

## ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 519.6+517.983.54+550.8

### УСТРАНЕНИЕ СДВИГОВ СТРОК ФОТОИЗОБРАЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ОЦЕНИВАНИЯ В СКОЛЬЗЯЩЕМ ОКНЕ И РЕГУЛЯРИЗОВАННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ВТОРЫХ РАЗНОСТЕЙ СДВИГОВ

Масюков А.В., Мурзов И.С.  
Кафедра информатики

---

*Поступила в редакцию 20.03.2009, после переработки 11.05.2009.*

---

В работе рассматривается задача реконструкции фотоизображения, искаженного неизвестными сдвигами его строк. Оценивание вторых разностей сдвигов производится на основе предположения о том, что искажённое изображение локально (в скользящем окне) аппроксимируется функцией с постоянным направлением градиента гораздо лучше, чем искажённое. В ходе исследований выяснилась необходимость регуляризованного интегрирования вторых разностей. Предложенный алгоритм демонстрируется на фотоизображении со случайными сдвигами строк. Рассмотренная задача реконструкции фотоизображения является модельной для задачи оценивания короткопериодных статических поправок в сейсмических данных, которая решается аналогично.

We consider an image reconstruction problem when the rows of a given image have unknown shifts. The proposed algorithm consists of evaluation and subsequent regularized integration of second differences of the shifts. The moving gate evaluation of the second differences is based on the assumption that level lines of an undamaged image are smoother. The regularized integration implies convolution with the proposed filter. The method is verified in a test with random shifts of the rows of a photo. The considered problem is a model problem for short-period static correction in seismic data processing. We propose a new algorithm for short-period static correction.

**Ключевые слова:** обработка цифровых сигналов, некорректные задачи, регуляризация.

**Keywords:** digital signal processing, ill-posed problems, regularization.

#### 1. Введение

Одной из основных задач графа обработки данных сейсморазведки является коррекция статики [1]. В недавно опубликованной статье [3] предложен алгоритм коррекции статики, не требующий, в отличие от других методов, какой-либо априорной информации. Подход основывается на локальной аппроксимации сейсмических данных плоскими волнами. Предложенный алгоритм, как выяснили

его авторы, не дает удовлетворительных результатов на реальных (зашумлённых) данных. Мы разработали алгоритм, основанный на том же подходе, который даёт приемлемые результаты и на реальных данных. Мы рассмотрим алгоритм в применении к модельной задаче реконструкции фотографии со случайно сдвинутыми строками. Обе задачи решаются аналогично. Но, в отличие от задачи коррекции статики, модельная задача является более простой для понимания, более наглядной и не содержит геофизических терминов.

Для демонстрации работы алгоритма было взято часто используемое в численных экспериментах фотоизображение ([http://www.cs.cmu.edu/~chuck/lennapg/lena\\_std.tif](http://www.cs.cmu.edu/~chuck/lennapg/lena_std.tif)). Для исключения краевых эффектов (чистоты эксперимента) сначала было выполнено виньетирование. Затем исходное изображение рис. 1 а было искажено случайными сдвигами строк — рис. 1 б. В этом примере сдвиги являются целочисленными равномерно распределёнными в интервале  $-16, \dots, 16$  некоррелируемыми величинами. То, что сдвиги являются целочисленными, не ограничивает общности, так как предлагаемый алгоритм ищет вещественные сдвиги и линейно интерполирует выходное изображение. Наша задача состоит в восстановлении исходного изображения рисунка 1 а по входному, искажённому сдвигами, изображению рисунка 1 б. Понятно, что подход, основанный на минимизации какой-либо целевой функции всех сдвигов, является практически нереализуемым.



Рис. 1: а) Исходное изображение  $512 \times 512$  точек. б) Входное для нашего алгоритма изображение, искажённое случайными сдвигами строк.

Во втором разделе этой статьи мы покажем, как можно эффективно оценивать вторые разности неизвестных сдвигов по искажённому изображению (рис. 1 б). В третьем разделе предлагается регуляризованное интегрирование вторых разностей, без которого, как оказывается, невозможно устойчивое решение задачи. В четвертом разделе проведён анализ результатов численного эксперимента. В пятом — рассмотрена практическая задача (из области геофизики), для которой поставленная выше задача является модельной (упрощённой). Шестой раздел включает работу.

## 2. Оценивание вторых разностей сдвигов строк изображения

Отправной точкой является предположение о том, что линии уровня (постоянной яркости) неискаженного изображения обладают некоторой гладкостью, которая нарушается при несвязанных между собой (некоррелируемых) сдвигах строк. Таким образом, гипотеза состоит в том, что на большей части площади типичного фотоизображения направление градиента является гладкой функцией. Предлагаемый алгоритм подбирает такие сдвиги строк искаженного изображения, которые приводят к наибольшей гладкости результирующего изображения. Заметим, что сдвиги строк, являющиеся линейной функцией номера строки, не нарушают гладкость направления градиента. Следовательно, в рамках высказанной гипотезы мы можем рассчитывать только на оценивание вторых разностей сдвигов строк. Это делается следующим образом. Для каждой строки в скользящем по горизонтали окне вычисляются относительные сдвиги двух соседних строк (выше и ниже текущей строки), приводящие к наибольшей схожести этих трех строк. Найденные относительные сдвиги приводят, насколько возможно, направление градиента к горизонтали, делая линии уровня вертикальными. Из вышеизложенного понятно, что вторые разности относительных сдвигов аппроксимируют вторые разности неизвестных сдвигов строк входного изображения. Оценки вторых разностей сдвигов строк входного изображения получаются усреднением по положению скользящего окна с предлагаемыми ниже весами. Понятно, что если в некотором окне градиент близок к вертикали, то никакими сдвигами его, возможно, не удастся сделать горизонтальным. Вес оценки такого окна мы делаем малым. Если на всей строке градиент вертикален, то изображение инвариантно относительно сдвига этой строки. Вес оценок становится малым также там, где гипотеза о локальной гладкости линий уровня нарушается.

Обозначим исходное (неискаженное) изображение  $A_{ij}$ , где  $i, j \in \mathbb{Z}$ , а искомые сдвиги строк как  $\tau_i$ ,  $i \in \mathbb{Z}$ . Входное для нашего алгоритма, искаженное, изображение равно

$$B_{i,j} = A_{i,j+\tau_i}. \quad (1)$$

Пусть

$$\begin{aligned} \xi_{i,p}^- &= \operatorname{Arg} \min_{\xi} \sum_{k=1}^w |B_{i-1,p+k+\xi} - B_{i,p+k}|, \\ \xi_{i,p}^+ &= \operatorname{Arg} \min_{\xi} \sum_{k=1}^w |B_{i+1,p+k+\xi} - B_{i,p+k}|. \end{aligned} \quad (2)$$

Очевидно, что  $\xi_{i,p}^-$  и  $\xi_{i,p}^+$  есть относительные сдвиги строк  $i-1$  и  $i+1$ , делающие их отрезки длины  $w$  похожими на отрезок  $B_{i,j}$ ,  $j = p+1, \dots, p+w$  строки  $i$ . Как замечено выше, вторая разность относительных сдвигов  $\{\xi_{i,p}^-, 0, \xi_{i,p}^+\}$  аппроксимирует вторую разность искомым сдвигов, то есть

$$d_{i,p} \equiv \xi_{i,p}^- + \xi_{i,p}^+ \approx \tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}. \quad (3)$$

Так как оценивание вторых разностей осуществляется в скользящем окне, для каждой второй разности получается множество оценок, что даёт некоторую статистическую устойчивость. Для каждой оценки  $d_{i,p}$  найдем её вес  $\gamma_{i,p}$  следующим

образом

$$\begin{aligned} \gamma_{i,p} = & \left[ \sum_{k=1}^w \left( B_{i,p+k} - \frac{1}{w} \sum_{j=1}^w B_{i,p+k} \right)^2 \right]^2 \times \\ & \times \left[ \alpha \sum_{k=1}^w \left( B_{i,p+k} - \frac{1}{w} \sum_{j=1}^w B_{i,p+k} \right)^2 + \sum_{k=1}^w \left( B_{i,p+k} - B_{i-1,p+k+\xi_{i,p}^-} \right)^2 \right]^{-1} \\ & \times \left[ \alpha \sum_{k=1}^w \left( B_{i,p+k} - \frac{1}{w} \sum_{j=1}^w B_{i,p+k} \right)^2 + \sum_{k=1}^w \left( B_{i,p+k} - B_{i+1,p+k+\xi_{i,p}^+} \right)^2 \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\xi_{i,p}^{\pm}$  вычисляются по формулам (2). Числитель весовой функции (4) имеет смысл изменчивости значений строки  $i$  в скользящем окне: если все они равны, то градиент не имеет горизонтальной составляющей, и  $\gamma_{i,p} = 0$ . Знаменатель (4) штрафует непохожесть отрезков трех строк относительно изменчивости центральной строки, взятой с коэффициентом  $\alpha$ . Коэффициент  $\alpha$ , как и размер скользящего окна  $w$ , являются управляющими параметрами алгоритма, оценка влияния которых проводится численно в разделе 4. Заметим, что весовая функция (4), как и должно быть, инвариантна относительно умножения входных данных на константу.

Окончательно, оценку второй разности  $\tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}$  вычисляем как усредненные с весами (4) оценки (3)

$$d_i = \frac{\sum_j \gamma_{i,j} d_{i,j}}{\sum_j \gamma_{i,j}}.$$

На рисунке 2 показаны ошибки  $e_i = (\tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}) - d_i$  наших оценок вторых разностей сдвигов для входного изображения рис. 1 б при  $w = 30$  и  $\alpha = 0.01$ , в зависимости от значений вторых разностей. Мы видим, что ошибки оценивания в этом тесте имеют разброс порядка 1% от разброса значений вторых разностей. Кроме того, вторые разности и ошибки их оценивания не коррелируют.

### 3. Регуляризованное интегрирование вторых разностей

В предыдущем разделе мы рассмотрели алгоритм оценивания вторых разностей неизвестных сдвигов строк изображения. Однако если просто проинтегрировать (два раза) полученные оценки вторых разностей, вычитая линейный тренд, и ввести полученные таким образом сдвиги во входное изображение рис. 1 б, то получается изображение, показанное на рис. 3 а.

Неудовлетворительный результат объясняется некорректностью задачи интегрирования. Действительно, на бесконечной оси в дискретном случае ( $j \in \mathbb{Z}$ ) при некоторых  $a$  и  $b$

$$\tau_j = \frac{1}{2} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} (\tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}) |j - i| + aj + b, \quad (5)$$

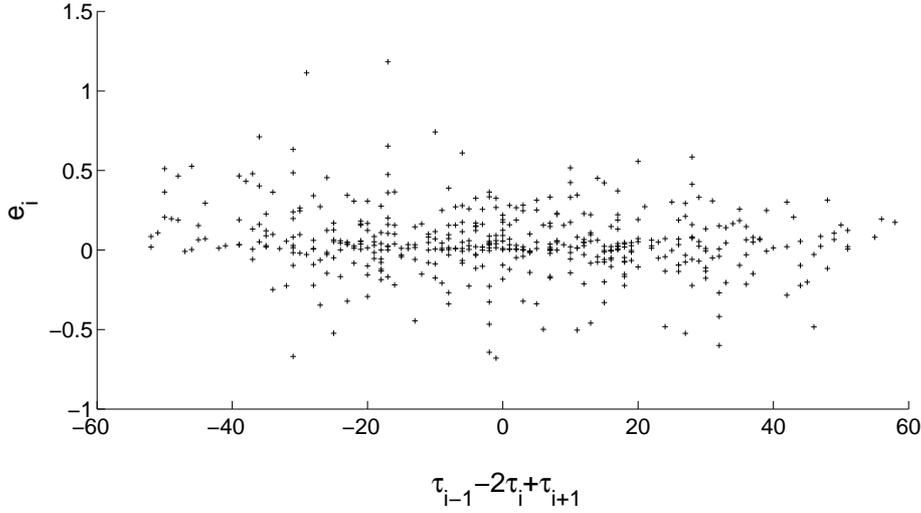


Рис. 2: Ошибки вычисления вторых разностей сдвигов, по оси абсцисс — вторые разности истинных сдвигов.

так как  $|i-1| - 2|i| + |i+1| = 2\delta_{i,0}$ , где  $\delta_{i,k}$  — символ Кронекера. Аналогично, в непрерывном случае ( $x \in \mathbb{R}$ )

$$y(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} y''(\xi) |x - \xi| d\xi + ax + b, \quad (6)$$

так как  $\frac{d^2|x|}{dx^2} = 2\delta(x)$ , где  $\delta(x)$  — функция Дирака. В обоих случаях сколь угодно малая ошибка во второй разности (второй производной) приводит к неограниченной ошибке в результатах интегрирования по формулам (5) или (6). Предлагаемая регуляризация заключается в замене ядра преобразования (5) или (6) ограниченным ядром  $f_\sigma$ :

$$\bar{\tau}_j = \frac{1}{2} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} (\tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}) f_\sigma(j-i), \quad j \in Z, \quad (7)$$

$$\bar{y}(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} y''(\xi) f_\sigma(x-\xi) d\xi, \quad x \in R. \quad (8)$$

Для выполнения  $\bar{\tau}_{i-1} - 2\bar{\tau}_i + \bar{\tau}_{i+1} \approx \tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}$ ,  $\bar{y}''(x) \approx y''(x)$  необходимо наложить условие

$$f'_\sigma(+0) - f'_\sigma(-0) = 2.$$

Если потребовать, что  $f_\sigma$  — чётная функция, тогда

$$f'_\sigma(\pm 0) = \pm 1.$$

Параметр регуляризации интегрирования  $\sigma$  по смыслу является масштабным параметром. Положим

$$f_\sigma(x) = \sigma f\left(\frac{x}{\sigma}\right). \quad (9)$$



Рис. 3: а) Результат восстановления рис. 1 а по рис. 1 б при обычном интегрировании вторых разностей сдвигов. б) Результат восстановления при регуляризованном интегрировании.

На функцию  $f$  мы накладываем ограничения

$$f(-x) = f(x), \quad f'(\pm 0) = \pm 1, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)| dx < \infty. \quad (10)$$

**Теорема 1.** Пусть фильтр  $f_\sigma$  имеет вид (9), а функция  $f$  удовлетворяет условиям (10). Пусть  $f''$  существует и ограничена при  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , а интегралы (вторые производные или вторые разности) ограничены и финитны (имеют конечный носитель). И пусть в непрерывном случае существует вторая производная интегралда. Тогда невязки дифференцирования формул (7) и (8) есть бесконечно малые при  $\sigma \rightarrow +\infty$ . Влияние ошибок исходных данных на интегралы (7) и (8) стремится к нулю, если  $\sigma \rightarrow +\infty$ .

*Доказательство.* В непрерывном случае ошибка дифференцирования, как следует из формул (6) и (8) при интегрировании по частям и с учётом (10), равна

$$\begin{aligned} \varepsilon(x) &= y''(x) - \bar{y}''(x) = y''(x) - \frac{d^2}{dx^2} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma f\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) y''(x - \xi) d\xi = \\ &= y''(x) - \frac{\sigma}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) y^{(4)}(x - \xi) d\xi = y''(x) + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} f'\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) y^{(3)}(x - \xi) d\xi = \\ &= y''(x) + \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} f'\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) [y^{(3)}(x - \xi) - y^{(3)}(x + \xi)] d\xi = y''(x) - \\ &- \frac{1}{2} f'\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) [y''(x + \xi) + y''(x - \xi)] \Big|_0^{+\infty} + \frac{1}{2\sigma} \int_0^{+\infty} f''\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) [y''(x + \xi) + y''(x - \xi)] d\xi = \\ &= \frac{1}{2\sigma} \int_0^{+\infty} f''\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) [y''(x + \xi) + y''(x - \xi)] d\xi. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$|\varepsilon| \leq \frac{1}{\sigma} \sup_{x \neq 0} |f''(x)| \int_{-\infty}^{+\infty} |y''(x)| dx \longrightarrow 0, \quad \sigma \rightarrow +\infty, \quad (11)$$

так как  $y''$  ограничена и финитна по условию теоремы.

Вариации исходных данных  $\delta y''$  и результата интегрирования  $\delta \bar{y}$  связаны следующим образом

$$\delta \bar{y} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma f\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) \delta y''(x - \xi) d\xi.$$

отсюда получаем

$$|\delta \bar{y}| \leq \frac{1}{2} \sigma^2 \sup_x |\delta y''(x)| \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)| dx \longrightarrow 0, \quad \sigma \rightarrow 0. \quad (12)$$

Таким образом, утверждения теоремы для непрерывного случая доказаны.

В дискретном случае невязка дифференцирования, с использованием формулы конечных приращений Лагранжа, равна

$$\begin{aligned} \varepsilon_j &= (\tau_{j-1} - 2\tau_j + \tau_{j+1}) - (\bar{\tau}_{j-1} - 2\bar{\tau}_j + \bar{\tau}_{j+1}) = \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} (\tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}) (-2\delta_{ij} + f_\sigma(j-i-1) - 2f_\sigma(j-i) + f_\sigma(j-i+1)) = \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^{+\infty} (\tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}) \left(-f'_\sigma(j-i) + \frac{1}{2}f''_\sigma(\xi_{j-i}) + f'_\sigma(j-i) + \frac{1}{2}f''_\sigma(\eta_{j-i})\right) - \\ &= -\frac{1}{2} (\tau_{j-1} - 2\tau_j + \tau_{j+1}) \left(-2 - f'_\sigma(-0) + \frac{1}{2}f''_\sigma(\xi_0) + f'_\sigma(+0) + \frac{1}{2}f''_\sigma(\eta_0)\right) = \\ &= -\frac{1}{4} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} (\tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}) (f''_\sigma(\xi_{j-i}) + f''_\sigma(\eta_{j-i})) = \\ &= -\frac{1}{4\sigma} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} (\tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}) \left(f''\left(\frac{\xi_{j-i}}{\sigma}\right) + f''\left(\frac{\eta_{j-i}}{\sigma}\right)\right). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$|\varepsilon_j| < \frac{1}{2\sigma} \sup_{x \in \mathbb{R}} |f''(x)| \sum_{i=-\infty}^{+\infty} |\tau_{i-1} - 2\tau_i + \tau_{i+1}| \longrightarrow 0, \quad \sigma \rightarrow +\infty. \quad (13)$$

Изменение результата интегрирования (7) при вариации интегранда  $\Delta$  равна

$$\Delta \bar{\tau}_j = \frac{1}{2} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sigma f\left(\frac{j-i}{\sigma}\right) \Delta_i$$

$$|\Delta \bar{\tau}_j| \leq \frac{1}{2} \sigma \max_i |\Delta_i| \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \left|f\left(\frac{i}{\sigma}\right)\right| \longrightarrow 0, \quad \sigma \rightarrow 0. \quad (14)$$

Теорема доказана.  $\square$

Доказанная выше теорема означает, что параметр  $\sigma$  действительно является параметром регуляризации. Его нельзя брать слишком малым, иначе невязки дифференцирования будут слишком большими. И в то же время нельзя брать слишком большим, иначе возрастает влияние ошибок в исходных данных интегрирования.

Условия (9), (10) оставляют большой простор для выбора дополнительных условий, которые можно наложить на функцию  $f_\sigma$ . Во-первых, будем рассматривать финитный фильтр:  $f_\sigma(x) = 0$  при  $|x| > \sigma$ . Во-вторых, эмпирическим путём мы выяснили, что хороший результат получается при непрерывности  $f'_\sigma(x)$  всюду, за исключением точки  $x = 0$ , в частности,  $f_\sigma(\pm\sigma) = f'_\sigma(\pm\sigma) = 0$ , а также равенстве нулю нескольких первых моментов:

$$\int_0^\sigma f_\sigma(x) dx = 0, \quad \int_0^\sigma f_\sigma(x) x^2 dx = 0.$$

Для выполнения всех приведённых условий решение может быть найдено в виде полинома  $f_\sigma(x) = \alpha(|x| - \sigma)^2 + \beta(|x| - \sigma)^3 + \gamma(|x| - \sigma)^4$ , что сразу обеспечивает  $f_\sigma(\pm\sigma) = f'_\sigma(\pm\sigma) = 0$ . Далее получается система линейных уравнений для  $\alpha, \beta, \gamma$ , и в результате имеем следующий фильтр

$$f_\sigma(x) = -\frac{3\sigma}{32} + |x| - \frac{45x^2}{16\sigma} + \frac{3|x|^3}{\sigma^2} - \frac{35x^4}{32\sigma^3}, \quad (15)$$

график которого показан на рис. 4 при  $\sigma = 1$ .

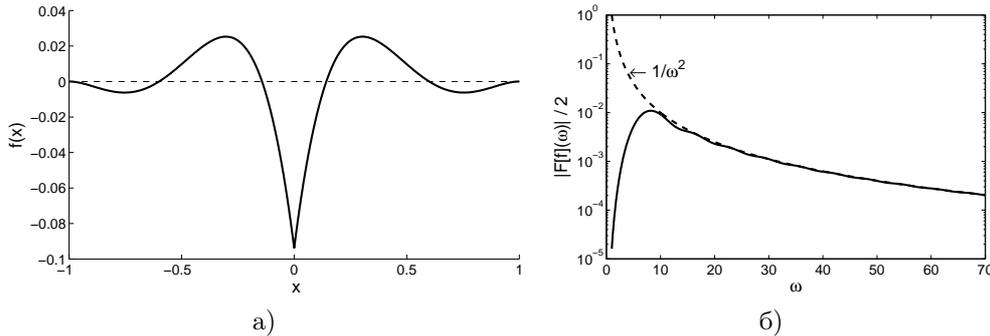


Рис. 4: а) Интегрирующий фильтр (15) при  $\sigma = 1$ . б) Сравнение преобразования Фурье построенного фильтра и идеального интегрирующего фильтра.

Преобразование Фурье фильтра (15) при  $\sigma = 1$  есть

$$\begin{aligned} F[f] &= \int_{-1}^{+1} f(x) e^{i\omega x} dx = \\ &= \frac{-4\omega^3 + 3\omega^2 \sin(\omega) + 72\omega + 33\omega \cos(\omega) - 105 \sin(\omega)}{2\omega^5} \sim -\frac{2}{\omega^2}, \quad \omega \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

То есть на высоких частотах фильтр ведёт себя как идеальный интегратор, с учётом множителя  $\frac{1}{2}$  в формулах (7), (8) (рис. 4 б). И в то же время низкие частоты подавляются фильтром, так как  $F[f] = 0$  при  $\omega = 0$ .

По смыслу задачи линейные тренды в правых частях формул (5), (6) следует выбирать так, чтобы результат интегрирования не содержал линейного тренда.

Регуляризованное интегрирование автоматически обеспечивает выполнение этого условия.

Результат, показанный на рисунке 3 б, был получен с помощью регуляризованного интегрирования (7) с использованием фильтра (15) с параметром  $\sigma = 60$ .

Можно было бы отказаться от регуляризации интегрирования (5) в случае, когда

$$\Delta \cdot L^2 < \Delta\tau, \quad (16)$$

где  $\Delta\tau$  — требуемая точность вычисления интеграла,  $\Delta$  — максимальная ошибка, возникающая в оценках вторых разностей,  $L$  — длина интервала интегрирования. В нашем случае условие (16) не выполняется.

При рассмотрении рис. 3 а можно подумать, что вместо регуляризованного интегрирования можно применить обычное интегрирование с последующим вычитанием некоторого гладкого тренда из полученных сдвигов. Мы не приводим здесь результаты проведенных численных экспериментов, убеждающих в бесперспективности вычитания трендов, так как ошибка интегрирования по формуле (5), возникающая из-за ошибок интегранда, очевидно, не является гладкой функцией. В некоторых случаях (например, если ошибка вторых разностей ведёт себя как стационарный шум) вычитание тренда все же приводит к приемлемому результату, но уступающему регуляризованному интегрированию. В общем случае вычитание какого-либо тренда после обычного интегрирования не приводит к успеху.

#### 4. Анализ результатов теста

В предыдущих разделах настоящей статьи мы описали алгоритм восстановления изображения, искажённого неизвестными сдвигами строк. Предложенный алгоритм имеет три параметра:  $w$  — ширина скользящего окна, входящая в формулы (2) и (4),  $\alpha$  — коэффициент в весовой функции (4),  $\sigma$  — параметр регуляризации интегрирования (7).

На рис. 5 показаны средние по абсолютной величине и максимальные ошибки определения сдвигов строк изображения 1 б:

$$\Xi_1(w, \alpha, \sigma) = \frac{2}{n} \sum_{j=n/4+1}^{3n/4} |\tau_j - \bar{\tau}_j(w, \alpha, \sigma)|, \quad (17)$$

$$\Xi_2(w, \alpha, \sigma) = \max_{n/4 < j \leq 3n/4} |\tau_j - \bar{\tau}_j(w, \alpha, \sigma)|, \quad (18)$$

где  $n$  — число строк изображения,  $\tau_j$  — искомые сдвиги,  $\bar{\tau}_j$  — оценки сдвигов  $\tau_j$ , полученные нашим алгоритмом. В формулах (17) и (18) мы рассматриваем сдвиги только в центральной части изображения, не ослабленной виньетированием.

Результат, представленный на рис. 3 б, был получен при следующих значениях параметров:  $w = 30$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $\sigma = 60$ . При этих параметрах невязки  $\Xi_1 = 1.1857$ ,  $\Xi_2 = 3.21$ .

Для демонстрации помехоустойчивости алгоритма был проделан следующий тест. К исходному изображению рис. 1 а был добавлен окрашенный шум, полученный усреднением белого шума в скользящем окне  $5 \times 5$  точек (рис. 6 а). Далее в зашумлённое изображение вводились те же сдвиги, что и в тесте с незашумлённым

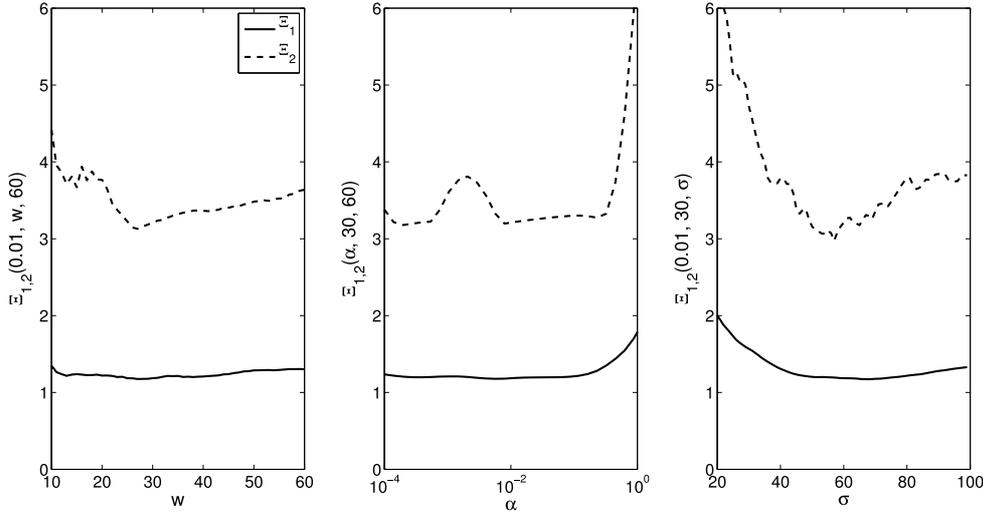


Рис. 5: Зависимость средней  $\Xi_1$  и максимальной  $\Xi_2$  ошибок вычисления сдвигов строк изображения рис. 1 б от параметров алгоритма  $w$ ,  $\alpha$ ,  $\sigma$ .

изображением рис. 1 а, после чего делалось восстановление неизвестных сдвигов с помощью нашего алгоритма с теми же параметрами  $w = 30$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $\sigma = 60$ . Полученные оценки сдвигов для наглядности результата вводились в незашумлённое искажённое сдвигами изображение рис. 1 б. Результат этого теста представлен на рис. 6 б. В тесте с зашумлённым изображением ошибки  $\Xi_1$  и  $\Xi_2$  увеличились на 3 и 22 процентов соответственно. Помехоустойчивость алгоритма не вызывает удивления, так как вторые разности оцениваются на основе аппроксимационной гипотезы.

## 5. Короткопериодные статические поправки в обработке сейсмических данных

Сейсмическая разведка является основной отраслью, обеспечивающей поиск нефти и газа. Данные наземной (не морской) сейсморазведки представляются в виде

$$B_{s,r,t} = A_{s,r,t+\tau(s)+\rho(r)}, \quad (19)$$

где  $s$  — номер источника сейсмических волн (взрыва),  $r$  — номер приемника,  $t$  — время,  $\tau(s)$  и  $\rho(r)$  — сейсмические поправки за источники и приёмники, которые надо определить по исходным данным  $B$ , чтобы тем самым восстановить данные  $A$ , не искажённые приповерхностной зоной малых скоростей. Для этой традиционной задачи известны два подхода [1]: 1) коррекция статики по волнам, которые распространяются как поверхностные ниже зоны малых скоростей, и 2) коррекция статики через улучшение суммирования по общей средней точке (ОСТ). Предпосылки применимости методов, реализующих первый подход, нередко отсутствуют. Второй подход неприменим в тех случаях, когда суммирование по ОСТ нарушается вследствие сильных преломлений в сложно устроенной среде. В таких слу-



Рис. 6: а) Зашумлённое изображение рис. 1 а. б) Результат введения сдвигов в изображение рис. 1 б, определённых по зашумлённому изображению рис. 6 а с теми же сдвигами, которые вводились в изображение рис. 1 б. Входное для алгоритма изображение здесь не показано.

чаях необходимо построить скоростную модель среды [2], но для решения задачи инверсии скорости необходима короткопериодная статика. В этом подходе длиннопериодная статика войдет в скоростную модель.

Для простоты будем считать, что и источники и приёмники образуют равномерные одномерные сетки. Тогда задача (19) отличается от нашей модельной задачи (3) только числом измерений и, оказывается, может быть решена аналогично. Вследствие малого соотношения сигнал-шум в сейсмических данных мы рассматриваем не тройки соседних источников или приёмников, а всевозможные базы, скажем,  $5 \times 5$  соседних приёмников и источников. Все трассы каждой базы  $B_{s,r}$ ,  $s_k \leq s < s_k + 5$ ,  $r_l \leq r < r_l + 5$  в скользящем по времени окне делаются возможно более похожими с помощью относительных сдвигов по времени  $\tilde{B}_{s,r,t} = B_{s,r,t+\tau(s,r)}$ . Вместо (2) в качестве меры похожести используется коэффициент корреляции, вследствие узкополосности спектра сейсмических данных. Как и в модельной задаче, вторые разности относительных сдвигов  $\tau(s,r)$  аппроксимируют вторые разности искомым сдвигов (статических поправок). В качестве весов усреднения вторых разностей относительных сдвигов вместо (4) используется мера когерентности, называемая сембланс (semblance). Далее усреднённые вторые разности поправок за источники и приёмники независимо интегрируются с помощью формулы (7).

Использование регуляризованного интегрирования оказывается и здесь совершенно необходимым. В работе [3] был предложен метод коррекции статики, неявно выполняющий интегрирование вторых разностей сдвигов. Однако этот метод оказался работоспособным только на синтетических данных, а на реальных данных приводит к недопустимо большим поправкам, искажающим данные. Наш метод, использующий регуляризованное интегрирование, даёт приемлемые результаты на

реальных данных. Заметим, что метод легко обобщается на неравномерную профильную расстановку источников и приёмников, а также на площадные системы получения сейсмических данных.

## 6. Заключение

В работе предложен новый метод решения известной геофизической задачи коррекции статики, основанный на локальном спрямлении сейсмических событий. Обработка сейсмических данных, полученных на суше, не обходится без коррекции статики. Предложенный метод обладает некоторыми преимуществами перед известными подходами и проверен на практике. Для демонстрации и детального изучения алгоритма мы рассмотрели упрощённую модельную задачу восстановления двумерного изображения, искажённого неизвестными сдвигами строк. Результаты некоторых численных экспериментов по восстановлению фотоизображения представлены в работе. Как в модельной, так и в реальной задаче, ключевыми шагами алгоритма являются: 1) оценивание вторых разностей сдвигов на основе предположения о большей регулярности неискажённого изображения и весового усреднения по положениям скользящих окон, и 2) регуляризованное интегрирование, необходимое вследствие того, что мы находимся за пределом оценки (16), позволяющей считать задачу интегрирования корректной. Получены оценки (12), (14) устойчивости регуляризованного интегрирования и оценки (11), (13) возникающих при этом невязок дифференцирования.

Авторы выражают благодарность Почётному нефтянику В.И. Шлёнкину за плодотворные обсуждения метода и результатов.

## Список литературы

- [1] D. Marsden. Static corrections — a review. *The Leading Edge*, 1993, no. 1, pp. 43 – 49; no. 2, pp. 115 – 120; no. 3, pp. 210 – 216.
- [2] А.В. Копчиков, А.А. Табаков, В.Н. Ференци, В.Л. Елисеев. Коррекция статических поправок по методике «Поликор» для обработки совмещённых поверхностно-скважинных наблюдений. *Технологии сейсморазведки*, 2006, №2, стр. 24 – 28.
- [3] F. Billette, S. Le Begat, P. Podvin, G. Lambare. Practical aspects and applications of 2D stereotomography. *Geophysics*, 2003, vol. 68, no. 3, pp. 1008 – 1021.