

## **ТЕПЛОФИЗИКА**

УДК 537.226.4

### **АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЛН В ВЕЩЕСТВЕ**

**Малышкина О.В., Шишков Г.С., Малышкин Ю.А., Калугина О.Н.**

Тверской государственной университет

кафедра технической физики и инновационных технологий

В работе рассматривается распространение температурных волн в ограниченном теле (одномерный случай) в зависимости от формы тепловой волны, нагревающей фронтальную поверхность образца. Анализ проведен для синусоидально модулированного теплового потока и меандра.

**Ключевые слова:** *температурные волны, распределение теплового поля в веществе.*

**Введение.** Для понимания процессов переноса тепла и распространения температурных волн в различных средах, необходимо четко представлять механизмы распространения температурных волн в веществе. Так, воздействие оптического и инфракрасного излучения на вещество приводит к дополнительному эффекту – нагреву поверхности с дальнейшим распространением тепла вглубь материала. Существующие на настоящий момент подходы к распространению тепла разработаны для полуограниченных тел. В тоже время, используемые на практике структуры имеют конечные толщины. При этом необходимо учитывать, что глубина проникновения теплового потока (или температурной волны) в вещество не зависит от природы нагрева поверхности. Это может быть как внешнее электромагнитное излучение (оптическое, инфракрасное) так и непосредственный контакт с нагреваемым телом (в стационарном или динамическом режимах).

В этом аспекте проблема распространения температурных волн в твердом теле принимает особое научное значение в свете выявления и анализа особенностей проникновения температурных волн в структуры конечных размеров и формирования в них тепловых полей.

При отсутствии внутри твердого тела источников тепла изменение его температуры может происходить только за счет внешних источников, воздействующих на одну из поверхностей. Если воздействие источников является периодическим, то можно говорить о температурной волне, которая будет распространяться от

поверхности вглубь тела. В случае гармонического колебания температуры эти колебания описываются по закону косинуса (или синуса), а в общем виде - по экспоненциальному закону [1, 2]:

$$W(t) = W_0 + W_{\sim} \exp(i\omega t), \quad (1)$$

где  $\omega$  – циклическая частота, а  $W_{\sim}$  – амплитуда модуляции теплового потока,  $W_0$  - мощность лазерного луча,  $i$  – мнимая единица,  $t$  – время. Т.е. формально волна представляется комплексной функцией, но физический смысл имеет только действительная часть [1–3], поэтому при расчетах необходимо брать действительную компоненту. Прямоугольную тепловую волну, падающую на образец, математически удобно представить в виде ряда Фурье [1, 4]:

$$W(t) = W_0 \frac{\tau}{T_m} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{Sin}(n\omega\tau/2)}{n\omega\tau/2} \exp(in\omega t) \right), \quad (2)$$

где  $W(t)$  – зависимость мощности тепловой волны от времени,  $T_m$  – период модуляции теплового потока,  $\tau$  – длительность светового промежутка ( $\tau = T_m/2$ ),  $\omega = 2\pi/T_m$  циклическая частота. Для распределения температуры при синусоидальной и прямоугольной модуляции теплового потока в образце толщиной  $d$  соответственно имеем:

$$\Theta_{\sim}(x, t) = \frac{W_{\sim}}{\kappa} \frac{\exp(-\varphi \cdot x)}{\varphi} \exp(i\omega t), \quad (3)$$

$$\Theta(x, t) = \frac{2W_0}{k} \left( \frac{\tau}{T_m} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{Sin}(n\omega\tau/2)}{n\omega\tau/2} \exp(in\omega t) \frac{\text{ch}[\varphi_n(d-x)]}{\varphi_n \text{sh}(\varphi_n d)} + \frac{W_0}{k} \left( \frac{\tau}{T_m} \right) \left[ \frac{(d-x)^2}{2d} \right], \quad (4)$$

где  $W_0$  – плотность теплового потока поглощаемая поверхностью образца,  $k$  – коэффициент теплопроводности,  $x$  – координата,  $t$  – текущее время,  $\varphi_n = (1+i)(n\omega/2\alpha)^{1/2}$ ,  $\alpha$  – коэффициент тепловой диффузии. Колебания температуры образца рассмотрены для установившемся режима (решение соответствующего дифференциального уравнения при условии  $t \rightarrow \infty$ ), т.е. происходят относительно некоторой средне стационарной температуры ( $\Theta_{\text{ст}}$ ), как показано на рис. 1.

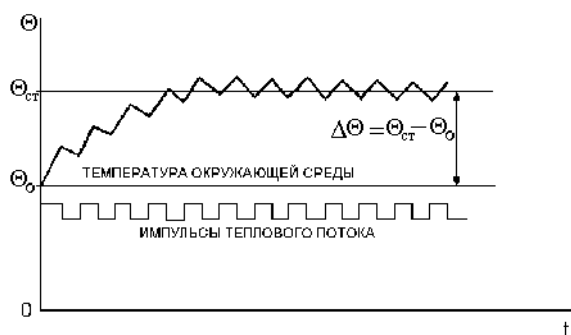


Рис. 1. Схематическое изображение зависимости температуры образца от времени при воздействии на него прямоугольно модулированным тепловым потоком

Согласно уравнениям (3) и (4), распределение температуры в теле имеет форму волны, амплитуда которой уменьшается с глубиной, это означает, что температурная волна проникает в среду только на определенное расстояние, называемое глубиной проникновения температурной волны [1, 2]. Степень затухания этой волны определяется экспоненциальным множителем, поэтому глубина проникновения зависит от того, какую часть от начального значения должна принимать конечная амплитуда [2, 6]. В физических расчетах за такой критерий обычно принимают основание натурального логарифма [1–3, 6]; тогда за глубину проникновения температурной волны в кристалл ( $l$ ) принимается величина, на которой среднее изменение температуры в  $e$  раз меньше амплитудного значения:

$$l = (\alpha / \pi f)^{1/2}. \quad (5)$$

В технике в роли такого критерия выступает величина 0,01 (т.е. 1% от начального амплитудного значения) [3, 6]. В ряде случаев, например при анализе пироэлектрического отклика, актуален только прогреваемый слой, тогда за глубину проникновения температурной волны в кристалл ( $l_{np}$ ) принимается величина, характеризующая толщину равномерно прогреваемого однородного слоя в стационарно периодическом состоянии [3]:

$$l_{np} = (\alpha / 2\pi f)^{1/2}. \quad (6)$$

Целью настоящей работы являлось проведения сравнительного анализа распространения температурных волн в твердом теле при различных способах модуляции теплового потока.

Общий теоретический подход. При воздействии модулированного теплового потока в образце существуют как стационарное, так и нестационарное изменения температуры [7].

В случае прямоугольной модуляции теплового потока, стационарное изменение температуры определяется средним по периоду изменением температуры в образце (второе слагаемое в (4)):

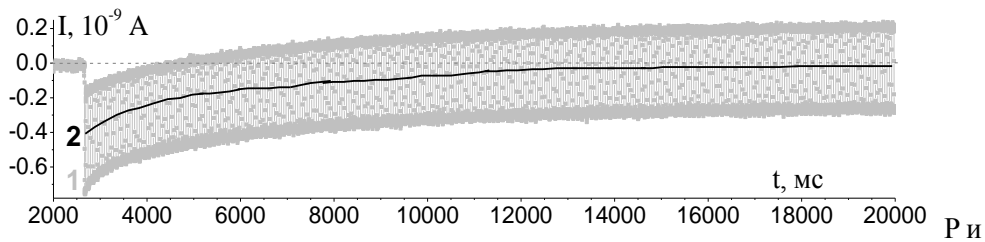
$$\langle \Theta(x) \rangle = \frac{1}{T_m} \int_0^{T_m} \Theta(x, t) dt = \frac{W_0}{4kd} [d - x]^2. \quad (7)$$

Для учета переменной составляющей (первое слагаемое уравнения (4)) интеграл берется только по полупериоду (с пределами интегрирования от  $-\tau/2$  до  $\tau/2$  [8]):

$$\langle \Theta(x) \rangle = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \Theta(x, t) dt = \frac{4W_0}{kT_m} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(n\omega\tau/2)}{n\omega\tau/2} \cdot \frac{\exp(-\varphi_n x)}{\varphi_n n\omega}. \quad (8)$$

Анализ формул (7) и (8) показывает, что при облучении кристалла модулированным тепловым потоком в образце должен существовать постоянный градиент температуры, направленный из глубины к поверхности и зависящий только от мощности падающего излучения. Тогда как переменная составляющая температурной волны, зависит не только от мощности теплового потока, но и от частоты [7].

На практике характер изменения температуры образца можно проиллюстрировать при помощи пиротклика сегнетоэлектрического материала (который по определению пропорционален изменению температуры) при воздействии на его поверхность модулированного теплового потока:  $I_{пиро} = I_{стац} + I_{дин}$ , где  $I_{стац}$  – пирозлектрический отклик материала на квазистатическое изменение температуры,  $I_{дин}$  – на периодическое изменение. Рисунок 2 демонстрирует пиротклик кристалла танталата лития в момент включения модулированного теплового потока (частотой 10 Гц). Запись осуществлялась с использованием АЦП.



с . 2 . Пироотклик кристалла танталата лития, наблюдаемый при включении модулированного источника тепла. 1 – общий пироотклик, 2 – квазистатическая составляющая.

Моделирование. С использованием формул (3) и (4) был произведен расчет зависимости изменения температуры образца диэлектрического материала ( $k \sim 0,6$  Вт/м·К) от времени (для фиксированной глубины) – рис. 3, и от толщины (для фиксированного момента времени) – рис.4. При расчете рассматривался один период модуляции с частотой 10 Гц ( $d = 1$  мм, что соответствует  $l \sim 0,1$  мм ( $d/10$ )  $l_{np} \sim 0,06$  мм).

Как видно из представленных расчетов, различия между случаями прямоугольной и синусоидальной модуляции теплового потока имеют место только непосредственно на поверхности образца, на которую воздействует тепловой поток – т.е. в начальный момент воздействия теплового импульса. Это различие обусловлено тем, что в случае прямоугольной модуляции теплового потока скорость нагрева поверхности является линейной функцией времени, а синусоидальной – гармонической. В обоих случаях колебания температуры на граничной поверхности твердого тела распространяются вглубь среды в виде быстро затухающих температурных волн (рис. 3, 4). На глубине, большей  $l_{np}$  (на рис. 4. отмечено вертикальной пунктирной прямой), колебания происходят в противофазе с колебаниями температуры вблизи поверхности.

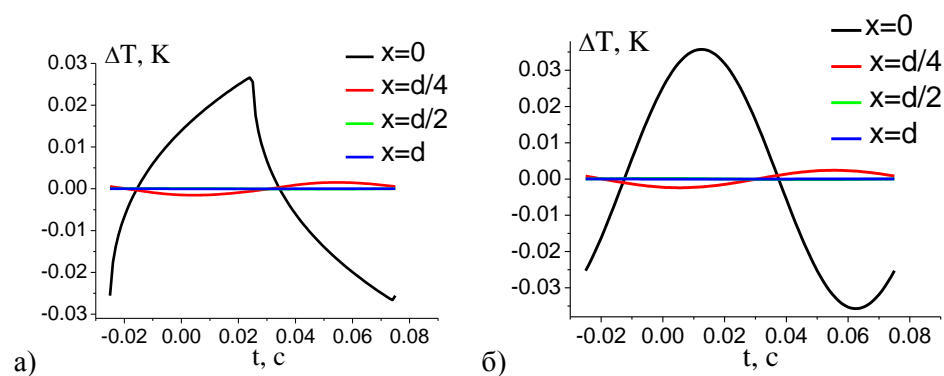


Рис. 3. Зависимость изменения температуры от времени на разной глубине образца. а – прямоугольная модуляция, б – синусоидальная модуляция теплового потока.  $W_0 = 80$  мВт/см<sup>2</sup>

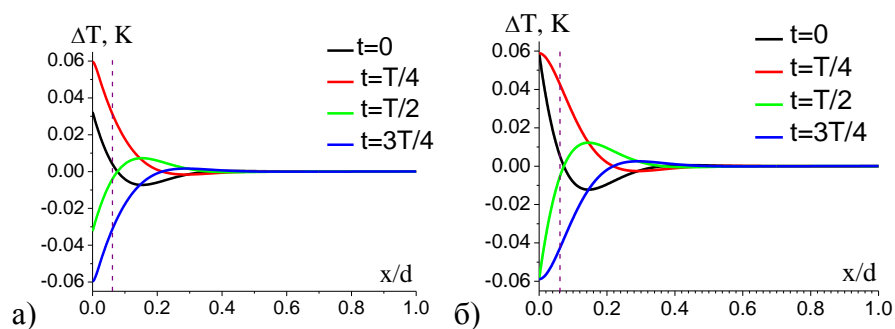


Рис. 4. Зависимость изменения температуры от глубины образца для разных моментов времени. а – прямоугольная модуляция, б – синусоидальная модуляция теплового потока.  $W_0 = 80$  мВт/см<sup>2</sup>

**Заключение.** В работе показано, что характер распространения температурной волны в веществе не зависит от формы модулированного теплового потока – прямоугольная или синусоидальная, с помощью которого осуществляется нагрев поверхности. Тип модуляции определяет только скорость изменения температуры поверхности – в первом случае линейная, во втором изменяющаяся по гармоническому закону.

### Список литературы

1. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Мир, 1964. - 488 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Технико-теор. Лит., 1953. - 788 с.

3. Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Тепло-массоперенос. М.: Академкнига, 2002. - 455 с.
4. Zajosz H.I., Grylka A.. Thermally-Generated electric fields and the linear transient pyroelectric response. // *Infrared Phys.* -1983. - V.23. - №5. - P. 271-276.
5. Zajos H.I. Elementary theory of nonlinear pyroelectric response in monoaxial ferroelectrics with second order phase transition // *Ferroelectrics.* - 1984. V.56. -P. 265-281.
6. Теплотехника. / В.Н. Луканин, М.Г. Шатров, Г.М. Камфер, С.Г. Несаев, И.Е. Иванов, Л.М. Матюхин, К.А. Морозов - М.: Высш. шк., 2005. - 671 с.
7. О.В.Мальшкіна, А.А.Мовчікова, Н.Б.Прокофьева, О.Н.Калугина Физические и математические условия применения прямоугольной тепловой волны для исследования пироэффекта // *Вестник ТвГУ. Серия "Физика". 2009. Выпуск 7. С. 48–62.*
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М: Наука, 1973. - 831 с.

**ANALYSIS OF THE CHARACTERISTIC OF THE TEMPERATURE WAVE DISTRIBUTION IN A SOLID**

**Malyshkina O.V., Shishkov G.S., Malyskin Yu.A., Kalugina O.N.**

Tver State University

In this paper the distribution of temperature waves in a limited solid (one-dimensional case) depending on the form of a thermal wave that heats the front surface of the sample are examined. The analysis was performed for sinusoidal modulated heat flow and for meander.

**Keywords:** *temperature waves, the distribution of the thermal field in the solid.*

**Об авторах:**

МАЛЬШКИНА Ольга Витальевна – доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной физики ТвГУ, email: [Olga.Malyshkina@tversu.ru](mailto:Olga.Malyshkina@tversu.ru)

МАЛЬШКИН Юрий Андреевич – старший преподаватель кафедры прикладной физики Тверского государственного университета.