РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

УДК 519.68

СИНТЕЗ КОРРЕКТНЫХ АЛГОРИТМОВ В АЛГЕБРАИЧЕСКОМ РАСШИРЕНИИ ОДНОЙ П-МОДЕЛИ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ[1]

Васильев О.М.
МГУ, факультет ВМиК

Поступила в редакцию 04.11.2008, после переработки 10.11.2008.

В работе предлагается новый способ расширения П-модели алгоритмов распознавания образов общего вида до корректной модели алгоритмов. Получены необходимые и достаточные условия корректности предлагаемого расширения. Описывается также способ получения оптимального алгоритма при невыполнении необходимых условий.

A new method to design algebraic extensions of potential functions model is descibed. Necessary and sufficient conditions of correct algorithm in this algebraic extensions are obtained. In the case when the conditions are not satisfied we can evaluate optimal algorithm in this algebraic extension.

Ключевые слова: алгебраический подход, метод потенциальных функций.
Keywords: algebraic approach for pattern recognition, potential functions method.

1. Введение

Проблема распознавания образов в течение достаточно продолжительного времени привлекает внимание специалистов в области прикладной математики и информатики. К середине 1970-х годов научное направление распознавания достигло такой стадии развития, что возникла воможность создания строгой математической теории. Отечественной школой во главе с Ю. И. Журавлёвым был разработан *алгебраический подход* в задачах распознавания, классификации и прогнозирования (см. [1, 2, 3]). В рамках предложенного подхода алгоритмы распознавания мыслятся как элементы некоторой алгебраической структуры, называемой *моделью алгоритмов*, с заданным набором устойчивых операций, называемых *корректирующими операциями.* Посредством введения новых корректирующих операций удаётся расширить существующие модели, и добиться тем самым разрешимости, в рамках новых расширенных моделей, более широкого класса задач.

Требуется в рамках *алгебраического* подхода синтезировать *алгоритмы* A, реализующие вычислимые отображения из *пространства начальных информаций*

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 07-01-00211-а, 08-01-00405-а).

$\mathfrak{I}_i = \mathbb{R}^n$ в *пространство финальных информаций* $\mathfrak{I}_f = \{ K_1, K_2, \Delta \}$ на основании *прецедентной информации* $\{ x_k, y_k \}_{k=1}^q \subset \mathfrak{I}_i \times \{ \mathfrak{I}_f \setminus \Delta \}$. Изначально предполагается, что классы не пусты: $\{ k \mid y_k = K_1 \} \neq \varnothing$ и $\{ k \mid y_k = K_2 \} \neq \varnothing$.

2. Модель алгоритмов

Алгебраический подход предполагает разложение *алгоритма* A в суперпозицию *алгоритмического оператора* $B\colon \mathfrak{I}_i \to \mathfrak{I}_e$ и *решающего правила* $C\colon \mathfrak{I}_e \to \mathfrak{I}_f$, где $\mathfrak{I}_e$ — *пространство оценок.* В качестве *пространства оценок* возьмём множество действительных чисел($\mathfrak{I}_e = \mathbb{R}$).

Предполагается заданной *потенциальная функция* $K\colon \mathfrak{I}_i^2 \to \mathfrak{I}_e$, удовлетворяющая следующим свойствам:

1. $K(\tilde{u}, \tilde{v}) > 0, \forall \tilde{u}, \tilde{v} \in \mathfrak{I}_i$

2. $K(\tilde{u}, \tilde{u} + |\mu|(\tilde{v} - \tilde{u})) = K(|\mu|), \forall \tilde{u}, \tilde{v} \in \mathfrak{I}_i, \mu \in \mathbb{R}$, где $K(|\mu|)$–монотонно убывающая на $\mathbb{R}^+$ функция с глобальным максимумом в точке 0.

Заранее отмечу, что монотонность потенциальной функции при дальнейшем рассмотрении не потребуется, необходимым является лишь свойство положительности функции.

Наряду с *потенциальной функцией* рассмотрим две производные от неё конструкции:

K_1-потенциал $\quad \Gamma_+(\tilde{u}) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \sum\limits_{k=\overline{1,q}:y_k=K_1} K(\tilde{u}, x_k)$

и

K_2-антипотенциал $\quad \Gamma_-(\tilde{u}) \stackrel{\mathrm{def}}{=} -\sum\limits_{k=\overline{1,q}:y_k=K_2} K(\tilde{u}, x_k).$

Определение 1. *Рассматривается следующая* модель алгоритмических операторов*:*

$$\mathfrak{M}_0 \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{ B\colon \mathfrak{I}_i \to \mathfrak{I}_e \mid \forall \tilde{u} \in \mathfrak{I}_i : B(\tilde{u}) = a\Gamma_+(\tilde{u}) + b\Gamma_-(\tilde{u}), a, b \in \mathbb{R}^+ \}.$$

Это значит, что любой алгоритмический оператор является линейной комбинацией K_1-потенциала и K_2-антипотенциала с неотрицательными коэффициентами.

Отказ от весов прецедентов (по сравнению с классическим подходом) является сильной стороной рассматриваемого семейства алгоритмических операторов, потому как размерность оптимизационной задачи становится небольшой (равной двум) и не растёт с ростом количества прецедентов.

Определение 2. Семейство решающих правил $\mathfrak{M}_1 \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{ C_1 : \mathfrak{I}_e \to \mathfrak{I}_f \}$ *составим из единственного отображения*

$$C_1(\Gamma) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \begin{cases} K_1, & \Gamma > 0 \\ \Delta, & \Gamma = 0 \\ K_2, & \Gamma < 0 \end{cases} .$$

Определение 3. Оптимальным *в модели назовём алгоритм, доставляющий минимум* функционалу количества ошибок *(см., например, [4]). Соответствующий* оптимальному алгоритму *алгоритмический оператор также назовём* оптимальным. *В случае, если значение функционала количества ошибок равно нулю, соответствующий алгоритм называют* корректным.

Ввиду дискретности *функционала количества ошибок* оптимальный алгоритм (и, соответственно, оператор) не единственен. Для нахождения оптимума функционала можно воспользоваться линейным по количеству прецедентов алгоритмом, который будет приведён позже.

3. Алгебраическое расширение модели

Ввиду того, что потенциальная функция положительна, корректирующие операций максимум и минимум не расширяют исходную модель алгоритмических операторов. Условия, необходимые и достаточные для того чтобы полиномиальное расширение данной П-модели было корректным можно найти в [2]. В данной работе предлагается более простая корректирующая операция, гарантирующая корректность расширения.

Определение 4. Минимизатор модуля*($ABSMIN_n$) — n-местная операция на пространстве оценок, определяемая следующим правилом:*

$$\forall n \in \mathbb{N}\ \forall \Gamma_1, ..., \Gamma_n \in \mathfrak{I}_e : ABSMIN_n(\Gamma_1, ..., \Gamma_n) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \mathop{\arg\min}_{\Gamma \in \{\Gamma_1, ..., \Gamma_n\}} |\Gamma|.$$

Это значит, что минимизатор модуля *выбирает из множества ту оценку, модуль которой наименьший.*

Семейство корректирующих операций $\mathfrak{F}$ предлагается составить из *минимизаторов модуля* всех положительных арностей: $\mathfrak{F} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{ ABSMIN_n, n \in \mathbb{N} \}$.

Все операции из данного семейства естественным образом индуцированы на модель алгоритмических операторов $\mathfrak{M}_0$. Все суперпозиции вида $C \circ F(B_1, ..., B_p)$, где $C \in \mathfrak{M}_1$, $B \in \mathfrak{M}_0$, $F \in \mathfrak{F}$ образуют $\mathfrak{F}$-*расширение* исходной модели алгоритмов $\mathfrak{F}[\mathfrak{M}] = \mathfrak{M}_1 \circ \mathfrak{F}[\mathfrak{M}_0]$. Расширенная модель не сужает класс решаемых в модели задач, т.к. содержит тождественную унарную корректирующую операцию $ABSMIN_1$. Для $\mathfrak{F}$-расширения как модели также имеют место понятия *корректных* и *оптимальных* алгоритмов и алгоритмических операторов.

4. Синтез оптимальных алгоритмов в расширенном семействе

Для построения корректных и оптимальных алгоритмов в расширенной модели потребуются следующие понятия.

Определение 5. *Матрицу $M^{\pm}$, строки которой помечены прецедентами, первый столбец состоит из значений K_1-потенциала, а второй из значений K_2-антипотенциала на соответствующих строкам прецедентах, назовём* матрицей потенциалов.

Определение 6. *Вектор $D^{\pm}$, полученный почленным делением первого столбца матрицы потенциалов на второй, назовём* вектором потенциальных отношений. *Соответственно,* потенциальным отношением в точке $\tilde{u} \in \mathfrak{I}_i$ *назовём отношение* $\frac{\Gamma_+(\tilde{u})}{\Gamma_-(\tilde{u})}$. *Определение корректно, ввиду свойства положительности потенциальных функций.*

Пример (*задача, для которой не существует корректного алгоритма в* $\mathfrak{M}$, *но существует корректный алгоритм в* $\mathfrak{F}[\mathfrak{M}]$)

Здесь в качестве пространства начальных информаций рассмотрена числовая плоскость $\mathbb{R}^2$; класс K_1 назовём «крестиками»($\times$), а K_2 — «ноликами»(o).

Прецедентная информация:

$$\{\ \{\{-10.5, 0\}^T, \mathrm{o}\}, \{\{-10, 0\}^T, \times\}, \{\{-9.5, 0\}^T, \mathrm{o}\},$$

$$\{\{9.5, 0\}^T, \times\}, \{\{10, 0\}^T, \mathrm{o}\}, \{\{10.5, 0\}^T, \times\}\ \}.$$

Потенциальная функция:

$$K\left(\left\{\begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \end{array}\right\}, \left\{\begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \end{array}\right\}\right) = e^{-d^2\left(\left\{\begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \end{array}\right\}, \left\{\begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \end{array}\right\}\right)},$$

здесь $d(\tilde{u}, \tilde{v})$ — евклидова метрика.

Выпишем матрицу потенциалов:

	Γ_+	Γ_-
$\{-10.5, 0\}^T, \mathrm{o}$	0.78	−1.37
$\{-10, 0\}^T, \times$	1.00	−1.58
$\{-9.5, 0\}^T, \mathrm{o}$	0.78	−1.37
$\{9.5, 0\}^T, \times$	1.37	−0.78
$\{10, 0\}^T, \mathrm{o}$	1.58	−1.00
$\{10.5, 0\}^T, \times$	1.37	−0.78

Заметим, что алгоритмический оператор с параметрами a и b выставит второму прецеденту оценку $a - 1.58b$, а пятому — $1.58a - b$, тогда в предположении о существовании в модели корректного алгоритма имеем: $\exists a \geq 0, \exists b \geq 0$: $\left\{\begin{array}{l} a - 1.58b > 0 \\ 1.58a - b < 0 \end{array}\right.$. Отсюда, с использованием транзитивности отношения «больше» получаем противоречивое неравенство $a > 1.58^2 a$.

Итак, в модели нет корректного алгоритма, однако в расширенной модели корректный алгоритм существует. Выпишем его в явном виде:

$$A = C_1 \circ ABSMIN_2(1.6\Gamma_+ + \Gamma_-, \Gamma_+ + 1.6\Gamma_-).$$

Теорема (критерий существования корректного алгоритма в расширенном семействе)**.** *Для того чтобы в алгебраическом расширении модели алгоритмов* $\mathfrak{M}$ *семейством корректирующих операций* $\mathfrak{F}$ *(рассматриваемым семейством минимизаторов модуля) существовал корректный алгоритм необходимо и достаточно, чтобы вектор потенциальных отношений* $D^{\pm}$ *не содержал двух одинаковых значений для прецедентов из разных классов, т.е.*

$$\forall i, j \in \overline{1, q} : D_i^{\pm} = D_j^{\pm} \Rightarrow y_i = y_j. \qquad (*)$$

Доказательство. *НЕОБХОДИМОСТЬ.*

Докажем, что любой алгоритмический оператор в расширенном семействе точкам с одинаковым потенциальным отношением ставит в соответствие оценки одного знака. Пусть точки u и v имеют одинаковое потенциальное отношение d^*. Их K_1-потенциалы и K_2-антипотенциалы обозначим соответственно Γ_+^u, Γ_+^v и Γ_-^u, Γ_-^v. Тогда $\frac{\Gamma_+^u}{\Gamma_-^u} = \frac{\Gamma_+^v}{\Gamma_-^v} = d^*$, а следовательно $\begin{cases} \Gamma_+^u = \alpha\Gamma_+^v \\ \Gamma_-^u = \alpha\Gamma_-^v \end{cases}$, где α — некоторое положительное число.

Рассмотрим произвольный оператор в расширенном семействе:

$$ABSMIN_l(a_1\Gamma_+ + b_1\Gamma_-, ..., a_l\Gamma_+ + b_l\Gamma_-).$$

Заметим, что

$$\begin{aligned} &ABSMIN_l(a_1\Gamma_+ + b_1\Gamma_-, ..., a_l\Gamma_+ + b_l\Gamma_-)(u) = \\ &= ABSMIN_l(a_1\Gamma_+^u + b_1\Gamma_-^u, ..., a_l\Gamma_+^u + b_l\Gamma_-^u) = \\ &= ABSMIN_l(a_1\alpha\Gamma_+^v + b_1\alpha\Gamma_-^v, ..., a_l\alpha\Gamma_+^v + b_l\alpha\Gamma_-^v) = \\ &= \alpha ABSMIN_l(a_1\Gamma_+^v + b_1\Gamma_-^v, ..., a_l\Gamma_+^v + b_l\Gamma_-^v) = \\ &= \alpha ABSMIN_l(a_1\Gamma_+ + b_1\Gamma_-, ..., a_l\Gamma_+ + b_l\Gamma_-)(v) \end{aligned}$$

Таким образом, оценки, выдаваемые алгоритмическим оператором в точках с одинаковым потенциальным отношением, различаются положительным сомножителем, и, следовательно, имеют одинаковый знак.

ДОСТАТОЧНОСТЬ.

Пусть выполнено условие $(*)$. Тогда все прецеденты распадаются на классы эквивалентности по отношению «равенство соответствующих потенциальных отношений», причём каждый класс эквивалентности отклассифицирован одинаково («классы эквивалентности однородны в смысле классификаций»).

1) Фиксируем некоторый класс эквивалентности с потенциальным отношением $\hat{d} \in \mathbb{R}$ и классификацией $y \in \mathfrak{I}_f \setminus \{\Delta\}$. Построим алгоритмический оператор, ставящий прецедентам выбранного класса эквивалентности оценки, удовлетворяющие соотношениям $\begin{cases} 0 < \Gamma_+^u \le 1, & \text{если } y = K_1 \\ -1 \le \Gamma_+^u < 0, & \text{если } y = K_2 \end{cases}$, а всем остальным прецедентам — оценки, модули которых больше единицы.

   Рассмотрим подробно случай $y = K_1$. Далее потребуются следующие два значения: наибольшее в рассматриваемом классе эквивалентности значение K_1-потенциала $\Gamma_+^{max\_in\_class}$, и наибольшее среди вообще всех значений K_1-потенциала Γ_+^{max}.

   (a) Построим сначала вспомогательный оператор $B_1 = \Gamma_+ + (-\hat{d})\Gamma_-$, ставящий выбранному классу эквивалентности оценку нуль, а всем остальным прецедентам - отличную от нуля оценку. Рассмотрим минимальный модуль оценок прецедентов *не* из рассматриваемого класса эквивалентности:

   $$\varepsilon = \min_{i=\overline{1,q}:\frac{\Gamma_+^i}{\Gamma_-^i}\ne\hat{d}} |\Gamma_+^i + (-\hat{d})\Gamma_-^i| = \min_{i=\overline{1,q}:D_i^\pm\ne\hat{d}} |(D_i^\pm - \hat{d})\Gamma_-^i|.$$

   Приведенное выражение показывает, что эта величина отлична от нуля.

(b) Масштабируя оператор B_1 в m раз, получаем второй вспомогательный оператор $B_2 = mB_1 = m\Gamma_+ + (-m\hat{d})\Gamma_-$. Значение m будет уточнено далее. Минимальный модуль оценок прецедентов не из рассматриваемого класса эквивалентности теперь равен $m\varepsilon$.

(c) Увеличивая коэффициент при Γ_+, делаем оценки за рассматриваемый класс эквивалентности большими нуля и меньшими или равными единице:

$$B_3 = \left(m + \frac{1}{\Gamma_+^{max\_in\_class}} \right) \Gamma_+ + (-m\hat{d})\Gamma_-.$$

Единичную оценку получают прецеденты из рассматриваемого класса значение K_1-потенциала для которых равно $\Gamma_+^{max\_in\_class}$. Модули оценок прецедентов не из рассматриваемого класса эквивалентности теперь не меньше $m\varepsilon - \frac{\Gamma_+^{max}}{\Gamma_+^{max\_in\_class}}$. Подбирая нужным образом m, делаем это значение сколь угодно большим. Например, для того чтобы прецеденты не из рассматриваемого класса получили оценки, модули которых не меньше двойки, достаточно взять любое

$$m \geq \frac{1}{\varepsilon} \left(2 + \frac{\Gamma_+^{max}}{\Gamma_+^{max\_in\_class}} \right).$$

Итак, окончательный вид алгоритмического оператора, ставящего прецедентам из рассматриваемого класса эквивалентности оценки из полуинтервала $(0, 1]$, а остальным прецедентам — оценки по модулю не меньшие $1 + t$:

$$B = \left(m + \frac{1}{\Gamma_+^{max\_in\_class}} \right) \Gamma_+ + (-m\hat{d})\Gamma_-, \text{ где}$$

$$m = \frac{1}{\varepsilon} \left(1 + t + \frac{\Gamma_+^{max}}{\Gamma_+^{max\_in\_class}} \right),$$

$$\varepsilon = \min_{i=\overline{1,q}:\frac{\Gamma_+^i}{\Gamma_-^i} \neq \hat{d}} |\Gamma_+^i + (-\hat{d})\Gamma_-^i| = \min_{i=\overline{1,q}:D_i^{\pm} \neq \hat{d}} |(D_i^{\pm} - \hat{d})\Gamma_-^i|,$$

$$\Gamma_+^{max\_in\_class} = \max_{i=\overline{1,q}:D_i^{\pm} = \hat{d}} \Gamma_+^i,$$

$$\Gamma_+^{max} = \max_{i=\overline{1,q}} \Gamma_+^i,$$

$\hat{d}$— потенциальное отношение рассматриваемого класса эквивалентности.

Для случая $y = K_2$ выпишем только окончательный вид алгоритмического оператора, ставящего прецедентам из рассматриваемого класса эквивалентности оценки из полуинтервала [-1,0), а остальным прецедентам — оценки по модулю не меньшие $1+t$:

$$B = m\Gamma_+ + \left(-m\hat{d} - \frac{1}{\Gamma_-^{min\_in\_class}}\right)\Gamma_-, \text{ где}$$

$$m = \frac{1}{\varepsilon}\left(1 + t + \frac{\Gamma_-^{min}}{\Gamma_-^{min\_in\_class}}\right),$$

$$\varepsilon = \min_{i=\overline{1,q}:\frac{\Gamma_+^i}{\Gamma_-^i}\neq\hat{d}} |\Gamma_+^i + (-\hat{d})\Gamma_-^i| = \min_{i=\overline{1,q}:D_i^{\pm}\neq\hat{d}} |(D_i^{\pm} - \hat{d})\Gamma_-^i|,$$

$$\Gamma_-^{min\_in\_class} = \min_{i=\overline{1,q}:D_i^{\pm}=\hat{d}} \Gamma_-^i,$$

$$\Gamma_-^{min} = \min_{i=\overline{1,q}} \Gamma_-^i,$$

$\hat{d}$— потенциальное отношение рассматриваемого класса эквивалентности.

2) Построив, в соответствии с предыдущим пунктом, для каждого класса эквивалентности алгоритмические операторы, ставящие прецедентам из выбранного класса эквивалентности оценки «правильного» знака из интервала [-1,1], а остальным прецедентам оценки по модулю не меньшие $1+t$, получим локальный базис для исходной задачи. Теорема полностью доказана.

□

Замечание. В случае невыполнения критерия существования корректного алгоритма, описанное построение с незначительными коррективами позволяет получить оптимальный в смысле функционала количества ошибок алгоритм. Для получения оптимального алгоритма следует разбить вектор потенциальных отношений на классы эквивалентности (теперь в классе допускается различная классификация прецедентов); выполнить построения, описанные при доказательстве достаточности для однородных (в смысле классификации) классов эквивалентности; а для неоднородных классов выбрать более выгодную в смысле количества ошибок альтернативу ($y = K_1$ или $y = K_2$) и также применить описанное построение.

5. Свойства дискриминантных поверхностей, соответствующих алгоритмам в рассматриваемых моделях

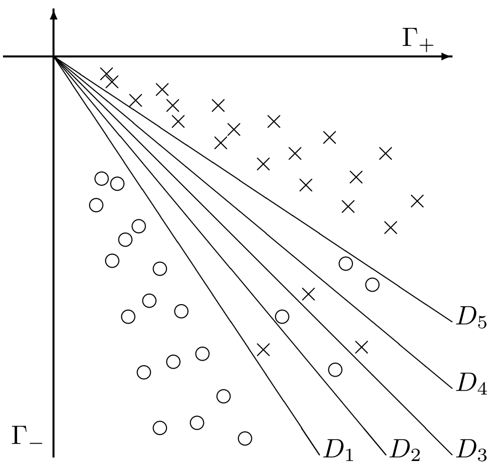
До сих пор не был освещён вопрос о поиске в исходной модели алгоритмов $\mathfrak{M}$ оптимального в смысле функционала количества ошибок алгоритма. Для этого удобно рассмотреть аналогичное оценочное пространство $\mathfrak{I}'_e = \mathbb{R}^2$. Модель алгоритмических операторов и решающее правило при этом также нуждаются в переформулировке:

$$\mathfrak{M}'_0 \stackrel{\text{def}}{=} \{\, B\colon \mathfrak{I}_i \to \mathfrak{I}'_e \mid \forall \tilde{u} \in \mathfrak{I}_i : B(\tilde{u}) = (a\Gamma_+(\tilde{u}), b\Gamma_-(\tilde{u})), a, b \in \mathbb{R}^+ \,\}$$

$$C_1'(\gamma_+,\gamma_-) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} K_1, & \gamma_+ + \gamma_- > 0 \\ \Delta, & \gamma_+ + \gamma_- = 0 \\ K_2, & \gamma_+ + \gamma_- < 0 \end{cases}.$$

Ясно, что новая модель алгоритмов $\mathfrak{M}' = C_1' \circ \mathfrak{M}_0'$ совпадает с исходной моделью алгоритмов $\mathfrak{M}$. Для новой формулировки определения модели алгоритмов существует наглядная графическая интерпретация.

На рисунке изображено оценочное пространство $\mathfrak{I}_f' = \mathbb{R}^2$; «крестики» обозначают оценки прецедентов класса K_1, «нолики» — оценки прецедентов класса K_2, выдаваемые алгоритмическим оператором с параметрами $a = 1, b = 1$. Абсцисса есть значение K_1-потенциала, а ордината — значение K_2-антипотенциала. В наших обозначениях дискриминантной поверхности, соответствующей алгоритмическому оператору $B(\tilde{u}) = a\Gamma_+(\tilde{u}) + b\Gamma_-(\tilde{u})$, является луч $D(B) : (\gamma_+,\gamma_-) \in D \Leftrightarrow a\gamma_+ + b\gamma_- = 0$. Точки, расположенные выше $D(B)$, относятся алгоритмом $C_1' \circ B$ к классу K_1, ниже $D(B)$ — к классу K_2, точки луча — к классу Δ.



Для поиска оптимального в смысле функционала количества ошибок алгоритма в приведённом примере достаточно перебрать алгоритмы, соответствующие лучам D_1, D_2, D_3, D_4 и D_5. Непосредственным подсчётом количества ошибок алгоритмов легко убедиться, что оптимальными являются алгоритмы, соответствующие лучам D_3 и D_5. В общем случае, оптимальный в смысле количества ошибок алгоритм из модели $\mathfrak{M}$ можно найти, вычислив не более $q' + 1$ функционалов количества ошибок, где q' — количество классов эквивалентности по отношению «равенство потенциальных отношений».

В расширенной модели алгоритмов $\mathfrak{F}[\mathfrak{M}]$ дискриминантные поверхности также поддаются описанию в терминах аналогичного оценочного пространства $\mathfrak{I}_i'$. Каждому алгоритмическому оператору — аргументу корректирующей операции — соответствует «сектор компетентности», в пределах которого, дискриминантной поверхностью является луч, соответствующий этому оператору. В действительности, «сектором компетентности» является объединение некоторых секторов в $\mathfrak{I}_i'$, в связи с этим вопрос о поиске алгоритма, минимизирующего в совокупности количество ошибок и количество задействованных алгоритмических операторов, представляется нетривиальным.

6. Заключение

Результатом работы является исследование возможностей расширения исходной П-модели. Получен критерий существования в модели корректного алгоритма. Исследована оптимизационная задача поиска алгоритма, минимизирующего функционал количества ошибок. Описаны следующие возможности для алгебраического расширения исходной модели: корректирующие операции *минимум* и *максимум* не выводят за рамки исходной модели алгоритмов, оригинальная корректирующая операция *минимизатор модуля* позволяет разрешить любую нетривиальную задачу, вектор потенциальных отношений для которой не имеет одинаковых значений для прецедентов разных классов. Дискриминантные поверхности в расширенном семействе допускают наглядную графическую интерпретацию, что позволяет представить результат классификации в доступном для визуальной оценки двумерном виде вне зависимости от размерности исходной задачи.

Список литературы

[1] Ю. И. Журавлёв. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации. В сб. «Проблемы кибернетики». Вып. 33. М.: Наука, 1978, стр. 5-68.

[2] Ю. И. Журавлёв. Избранные научные труды. – М.: Магистр, 1996.

[3] К. В. Рудаков. Алгебраическая теория универсальных и локальных ограничений для алгоритмов распознавания. – Диссертация на соискание ученой степени д.ф.-м.н. М.: ВЦ РАН, 1992.

[4] К. В. Воронцов. Проблемно-ориентированные методы алгебраического подхода. – 2002.