

УДК 338.26:519.86

**ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
ОБЪЕМНО-КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ  
ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ ОБЪЕДИНЕНИЕМ  
ПРЕДПРИНИМАТЕЛЕЙ**

**А.А. Васильев, В.Б. Реут, Е.В. Васильева**

Тверской государственной университет, г. Тверь

*Кафедра математики, статистики и информатики в экономике*

Предложены детерминированные одноэтапные и многоэтапные линейные динамические модели, предназначенные для объемно-календарного планирования производства разнотипной продукции объединением предпринимателей. Данные модели основаны на использовании дискретных зависимостей финансовых затрат на осуществление экономических операций единичного объема от времени и финансовых поступлений от этих операций.

**Ключевые слова:** динамическая модель; дискретная зависимость финансовых затрат на осуществление экономической операции единичного объема от времени; дискретная зависимость финансовых поступлений от осуществления экономической операции единичного объема от времени; критерий максимума чистого дисконтированного дохода; линейная модель; многоэтапная модель; объемно-календарное планирование; одноэтапная модель.

**THE DETERMINATED DYNAMIC MODELS OF VOLUME-  
CALENDAR PRODUCTION PLANNING BY THE GROUP OF  
ENTREPRENEURS**

**A.A. Vasilev, V. B. Reut, E. V. Vasileva**

*The department of mathematics, statistics and informatics in economics  
of Tver State University*

Proposed deterministic single-stage and multistage linear dynamic models, designed for space-scheduling production polytypic products business associations. These models are based on discrete dependencies financial costs of implementing the economic activities of a unit volume of time and financial income from these operations.

**Keywords:** dynamic model, discrete relationship between financial expenditure on unit volume economic transaction and time, discrete relationship between financial earnings from unit volume economic transaction and time, the maximum criteria of the net discounted earnings, line model, multilevel model, volume-calendar planning, one level model.

**Качественная постановка задачи исследования.** Пусть предприниматель располагает начальными финансовыми возможностями  $w_0$ , включающими собственные и, возможно, привлекаемые средства. В качестве объектов предпринимательской (инвестиционной) активности он рассматривает  $I$  видов хозяйственной деятельности, осуществляемой (или способной осуществляться) индивидуальными предпринимателями или малыми предприятиями и не требующей или требующей незначительных инвестиций в основной капитал. Предприниматель планирует создать объединение индивидуальных предпринимателей и/или малых предприятий, предполагая, что интеграция будет выгодна и ему, и этим предпринимателям. Требуется определить программу предпринимательской деятельности, включающую определение привлекательных видов хозяйственной деятельности, а также моменты их начала и объемы, и позволяющую получить максимальную (или заданную) прибыль при исключении возможности банкротства предпринимателя.

**Формализация задачи исследования.** Пусть любой вид хозяйственной деятельности характеризуется следующими параметрами:  $i, i \in [1, \dots, I]$ , - номер вида планируемой хозяйственной деятельности;  $s, s \in [1, \dots, T]$ , - номер интервала планирования возможного начала любого вида деятельности, где  $T$  - горизонт планирования;  $x_s^i$  - масштаб (уровень, объем) деятельности вида  $i$ , начавшейся в интервале планирования  $s$ ;  $z_{s,t}^i(x_s^i)$  - финансовые затраты к интервалу планирования  $t$  ( $t \in [1, \dots, T]$ ) на осуществление деятельности  $i$ -го вида, начавшейся в интервале планирования  $s$  с масштабом  $x_s^i$ ;  $w_{s,t}^i(x_s^i)$  - предполагаемая выручка к интервалу планирования  $t$  ( $t \in [1, \dots, T]$ ) от осуществления, начатой в  $s$ -ом интервале планирования деятельности вида  $i$  с масштабом  $x_s^i$ .

При этих обозначениях план хозяйственной деятельности  $i$ -го вида (временной ряд управления операцией  $i$ -го вида) будет представлять собой динамический ряд объемов последовательности экономических операций  $i$ -го вида за  $t$  интервалов планирования, то есть  $X_t^i = (x_1^i, \dots, x_s^i, \dots, x_t^i)$ ,  $i \in [1, \dots, I]$ .

Предполагаемые финансовые затраты  $Z_t(x_t^i)$  за  $t$  интервалов планирования на проведение последовательности экономических операций  $i$ -го вида в случае использования управления  $x_t^i$  будут связаны с параметрами операции формулой

$$Z_i(X^i_t) = \sum_{s=1}^t z_{s,t}^i(x_s^i).$$

Предполагаемая выручка  $w_i(X^i_t)$  за  $t$  интервалов планирования от осуществления последовательности экономических операций  $i$ -го при управлении  $X^i_t$  будет равна

$$w_i(X^i_t) = \sum_{s=1}^t w_{s,t}^i(x_s^i).$$

Условие исключения возможности банкротства предпринимателя, заключающееся в превышении имеющихся у него финансовых возможностей по проведению экономических операций и финансовых поступлений от их проведения над финансовыми затратами, связанными с проведением экономических операций, на каждом из интервалов планирования имеет вид:

$$w_0 + \sum_{i=1}^I w_i(X^i_t) \geq \sum_{i=1}^I Z_i(X^i_t), \quad t \in [1, \dots, T].$$

При использовании в качестве критерия оптимальности предпринимательской деятельности (выбора временных рядов управления  $X^i_t, i \in [1, \dots, I]$ ) максимума балансовой прибыли за весь период планирования  $T$  экономико-математическую модель объемно-календарного планирования экономических операций можно представить в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^I [w_i(X^i_T) - Z_i(X^i_T)] \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$w_0 + \sum_{i=1}^I w_i(X^i_t) \geq \sum_{i=1}^I Z_i(X^i_t), \quad t \in [1, \dots, T], \quad (2)$$

$$x_s^i \geq 0, \quad i \in [1, \dots, I], \quad s \in [1, \dots, T]. \quad (3)$$

Условие (3) накладывает на решение задачи планирования требование неотрицательности объемов всех операций на всех интервалах планирования.

При выборе в качестве критерия оптимальности предпринимательской деятельности минимума затрат на всем интервале планирования (при условии достижения величины балансовой прибыли за весь период планирования не менее некоторой заданной величины  $w^*$ ) математическая модель объемно-календарного планирования экономических операций будет иметь вид:

$$\sum_{i=1}^I Z_i(X^i_T) \rightarrow \min, \quad (4)$$

$$W_0 + \sum_{i=1}^I W_i (X_i^i) \geq \sum_{i=1}^I Z_i (X_i^i), \quad t \in [1, \dots, T], \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^I [W_i (X_i^i) - Z_i (X_i^i)] \geq W^*, \quad (6)$$

$$x_s^i \geq 0, \quad i \in [1, \dots, I], \quad s \in [1, \dots, T]. \quad (7)$$

В ряде случаев экономико-математические модели (1)-(3) и (4)-(7) дополняются требованием целочисленности переменных  $x_s^i$ ,  $i \in [1, \dots, I]$ ,  $s \in [1, \dots, T]$ . В общем случае данные модели являются нелинейными.

**Базовое решение экономико-математических моделей (1)-(3) и (4)-(7).** Экономико-математические модели (1)-(3) и (4)-(7) относятся к классу детерминированных одноэтапных динамических моделей объемно-календарного планирования производства и близки к моделям объемно-календарного планирования многономенклатурного производства, рассмотренным в [1, с. 136-148; 2, с. 193-196; 3, с. 80-83; 4, с. 42-47; 5, с. 124-133; 6, с. 257-277].

Традиционный путь решения таких моделей заключается в сведении их к задачам линейного программирования на основе введения ряда допущений и вектор-функций времени норм разных показателей на единицу каждого вида продукции в течение цикла их изготовления.

Для решения рассматриваемых моделей в качестве вектор-функций таких норм в [7, с. 143] предложено использовать дискретные зависимости финансовых затрат на осуществление операций единичного объема от времени и финансовых поступлений от этих операций, а также допущение о линейной зависимости финансовых затрат на проведение операций и финансовых поступлений от их объема. В этом случае выражения для вычисления значений величин  $z_{s,t}^i(x_s^i)$  и  $w_{s,t}^i(x_s^i)$  примут вид [8, с. 71]:

$$z_{s,t}^i(x_s^i) = x_s^i \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} F_i(1, \lambda), \quad t \geq s, \quad (8)$$

$$w_{s,t}^i(x_s^i) = x_s^i \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} V_i(1, \lambda), \quad t \geq s, \quad (9)$$

где  $\lambda$ ,  $\lambda \in [1, \dots, T]$ , - относительный номер интервала планирования, отсчитываемый от интервала планирования  $s$ , в котором началась операция  $i$ -го вида;  $t-s+1$ ,  $(t-s+1) \in [1, \dots, T]$ , - количество интервалов планирования, прошедшее с момента начала  $s$  операции  $i$ -го вида до  $t$ -го интервала планирования;  $F_i(1, \lambda)$ ,  $\lambda \in [1, \dots, T]$ , - дискретная функция финансовых затрат на проведения операции  $i$ -го

вида единичного объема, определенная на всех интервалах планирования;  $V_i(1, \lambda)$ ,  $\lambda \in [1, \dots, T]$ , – дискретная функция финансовых поступлений от операции  $i$ -го вида единичного объема, определенная на всех интервалах планирования.

При этом предполагается, что вид дискретных функций  $F_i(1, \lambda)$  и  $V_i(1, \lambda)$  известен для всех видов рассматриваемых экономических операций (видов деятельности).

С учетом (8) и (9) выражения для вычисления значений величин  $W_i(X_i^t)$  и  $Z_i(X_i^t)$  принимают следующий вид:

$$W_i(X_i^t) = \sum_{s=1}^t \left( x_s^i \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} V_i(1, \lambda) \right), \quad (10)$$

$$Z_i(X_i^t) = \sum_{s=1}^t \left( x_s^i \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} F_i(1, \lambda) \right). \quad (11)$$

Используя выражения (10) и (11), математическая модель объемно-календарного планирования экономических операций (1)-(3) может быть представлена в виде следующей линейной динамической модели:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^T \sum_{\lambda=1}^{T-s+1} [V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \rightarrow \max, \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^t \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} [F_i(1, \lambda) - V_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \leq W_0, \quad t \in [1, \dots, T], \quad (13)$$

$$x_s^i \geq 0, \quad i \in [1, \dots, I], \quad s \in [1, \dots, T]. \quad (14)$$

Модель (4)-(7) будет иметь вид:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^T \sum_{\lambda=1}^{T-s+1} F_i(1, \lambda) \cdot x_s^i \rightarrow \min, \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^t \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} [F_i(1, \lambda) - V_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \leq W_0, \quad t \in [1, \dots, T], \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{s=1}^T \sum_{\lambda=1}^{T-s+1} [V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \geq W^*, \quad (17)$$

$$x_s^i \geq 0, \quad i \in [1, \dots, I], \quad s \in [1, \dots, T]. \quad (18)$$

Построенные экономико-математические модели (12)-(14) и (15)-(18) при дополнении их рядом ограничений, отражающих специфику конкретных условий, могут достаточно широко использоваться при планировании экономических операций для определения их масштабов и сроков начала осуществления.

При этом особый интерес представляет возможность использования рассмотренных моделей для управления ходом развития экономических операций и для определения условий выхода организаций на рентабельное функционирование и на саморазвитие.

**Применение экономико-математических моделей (12)-(14) и (15)-(18) на практике.** Данные модели были использованы при определении условий выхода на саморазвитие фирмы по производству мясной продукции [9] и продемонстрировали адекватность моделируемому процессу.

**Многоэтапные линейные динамические модели объемно-календарного планирования.** Детерминированные одноэтапные линейные модели объемно-календарного планирования экономических операций предполагают неизменными условия проведения операций.

В условиях переходной экономики, наличия инфляционных процессов, изменения рыночного спроса и предложения и при достаточно длительном интервале планирования возникает необходимость в постоянной корректировке плана, которая может быть обеспечена за счет использования многоэтапных моделей планирования экономических операций.

Многоэтапная линейная модель объемно-календарного планирования экономических операций при фиксированном множестве видов деятельности и при фиксированном горизонте планирования может быть представлена в виде [10, с. 85]:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{s=T_j^K+1}^T \sum_{\lambda=1}^{T-s+1} [V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \rightarrow \max, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^I \sum_{s=T_j^K+1}^t \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} [F_i(1, \lambda) - V_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \leq W_0 + \\ & + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \sum_{s=T_{j-1}^K+1}^{T_j^K} \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} [\tilde{V}_{i,j-1}(1, \lambda) - \tilde{F}_{i,j-1}(1, \lambda)] \cdot \tilde{x}_s^{i,j-1}, \quad (20) \end{aligned}$$

$$t \in [T_j^K + 1, \dots, T], \quad T_0^K < T_1^K < \dots < T_j^K < \dots < T_J^K, \quad T_0^K = 0, \\ x_s^i \geq 0, \quad i \in [1, \dots, I], \quad s \in [T_j^K + 1, \dots, T], \quad (21)$$

где  $j, j \in [1, \dots, J]$  - порядковый номер корректировки плана;  
 $J$  - текущий номер корректировки плана;

$T_j^K, j \in [1, \dots, J]$  - номер интервала планирования, соответствующий времени проведения  $j$ -ой корректировки плана;

$\tilde{V}_{i,j-1}(1, \lambda), \tilde{F}_{i,j-1}(1, \lambda), i \in [1, \dots, I], j \in [1, \dots, J]$  - дискретные функции поступлений и затрат экономической операции  $i$ -го вида единичного объема от времени, использовавшиеся до начала проведения  $j$ -ой корректировки плана

$(\tilde{V}_{i,0}(1, \lambda), \tilde{F}_{i,0}(1, \lambda), i \in [1, \dots, I])$ , – дискретные функции поступлений и затрат экономической операции  $i$ -го вида единичного объема от времени, использовавшиеся при составлении первоначального плана);  $V_i(1, \lambda), F_i(1, \lambda), i \in [1, \dots, I]$ , – принятые к использованию при последней корректировке плана дискретные функции затрат и поступлений экономической операции  $i$ -го вида единичного объема от времени;  $\tilde{x}_s^{i,j-1}, i \in [1, \dots, I], j \in [1, \dots, J], s \in [1, \dots, T_j^K]$ , – объем проводящейся к моменту  $j$ -ой корректировки плана  $i$ -ой экономической операции, начавшейся в  $s$ -ом интервале планирования.

При фиксированном множестве видов деятельности и изменяющемся при корректировке плана горизонте планирования модель (19)-(21) преобразуется к виду [11, с. 73-74]:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{s=T_j^K+1}^{T_j^r} \sum_{\lambda=1}^{T_j^r-s+1} [V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \rightarrow \max, \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{s=T_j^K+1}^t \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} [F_i(1, \lambda) - V_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \leq W_0 +$$

$$+ \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \sum_{s=T_{j-1}^K+1}^{T_j^K} \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} [\tilde{V}_{i,j-1}(1, \lambda) - \tilde{F}_{i,j-1}(1, \lambda)] \cdot \tilde{x}_s^{i,j-1}, \quad (23)$$

$$t \in [T_j^K+1, \dots, T], \quad T_0^K < T_1^K < \dots < T_j^K < \dots < T_J^K, \quad T_0^K = 0,$$

$$x_s^i \geq 0, \quad i \in [1, \dots, I], \quad s \in [T_j^K+1, \dots, T_j^r], \quad (24)$$

где  $T_j^r, j \in [1, \dots, J]$ , – принятый при  $j$ -ой корректировке плана горизонт планирования;  $T_0^K$  – количество интервалов планирования при составлении первоначального плана.

При изменяющихся при корректировке плана горизонте планирования и множестве видов деятельности модель (22)-(24) принимает следующий вид [11, с. 73-74]:

$$\sum_{i=1}^{I_j} \sum_{s=T_j^K+1}^{T_j^r} \sum_{\lambda=1}^{T_j^r-s+1} [V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \rightarrow \max, \quad (25)$$

$$\sum_{i=1}^{I_j} \sum_{s=T_j^K+1}^t \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} [F_i(1, \lambda) - V_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \leq W_0 +$$

$$+ \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{I_{j-1}} \sum_{s=T_{j-1}^K+1}^{T_j^K} \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} [\tilde{V}_{i,j-1}(1, \lambda) - \tilde{F}_{i,j-1}(1, \lambda)] \cdot \tilde{x}_s^{i,j-1}, \quad (26)$$

$$t \in [T_j^K+1, \dots, T], \quad T_0^K < T_1^K < \dots < T_j^K < \dots < T_J^K, \quad T_0^K = 0,$$

$$x_s^i \geq 0, \quad i \in [1, \dots, I_j], \quad s \in [T_j^K+1, \dots, T_j^r], \quad (27)$$

где  $I_j, j \in [1, \dots, J]$ , – количество альтернативных видов деятельности при  $j$ -ой корректировке плана ( $I_0$  – количество альтернативных экономических операций при составлении первоначального плана).

При разработке моделей (19)-(21), (22)-(24) и (25)-(27) принято общее допущение о том, что функции затрат и поступлений единичного объема экономических операций, проводящихся к моменту корректировки плана, сохраняются неизменными до их окончания. Указанное допущение не позволяет в полной мере учесть различия одних и тех же параметров дискретных функций финансовых затрат и поступлений единичного объема для одних и тех же экономических операций в различных интервалах планирования. Более адекватная условиям динамично развивающейся внешней среды функционирования экономико-математическая модель оптимального объемно-календарного планирования экономических операций имеет вид [10, с. 86]:

$$\sum_{i=1}^{I_j} \sum_{s=T_j^K+1}^{T_j^F} \sum_{\lambda=1}^{T_j^F-s+1} [V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \rightarrow \max, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{I_j} \sum_{s=T_j^K+1}^t \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} [F_i(1, \lambda) - V_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \leq W_0 + \\ & + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{I_{j-1}} \sum_{s=T_{j-1}^K+1}^{T_j^K} \sum_{\lambda=1}^{T_j^K-s+1} [\tilde{V}_{i,j-1}(1, \lambda) - \tilde{F}_{i,j-1}(1, \lambda)] \cdot \tilde{x}_s^{i,j-1} + \\ & + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{I_{j-1}} \sum_{s=T_{j-1}^K+1}^{T_j^K} \sum_{\lambda=T_j^K-s+2}^{t-s+1} [V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)] \cdot \tilde{x}_s^{i,j-1}, \\ & t \in [T_j^K+1, \dots, T_j^F], \quad T_0^K < T_1^K < \dots < T_j^K < \dots < T_j^K, \quad T_0^K = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

$$x_s^i \geq 0, \quad i \in [1, \dots, I_j], \quad s \in [T_j^K+1, \dots, T_j^F]. \quad (30)$$

Второе слагаемое в правой части ограничения (29) представляет собой балансовую прибыль от проведения экономических операций до текущего этапа корректировки плана. Третье слагаемое в правой части данного ограничения имеет смысл предполагаемой балансовой прибыли от завершения экономических операций, проводившихся к текущему этапу корректировки плана, в новых условиях.

Одноэтапная модель (12)-(14), а также многоэтапные модели (19)-(21), (22)-(24) и (25)-(27) представляют собой частные случаи более общей модели (28)-(30) при разных допущениях. Обозначения  $x_s^i$ ,



$V_i(1, \lambda)$ ,  $F_i(1, \lambda)$ , имеющиеся во всех перечисленных моделях, относятся к текущему этапу корректировки плана.

Область применения рассмотренных моделей объемно-календарного планирования экономических операций ограничена следующими обстоятельствами: 1) допущением о возможности получения предпринимателем безвозвратных инвестиций; 2) допущением об освобождении предпринимателя от налога на прибыль.

Учет финансовых выплат по погашению кредитов в указанных моделях может быть обеспечен путем введения в правую часть ограничений, определяющих область допустимых временных рядов управления, соответствующего потока платежей. В этом случае ограничение (29) примет вид:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{I_j} \sum_{s=T_j^K+1}^t \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} [F_i(1, \lambda) - V_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i &\leq W_0 - \sum_{s=1}^{T_j^K} W_s - \sum_{s=T_j^K+1}^t W_s + \\ &+ \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{I_{j-1}} \sum_{s=T_{j-1}^K+1}^{T_j^K} \sum_{\lambda=1}^{T_j^K-s+1} [\tilde{V}_{i,j-1}(1, \lambda) - \tilde{F}_{i,j-1}(1, \lambda)] \cdot \tilde{x}_s^{i,j-1} + \\ &+ \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{I_{j-1}} \sum_{s=T_{j-1}^K+1}^{T_j^K} \sum_{\lambda=T_j^K-s+2}^{t-s+1} [V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)] \cdot \tilde{x}_s^{i,j-1}, \\ &t \in [T_j^K+1, \dots, T_j^r], \quad T_0^K < T_1^K < \dots < T_j^K < \dots < T_j^r, \quad T_0^K = 0, \end{aligned}$$

где  $W_s, s \in [1, \dots, T_j^r]$ , – финансовые затраты на погашение привлеченных кредитов с учетом кредитной ставки в  $s$ -ом интервале планирования.

Второе слагаемое в правой части данного ограничения представляет собой сумму финансовых затрат на погашение кредитов с учетом кредитной ставки за время от начала проведения экономических операций до текущего этапа корректировки плана включительно, а третье – финансовые затраты на погашение кредитов с учетом кредитной ставки за время от начала проведения экономических операций в соответствии с новым планом до  $t$ -го интервала планирования.

При использовании в качестве критерия выбора оптимального плана критерия максимума чистого дисконтированного дохода, приведенного к текущему этапу корректировки плана, и при учете потоков платежей по погашению кредитов оптимальная по критерию максимума балансовой прибыли многоэтапная линейная динамическая модель (28)-(30) преобразуется к виду [12, с. 76]:

$$\sum_{i=1}^{I_j} \sum_{s=T_j^K+1}^{T_j^r} \sum_{\lambda=1}^{T_j^r-s+1} k'_o(T_j^K, s, \lambda) \cdot [1 - \beta_{np}(s + \lambda - 1)] \cdot [V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \rightarrow \max,$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{I_j} \sum_{s=T_j^K+1}^t \sum_{\lambda=1}^{t-s+1} k'_o(T_j^K, s, \lambda) \cdot [1 - \beta_{np}(s + \lambda - 1)] \cdot [F_i(1, \lambda) - V_i(1, \lambda)] \cdot x_s^i \leq \\ & \leq k'_u(T_j^K) \cdot W_0 - \sum_{s=1}^{T_j^K} k''_u(T_j^K, s) \cdot W_s - \sum_{s=T_j^K+1}^t k''_o(T_j^K, s) \cdot W_s + \\ & + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{I_{j-1}} \sum_{s=T_{j-1}^K+1}^{T_j^K} \sum_{\lambda=1}^{T_j^K-s+1} k''_u(T_j^K, s, \lambda) \cdot [1 - \beta_{np}(s + \lambda - 1)] \cdot [\tilde{V}_{i,j-1}(1, \lambda) - \tilde{F}_{i,j-1}(1, \lambda)] \cdot \tilde{x}_s^{i,j-1} + \\ & + \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{I_{j-1}} \sum_{s=T_{j-1}^K+1}^{T_j^K} \sum_{\lambda=T_{j-1}^K-s+2}^{t-s+1} k'_o(T_j^K, s, \lambda) \cdot [1 - \beta_{np}(s + \lambda - 1)] \cdot [V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda)] \cdot \tilde{x}_s^{i,j-1}, \\ & t \in [T_j^K + 1, \dots, T_j^r], \quad T_0^K < T_1^K < \dots < T_j^K < \dots < T_J^K, \quad T_0^K = 0, \end{aligned}$$

$$x_s^i \geq 0, \quad i \in [1, \dots, I_j], \quad s \in [T_j^K + 1, \dots, T_j^r],$$

$$\text{где } \beta_{np}(s + \lambda - 1) = \begin{cases} 0, & \text{если } V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda) \leq 0, \\ \beta_{np}, & \text{если } V_i(1, \lambda) - F_i(1, \lambda) > 0; \end{cases}$$

$\beta_{np}$  – ставка налога на прибыль;

$$k'_o(T_j^K, s, \lambda) = \begin{cases} 1, & \text{если } k = s + \lambda - T_j^K - 2 = 0, \\ 1 / \prod_{k=1}^{s+\lambda-T_j^K-2} (1 + d_k), & \text{если } s + \lambda - T_j^K - 2 > 0, \end{cases} -$$

коэффициент дисконтирования целевой функции, левой части первого ограничения и пятого слагаемого правой части данного ограничения на  $k$ -м интервале планирования, отсчитываемом от номера интервала текущей корректировки плана;

$d_k$  – ставка дисконта на  $k$ -м интервале планирования, отсчитываемом от номера интервала текущей корректировки плана;

$$k''_o(T_j^K, s) = \begin{cases} 1, & \text{если } k = s - T_j^K - 1 = 0, \\ 1 / \prod_{k=1}^{s-T_j^K-1} (1 + d_k), & \text{если } s - T_j^K - 1 > 0, \end{cases} -$$

коэффициент дисконтирования третьего слагаемого правой части первого ограничения;

$$k'_u(T_j^K) = \prod_{k=1}^{T_j^K} (1 + a_k) - \text{коэффициент накопления для первого}$$

слагаемого правой части первого ограничения;

$a_k$  – ставка накопления на  $k$ -м интервале планирования, начиная с первого;

$$k''_u(T_j^K, s) = \prod_{k=1}^s (1 + a_k) - \text{коэффициент накопления для второго}$$

слагаемого правой части первого ограничения;

$$k_n'''(T_j^K, s, \lambda) = \prod_{k=1}^{s+\lambda-1} (1+a_k) \quad - \text{ коэффициент накопления для}$$

четвертого слагаемого правой части первого ограничения.

К условиям корректного применения данной экономико-математической модели следует отнести: выполнение допущения о линейной зависимости как переменных, так и постоянных финансовых затрат на проведение экономических операций от ее объема; наличие дискретных функций финансовых поступлений от проведения экономических операций единичного объема от времени, рассчитанных с учетом налога на добавленную стоимость; наличие дискретных функций финансовых затрат на проведение экономических операций единичного объема от времени, рассчитанных с учетом переменных и постоянных затрат.

При невыполнении допущения о линейной зависимости постоянных финансовых затрат на проведение экономической операции от ее объема необходимо в целевую функцию и в первое ограничение добавить слагаемые, учитывающие данный вид затрат на проведение операций на каждом интервале планирования. В этом случае расчет дискретных функций финансовых затрат на проведение экономических операций единичного объема следует производить с учетом только переменных затрат.

Рассмотренные детерминированные одноэтапные и многоэтапные линейные динамические экономико-математические модели объемно-календарного планирования могут быть положены в основу математического обеспечения информационной технологии планирования производства продукции объединением (ассоциацией) крестьянских (фермерских) хозяйств.

- 
1. Экономико-математические модели в системе управления предприятиями: монография / Под ред. Н.П. Федоренко и И.П. Шубкиной. – М.: Наука, 1983. – 402 с.
  2. Емеличев В.А., Комлик В.И. Метод построения последовательности планов для решения задач дискретной оптимизации: монография. – М.: Наука, 1981. – 208 с.
  3. Оптимизация планов производства: монография / М.В. Лычагин, В.Д. Маркова, Н.Б. Мироносецкий и др. – Новосибирск: Наука, 1987. – 216 с.
  4. Уздемир А.П. Динамические целочисленные задачи оптимизации в экономике: монография. – М.: Физматлит, 1995. – 288 с.
  5. Крылатых Э.Н. Система моделей в планировании сельского хозяйства. – М.: Экономика, 1979. – 200 с.
  6. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве: монография / А.М. Гатаулин, Г.В. Гаврилов, Т.М. Сорокина и др.; под ред. А.М. Гатаулина. – М.: Агрпромпиздат, 1990. – 432 с.

7. Реут В.Б. Методология разработки модели саморазвития фирмы с учетом динамики затрат и инвестиционных поступлений / Сборник научных трудов по материалам II Всероссийской научно-практической конференции «Прогнозирование экономической конъюнктуры в системах маркетинга». Ч. I // Под ред. С.Г. Светунькова – Ульяновск: УлГУ, 1999. – С. 142-143.
8. Реут В.Б., Васильева Е.В. Динамические модели объемно-календарного планирования экономических операций / Вопросы теории и практики автоматизированной обработки экономической информации: сб. науч. тр. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2000. – С. 69-72.
9. Васильева Е.В. Использование модели саморазвития фирмы для оценки возможностей увеличения производства мясопродукции в Тверской области / Сборник материалов научно-практической конференции «Управление регионом: состояние и перспективы развития». – Тверь: Администрация Тверской области, Российская академия государственной службы при Президенте РФ, 1998. – С. 193-196.
10. Васильева Е.В. Многоэтапные динамические модели объемно-календарного планирования экономических операций / Экономика, экология и общество России в 21-м столетии: труды 9-й Международной научно-практической конференции. Ч. 4. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2007. – С. 85-86.
11. Васильева Е.В. Детерминированные многоэтапные линейные динамические модели объемно-календарного планирования экономических операций / Вопросы теории и практики автоматизированной обработки экономической информации: сб. науч. тр. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2000. – С. 72-75.
12. Реут В.Б., Васильева Е.В. Оптимальная по критерию максимума чистого дисконтированного дохода многоэтапная линейная динамическая модель объемно-календарного планирования экономических операций с учетом выплат по погашению кредитов / Вопросы теории и практики автоматизированной обработки экономической информации: сб. науч. тр. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2000. – С. 75-77.

*Об авторах:*

ВАСИЛЬЕВ Александр Анатольевич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент кафедры математики, статистики и информатики в экономике Тверского государственного университета, e-mail

ВАСИЛЬЕВА Екатерина Васильевна – доцент кафедры математики, статистики и информатики в экономике Тверского государственного университета, e-mail

РЕУТ Владимир Борисович – доктор технических наук, профессор кафедры математики, статистики и информатики в экономике Тверского государственного университета, e-mail