времени S будем понимать номер подинтервала, в котором началась операция, тогда продолжительность операции λ к текущему моменту времени t будет определяться как $\lambda = t - S$.

Выразим затраты на проведение i -ой операции к моменту времени t . Эти затраты будут функцией от X_s^i и времени t . Обозначим их через

$$\Phi_i(X_s^i, t - S) = \sum_{S=1}^t \sum_{\lambda=0}^{t-S} F_i(I, \lambda) X_s^i. \quad (1)$$

Аналогично определим поступления от i -ой операции к моменту времени t :

$$W_i(X_s^i, t - S) = \sum_{S=1}^t \sum_{\lambda=0}^{t-S} V_i(I, \lambda) X_s^i. \quad (2)$$

Экономический смысл функции $\Phi_i(X_s^i, t - S)$ – суммарные затраты к моменту времени t на проведение i -ой операции, которая началась в момент s в масштабе X_s^i .

Аналогично определяется смысл функции $W_i(X_s^i, t - S)$ – суммарные поступления к моменту времени t .

Для того чтобы хозяйствующий субъект на любом из подинтервалов интервала времени $[0, T]$ оказался в состоянии проводить планируемые операции, необходимо потребовать выполнение условий:

$$\begin{aligned} W_{(0)} + \sum_{i \in I} W_i(X_s^i, t - S) &\geq \sum_{i \in I} \hat{O}_i(X_s^i, t - S), \\ \check{O}_s^i &\geq 0, \quad i \in I, \quad t = \overline{1, n}, \quad s = \overline{1, t}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $W_{(0)}$ — средства, которые выделяются на проведение операций $i \in I$ в начале планируемого интервала времени;

I — множество альтернативных операций.

Система неравенств (3) определяет пространство выбора плана X_s^i , $i \in I$, $s \in [0, T]$.

В зависимости от цели планирования могут быть выбраны различные критерии выбора. Если задать в качестве критерия выбора плана максимум балансовой прибыли, понимая под балансовой прибылью разницу между объемом поступлений от всех проводимых операций и затратами на интервале времени $[0, T]$, то оптимальный план поведения хозяйствующего субъекта можно получить, решив следующую задачу математического программирования:

$$\max \sum_{i \in I} (W_i(X_s^i, T - S) - \hat{O}_i(X_s^i, T - S))$$

при ограничениях (3).

С учетом (1) и (2) задача определения оптимального поведения хозяйствующего субъекта будет иметь вид:

$$\max \sum_{i \in I} \sum_{s=1}^I \sum_{\lambda=0}^{I-s} (V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)) X_s^i \quad (4)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i \in I} \sum_{s=1}^I \sum_{\lambda=0}^{I-s} (V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)) X_s^i \geq -W_{(0)}, \quad t = \overline{1, n}, \quad (5)$$

$$X_s^i \geq 0, \quad i \in I, \quad s = \overline{1, t}. \quad (6)$$

Введем обобщенную функцию поступлений и затрат по i -ой операции:

$$R_i(1, \lambda) = V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda) \quad (7)$$

Используя обобщенную функцию (7), модель оптимального по критерию максимума балансовой прибыли поведения хозяйствующего субъекта можно представить в следующем виде:

$$\max \sum_{i \in I} \sum_{s=1}^T \sum_{\lambda=0}^{T-s} R_i(1, \lambda) X_s^i \quad (8)$$

при условиях:

$$\sum_{i \in I} \sum_{s=1}^t \sum_{\lambda=0}^{t-s} R_i(1, \lambda) X_s^i \geq 0 - W_{(0)}, \quad \forall t \in [0, T] \quad (9)$$

$$X_s^i \geq 0, \quad i \in I, \quad s = \overline{1, t}. \quad (10)$$

Введем обобщенную интегральную функцию поступлений и затрат по каждой i -ой операции

$$R\dot{a}_i(X_s^i, t - S) = \sum_{s=1}^t \sum_{\lambda=0}^{t-S} R_i(1, \lambda) X_s^i. \quad (11)$$

Экономический смысл интегральной обобщенной функции (11) – суммарные на отрезке времени $[0, t]$ поступления от i -ой операции за минусом всех затрат на том же отрезке времени.

С учетом (11) модель (8)-(10) можно представить в более компактном виде:

$$\max \sum_{i \in I} R\dot{a}_i(X_s^i, t - S) \quad (12)$$

при условиях:

$$\sum_{i \in I} R\dot{a}_i(X_s^i, t - S) \geq -W_{(0)}, \quad \forall t \in [0, T], \quad (13)$$

$$X_s^i \geq 0, \quad i \in I, \quad s = \overline{1, t}. \quad (14)$$

Представленная линейная динамическая модель оптимального планирования поведения хозяйствующего субъекта обладает следующими достоинствами:

1) количественный анализ динамической модели планирования может осуществляться путем решения простой задачи линейного программирования;

2) введение обобщенных функций поступлений и затрат $F_i(1, \lambda)$, $V_i(1, \lambda)$ позволяет автоматически формировать модель оптимального планирования, абстрагируясь от конкретного содержания планируемых операций.

Для лица, принимающего решение, необходимо подготовить лишь данные по функциям поступлений и затрат. Для часто встречающихся операций, проводимых хозяйствующими субъектами, представляется целесообразным подготовить типовые функции поступлений и затрат, тогда потребуется лишь задание конкретных параметров этих функций.