

УДК 631.1:330.4

ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ

А.В. Ганичева, А.С. Карпунина

Тверская государственная сельскохозяйственная академия
Кафедра математики

Показано, что на основе рассмотренных биологических индексов удается сравнивать и объединять разнородные совокупности, оценивать уживаемость сельскохозяйственных культур и ряд других задач.

Ключевые слова: биологические индексы, индекс биологической экспансии, индекс уживаемости, аналитические индексы состава.

THE INDEX METHOD IN AGRIBUSINESS

A. V. Ganicheva, A. S. Karpunina

The mathematic department of Tver State Agricultural Academy

The author points out that it is possible to compare and combine different identities, evaluate the co-existence of various crops on the basis of the biological indexes mentioned above.

Keywords: biological indexes, biological expansion index, getting along index, analytical membership index.

Важными задачами оценки эффективности сельского хозяйства являются задачи анализа уживаемости сельскохозяйственных культур, видов скота и т.д., а также определения влияния составляющих ингредиентов на показатели роста, качества и т.п.

Можно рассматривать растения, зерновые, птицу, плодово-ягодные деревья и кустарники, а также соответствующую продукцию: овощи, ягоды, крупы, мясо, яйца. Группы этих объектов могут быть как однородные, так и неоднородные. Объект исследования будем обозначать через о.и.

В статистике, социологии широко используется индексный метод [1], [2]. В данной работе будет рассмотрена модификация этого метода применительно к сельскому хозяйству в условиях определённости и неопределённости.

Индексом называется относительный показатель, характеризующий изменение какого – либо явления, состоящего из соизмеримых элементов, во времени, пространстве или по сравнению с любым эталоном. В статье используется понятие *биологического*

индекса как инструмента классификации, сравнения и измерения, конструируемого на основе логического и аналитического комбинирования эмпирических индикаторов. Можно различать *биометрические индексы* и *индексы состава*.

Количественная обработка исходных биоматриц в разработанном методе помогает в выявлении лидеров групп, формировании жизнестойких представителей, в оценке их биологического «микrokлимата», т. е. «уживаемости». Уживаемость о.и. X с о.и. Y заключается в отсутствии негативного воздействия со стороны Y на X . Можно рассмотреть случаи: 1) позитивной уживаемости X с Y , когда Y положительно влияет на X ; 2) нейтральной уживаемости X с Y , при которой Y безразличен к X и не оказывает на X никакого воздействия; 3) негативной уживаемости (неуживаемости) X с Y , когда Y отрицательно действует на X .

Пример уживаемости о.и. друг с другом показан в таблице 1. Здесь под уживаемостью понимается влияние на урожайность овощей от их соседства друг с другом. В данной таблице приняты следующие обозначения: X_1 – горох, X_2 – капуста, X_3 – картофель, X_4 – огурцы, X_5 – помидоры, X_6 – чеснок. Под уживаемостью в широком смысле понимается взаимодействие объектов на любом расстоянии и в любом промежутке времени. Например, возможность посадки одной культуры после другой.

В таблице 1 знак «+» («-») в столбце j ($j=\overline{1,6}$) означает, что X_j позитивно уживается (не уживается) с X_i ($i=\overline{1,6}$), рефлексивное отношение уживаемости X_i с X_i обозначено «*», а пустая клетка (i, j) соответствует безразличному отношению (нейтральной уживаемости) X_j к X_i .

Таблица 1

	С кем уживается						Всего		
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	+	-	±
X_1	*	+	+	-	-		2	2	4
X_2	-	*	-	+	+		2	2	4
X_3	+	+	*	+	-		3	1	4
X_4			+	*	-		1	1	2
X_5	-	+		+	*		2	1	3
X_6	+					*	1	0	1
+	2	3	2	3	1	0	11		
-	2	0	1	1	3	0		7	
±	4	3	3	4	4	0			18

Результаты предварительной обработки по строкам позволяют оценить *биологический статус* членов группы, а по столбцам – их *биологическую экспансию*. Так, в рассмотренном примере самый низкий показатель уживаемости у членов группы с о.и. X_2 (с капустой) и с о.и. X_5 (с помидорами). Определённые выводы об этих характеристиках можно сделать по числам, приведенным в таблице, но более действенным будет использование биометрических индексов, которые подразделяются на персональные и групповые. Персональные индексы, в свою очередь, можно подразделить на индексы биологического статуса, индексы биологической экспансии. Групповые биоиндексы объединяют индексы связности, взаимосвязанности (сплочённости), уживаемости. Рассмотрим введённые индексы подробнее.

Через v_i^+ будем обозначать суммарный положительный показатель уживаемости с i -ым о.и. остальных объектов. Через v_i^- – суммарный показатель неуживаемости с i -ым о.и. остальных объектов, v_i^0 – показатель безразличного отношения к i -ому о.и. других объектов (будем называть его нулевой показатель).

Индексы биологического положительного, отрицательного и нулевого статуса i -ого о.и. (из общего числа N) оцениваются как отношения c_i^+ , c_i^- , c_i^0 соответственно числа положительных v_i^+ , отрицательных v_i^- и нулевых v_i^0 показателей уживаемости выбранной группы объектов с i -ым о.и. к числу выборов $N-1$:

$$c_i^+ = v_i^+ / (N - 1); c_i^- = v_i^- / (N - 1); c_i^0 = v_i^0 / (N - 1). \quad (1)$$

Данные индексы характеризуют соответственно степени позитивного, негативного и безразличного отношения группы о.и. к i -ому о.и. Степень преобладания позитива или негатива в этом отношении характеризует индекс c_i^{+-} :

$$c_i^{+-} = c_i^+ - c_i^- = (v_i^+ - v_i^-) / (N - 1). \quad (2)$$

Аналогично степень преобладания позитива или безразличия и негатива или безразличия характеризуется соответственно индексами:

$$c_i^{+0} = c_i^+ - c_i^0 \quad \text{и} \quad c_i^{0-} = c_i^0 - c_i^- . \quad (3)$$

Индекс общего биологического статуса C_i характеризует степень не безразличия группы о.и. по отношению к i -ому о.и., т.е. степень позитивной уживаемости или неуживаемости с ним:

$$C_i = c_i^+ + c_i^- = (v_i^+ + v_i^-) / (N - 1). \quad (4)$$

Для рассмотренного примера данные индексы показаны в таблице 2.

Из формул следует, что индексы биологического статуса представляют собой относительные частоты тех или иных выборов.

По аналогии с индексами биологического статуса могут использоваться индексы биологической экспансии (активности) $\mathfrak{A}_i^+, \mathfrak{A}_i^-, \mathfrak{A}_i^{+-}, \mathfrak{A}_i^{+0}, \mathfrak{A}_i^{0-}, \mathfrak{A}_i$ характеризующие соответственно положительную, отрицательную, безразличную, преобладающую ((6)-(8)) и общую активность (9) i -ого о.и. по выражению его отношения к остальным представителям группы объектов. Расчет индексов биологической экспансии производится по следующим формулам:

$$\mathfrak{A}_i^+ = \mu_i^+ / (N - 1); \mathfrak{A}_i^- = \mu_i^- / (N - 1); \mathfrak{A}_i^0 = \mu_i^0 / (N - 1), \quad (5)$$

$$\mathfrak{A}_i^{+-} = \mathfrak{A}_i^+ - \mathfrak{A}_i^- = (\mu_i^+ - \mu_i^-) / (N - 1), \quad (6)$$

$$\mathfrak{A}_i^{+0} = \mathfrak{A}_i^+ - \mathfrak{A}_i^0 = (\mu_i^+ - \mu_i^0) / (N - 1), \quad (7)$$

$$\mathfrak{A}_i^{0-} = \mathfrak{A}_i^0 - \mathfrak{A}_i^- = (\mu_i^0 - \mu_i^-) / (N - 1), \quad (8)$$

$$\mathfrak{A}_i = \mathfrak{A}_i^+ + \mathfrak{A}_i^- = (\mu_i^+ + \mu_i^-) / (N - 1). \quad (9)$$

Здесь μ_i^+ , μ_i^- и μ_i^0 , соответственно, – число позитивной уживаемости, неуживаемости и безразличия i -ого о.и. к представителям группы. В таблице 2 представлены результаты расчета персональных биоиндексов по данным таблицы 1.

Таблица 2

О. и.	индексы биологического статуса							индексы биологической экспансии						
	C_i^+	C_i^-	C_i^0	C_i^{+-}	C_i^{+0}	C_i^{0-}	C_i	\mathfrak{A}_i^+	\mathfrak{A}_i^-	\mathfrak{A}_i^0	\mathfrak{A}_i^{+-}	\mathfrak{A}_i^{+0}	\mathfrak{A}_i^{0-}	\mathfrak{A}_i
X_1	0,4	0,4	0,2	0,0	0,2	-0,2	0,8	0,4	0,4	0,2	0	0,2	-0,2	0,8
X_2	0,2	0,2	0,6	0,0	-0,4	0,4	0,4	0,6	0,0	0,4	0,6	0,2	0,4	0,6
X_3	0,6	0,4	0,3	0,1	0,3	-0,1	1,0	0,6	0,4	0,0	0,2	0,6	-0,4	1,0
X_4	0,4	0,4	0,2	0,0	0,2	-0,2	0,8	0,2	0,4	0,4	-0,2	-0,2	0,0	0,6
X_5	0,2	0,6	0,2	-0,4	0,0	-0,4	0,8	0,2	0,8	0,0	-0,6	0,2	-0,8	1,0
X_6	0,4	0,2	0,4	0,2	0,0	0,2	0,6	0,2	0,2	0,6	0,0	-0,4	0,4	0,4

Из анализа таблицы следует:

1) X_3 (картофель) – признанный лидер по уживаемости с ним других представителей (максимальный положительный индекс C_i^+);

2) X_1 (помидоры) – «изгой» группы, т.к. с ними не уживается наибольшее число членов группы (максимальный отрицательный индекс $C_i^- = 0,6$);

3) X_3 (картофель) – самый активный и популярный представитель из группы: максимальная уживаемость его с другими и других с ним (максимальные индекс активности и биоиндекс статуса);

4) X_1 (горох), X_4 (огурцы), X_5 (помидоры) имеют максимальный индекс C_i , т.е. наибольшую степень не безразличия к ним других представителей;

5) X_3 (картофель) и X_5 (помидоры) биологически наиболее активны (максимальный биоиндекс \mathcal{E}_i);

6) X_2 (капуста) и X_3 (картофель) оказывают наиболее сильное положительное действие на других представителей (максимальный положительный индекс \mathcal{E}_i^+);

7) данная группа не достаточно устойчива, т.к. есть отрицательные индексы \mathcal{E}_4^+ , \mathcal{E}_5^+ что говорит о преобладании негативного воздействия в отношении X_4 (огурцов) и X_5 (помидоров) на остальные объекты.

Групповой индекс связанности Γ_c характеризует степень небезразличного отношения представителей группы объектов друг к другу. Количественно он определяется как отношение суммарного числа показателей позитивной уживаемости и неуживаемости

$S = \sum_{i=1}^N (v_i^+ + v_i^-)$, к потенциальному числу выборов $N(N-1)$:

$$\Gamma_c = S/[N(N-1)], \quad (10)$$

здесь $N(N-1)$ получено как число элементов биоматрицы N^2 минус число диагональных элементов N . Из формул (3), (4) и (7) следует, что индекс Γ_c представляет собой среднее арифметическое общих индексов C_i или \mathcal{E}_i , $i=1, N$:

$$\Gamma_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathcal{E}_i. \quad (11)$$

Индекс взаимосвязанности (сплоченности) Γ_B характеризует степень взаимного позитивного отношения членов группы объектов друг к другу. Количественно он определяется как отношение суммарного числа положительных показателей v_i^+ к потенциальному числу выборов $N(N-1)$:

$$\Gamma_B = \sum_{i=1}^N v_i^+ / [N(N-1)] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i^+. \quad (12)$$

Индекс уживаемости Γ_y – частный случай индекса взаимосвязанности. Количественно индекс Γ_y отличается от индекса Γ_B тем, что в знаменателе вместо потенциального числа выборов стоит общая сумма S положительных и отрицательных показателей уживаемости:

$$\Gamma_y = \sum_{i=1}^N v_i^+ / S. \quad (13)$$

Поскольку $s \leq N(N-1)$, то $\Gamma_y \geq \Gamma_B$. Поэтому число $1 - \Gamma_y$ характеризует ситуацию, когда не все положительные индексы взаимны. В нашем примере из таблицы 1 имеем:

$$N = 6, S = 22, \sum_{i=1}^6 v_i^+ = 11, \sum_{i=1}^6 v_i^- = 11, \Gamma_C = 22/30 = 0,73; \Gamma_B = 11/30 = 0,37; \\ \Gamma_y = 11/22 = 0,5.$$

Аналогичный результат можно получить и из таблицы 2 с учётом формул (11) и (12) соответственно:

$$\Gamma_C = (0,8 + 0,4 + 0,8 + 0,8 + 0,6 + 0)/6 = (0,8 + 0,6 + 1 + 0,6 + 1 + 0,4)/6 = 0,73;$$

$$\Gamma_B = (0,4 + 0,2 + 0,6 + 0,4 + 0,2 + 0,4)/6 = 0,37.$$

Таким образом, исследуемая группа объектов, связана приблизительно на 73% ($\Gamma_C = 0,73$), т.е. существует, примерно, 73% возможных связей (влияний) между членами группы рассмотренных объектов. Степень сплоченности группы составляет 37%, причем 50% положительных связей ($1 - \Gamma_y$) уничтожаются. Групповые индексы в данном примере свидетельствуют о том, что представители группы в борьбе за существование в достаточной степени подавляют друг друга.

Конечно, возможны ситуации, когда от опыта к опыту уживаемость изменяется порой от позитивной до негативной, т.е. имеем условия неопределённости. Поэтому в общем случае целесообразно говорить о статистической вероятности уживаемости X_j с X_i , которая определяется из статистических данных. Будем использовать для неё обозначение: $P^+(i,j)$ – для позитивной уживаемости X_j с X_i , $P^-(i,j)$ – для негативной уживаемости, $P^0(i,j)$ – для нейтральной уживаемости. Каждому о.и. X_j при фиксированном i ставится в соответствие вектор (X_j^+, X_j^-, X_j^0) , у которого $X_j^+ = 1$, если X_j позитивно уживается с X_i , и $X_j^+ = 0$, если это не так; $X_j^- = 1$, если X_j негативно уживается с X_i , $X_j^- = 0$ в противном случае; $X_j^0 = 1$, если X_j нейтрально уживается с X_i , $X_j^0 = 0$ в противном случае. В таблице 1 каждой клетке (i, j) соответствует вектор вероятностей $(P^+(i,j), P^-(i,j), P^0(i,j))$, при этом $P^+(i,j) + P^-(i,j) + P^0(i,j) = 1$.

Соответствующие индексы биологического статуса и биологической экспансии будем обозначать со знаком «~» сверху и определять по формулам, аналогичным формулам (1)-(9), но без знаменателя и с той разницей, что вместо v_i^+ , v_i^- , v_i^0 стоят соответственно суммы вероятностей $P^+(i,j)$,

$P^-(i,j)$, $P^0(i,j)$ по строкам, а вместо μ_i^+ , μ_i^- , μ_i^0 – соответствующие суммы по столбцам. Например, пусть для некоторого о.и., взаимодействующего с пятью другими о. и., $P^+(1,1)=1; P^+(1,2)=0,4; P^-(1,2)=0,6; P^+(1,3)=0,7; P^0(1,3)=0,3; P^+(1,4)=0,5; P^-(1,4)=0,5; P^+(1,5)=0,8; P^0(1,5)=0,2; P^0(1,6)=0,9; P^+(1,6)=0,1$.

Соответствующие показатели биологического статуса запишутся в виде:

$$\tilde{c}_1^+ = 0,4+0,7+0,5+0,1 = 1,7; \tilde{c}_1^- = 0,6+0,5+0,8 = 1,9;$$

$$\tilde{c}_1^0 = 0,3+0,2+0,9 = 1,4;$$

$$\tilde{c}_1^{+-} = 1,7-1,9 = -0,2; \tilde{c}_1^{+0} = 1,7-1,4 = 0,3; \tilde{c}_1^{-0} = 1,9-1,4 = 0,5;$$

$$\tilde{c}_1 = 1,7+1,9 = 3,6.$$

Индексы \tilde{c}_i^+ , \tilde{c}_i^- , \tilde{c}_i^0 ($\tilde{\alpha}_i^+$, $\tilde{\alpha}_i^-$, $\tilde{\alpha}_i^0$) играют роль средних арифметических чисел, соответственно, позитивной, негативной и нейтральной уживаемости с X_i (X_i) с остальными.

Индекс связанности определяется в этом случае как сумма средних значений индексов биологического положительного и отрицательного статуса по всем $i=1, \overline{N}$. Индекс сплочённости $\tilde{\Gamma}_e$ совпадает со средним арифметическим индексов биологического положительного статуса по всем $i=1, \overline{N}$, индекс уживаемости $\tilde{\Gamma}_y$ представляет собой частное $\tilde{\Gamma}_e / \tilde{\Gamma}_c$.

Наряду с биометрическими индексами важную роль в сельском хозяйстве играют аналитические индексы состава, они определяются аналогично экономическим индексам.

При производстве сельхозпродукции главная задача заключается в выращивании продукции высокого качества с заданными свойствами. Прежде всего это связано с нормативными показателями содержания (количества) белка, жиров, углеводов, витаминов, микроэлементов – компонентов данного о.и.. Количество каждого из этих показателей будем называть *объёмом данного показателя (компонента)* в о.и. В то же время каждый из этих показателей имеет вес, характеризующий степень его положительного (отрицательного) влияния на соответствующего потребителя (человека, животного, растение и т.д.). *Вес* – характеристика важности данного показателя (белка, углевода, минерального элемента и т.п.) - для разных организмов в общем случае будет разным. Вес является аналогом цены для экономических индексов, определяется на основе статистических данных. Это либо безразмерная величина, составленная на основе приоритетов, либо в качестве веса можно рассматривать полезность данного показателя для рассматриваемого о.и. *Важность* компонента будем определять как произведение его объема на вес.

Индексы состава в сельском хозяйстве можно подразделить: 1) по охвату элементов совокупности – на а) индивидуальные, б) общие; 2) по способу построения – на а) количественные, качественные и б) средние.

Индивидуальные индексы объёма $i_q=q_1/q_0$ характеризуют отношение объёма данного показателя в о.и. в текущем и базисном периодах. Индивидуальные индексы веса $i_p=p_1/p_0$ представляют собой отношение веса единицы показателя в текущем и базисном периодах. Индивидуальные индексы важности показателя определяются как отношение $i_{qp}=q_1p_1/q_0p_0$. Общие индексы I_{qp} дают относительную оценку изменения явления по всей разнородной совокупности и представляют собой отношение суммарных важностей различных показателей в текущем и базисном периодах.

Количественные индексы (для одного фактора) – отношение суммарных важностей при фиксированном значении веса, качественные индексы (для одного фактора) – отношение суммарных важностей при фиксированном объёме. Для двух факторов эти индексы совпадают с общими индексами.

Средний арифметический индекс определяется по формуле:

$$I_q = \frac{\sum_{j=1}^n i_q^j q_0^j p_0^j}{\sum_{j=1}^n q_0^j p_0^j}, \quad (14)$$

где n – число компонентов в данном о.и.

В таблице 3 во втором столбце приведены данные о сбалансированном содержании азота, фосфора и калия в яблоках (значения q_{0n}^j нормативного объёма в % на сухой вес по Н.Д. Спиваковскому [3]). В третьем столбце указаны соответствующие средние статистические объёмы.

Таблица 3

компоненты	значение q_{0n}^j	значение q_0^j	вес p_0^j	важность компонента $q_0^j p_0^j$	изменение важности компонента i_q^j
азот	0,6	0,3	0,5	0,15	+15%
фосфор	0,15	0,21	0,4	0,08	-8%
калий	1,2	1	0,17	0,17	без изменения

Вес p_0^j можно определить либо как результат оценки экспертов, либо как относительное отклонение объёма компонента от соответствующего объёма при сбалансированном содержании составляющих, т.е. в этом случае $p_0^j = |q_{0n}^j - q_0^j| / q_{0n}^j$, $j = 1,3$. Эти веса указаны в четвертом столбце. В пятом и шестом столбцах соответственно приведены важности компонентов и их изменения. Надо определить, на сколько процентов изменится важность в целом по совокупности данных компонентов.

Вычислим
$$I_q = \frac{0,15 \cdot 1,15 + 0,08 \cdot 0,92 + 0,17}{0,15 + 0,08 + 0,17} = 1,042, \text{ или } 104,2 \%,$$

т.е. важность увеличилась на 4,2%.

Можно привести и другие примеры индексного метода в сельском хозяйстве. Таким образом, индексный метод даёт возможность сравнивать и объединять разнородные совокупности, сравнивать уживаемость сельскохозяйственных культур и т.д.

1. Ганичев А.В., Ганичева А.В. Прикладная статистика. Учебное пособие. – Тверь: ТФ РГСУ, 2009.- С. 159.

2. Гухман В.Б. Введение в компьютерную обработку социологических данных. - Тверь: ТГТУ, 2004г.

3. Сергеев В.И. Справочник по садоводству. – М.: Московский рабочий, 1977. - С. 312

Об авторах:

ГАНИЧЕВА Антонина Валериановна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики Тверской государственной сельскохозяйственной академии, e-mail

КАРПУНИНА Александра Сергеевна – соискатель по кафедре математики Тверской государственной сельскохозяйственной академии, e-mail