УДК 519.7+519.8

ЗАДАЧА МАКСИМИЗАЦИИ ВОЗМОЖНОСТИ ДОСТИЖЕНИЯ НЕЧЕТКОЙ СЛУЧАЙНОЙ ЦЕЛИ

Новикова В.Н., Турлаков А.П.
Кафедра информационных технологий

Поступила в редакцию 12.03.2009, после переработки 28.05.2009.

В статье продолжается исследование, начатое в [17, 18]. Для задачи возможностно-вероятностного программирования специфицируется метод ее решения, основанный на стохастическом квазиградиенте.

Research started in [17, 18] continues in the article. Solutions method for probablistic-possibilistic programming task based on stochastic quasi-gradient is specified.

Ключевые слова: нечеткая величина, нечеткая случайная величина, стохастический квазиградиент.
Keywords: fuzzy variable, fuzzy random variable, stochastic quasi-gradient.

Введение

В предлагаемой заметке, руководствуясь результатами, полученными в [17, 18], для задачи максимизации возможности достижения нечеткой случайно цели строится ее эквивалентный аналог в том случае, когда параметры модели содержат в себе элементы неопределенности возможностного и случайного типов в предположении, что распределения возможностей полностью известны, а случайные факторы задаются только своими реализациями. Для построенного эквивалентного детерминированного аналога задачи разрабатывается стохастический квазиградиентный метод его решения. Для моделирования комбинированного вида неопределенности используется нечеткая случайная величина, имеющая сдвиг-масштабное представление.

1. Базовые понятия

Пусть Γ есть обычное (четкое) множество элементов, обозначаемых далее через $\gamma \in \Gamma$, $P(\Gamma)$ — множество всех подмножеств Γ.

Определение 1. Мерой возможности называется функция множества

$$\pi : P(\Gamma) \to [0, 1],$$

обладающая свойствами

$$1)\pi\{\varnothing\} = 0,\ \pi\{\Gamma\} = 1,$$

$$2)\pi\{\bigcup_{i\in I} A_i\} = \sup_{i\in I}\pi\{A_i\},$$

для любого индексного множества I и множеств $A_i \in P(\Gamma)$.

Определение 2. Возможностной величиной называется отображение $Z : \Gamma \to E^1$, значения которого характеризуются функцией $\mu_Z : E^1 \to [0,1]$, называемой распределением возможностей величины Z:

$$\mu_Z(z) = \pi\{\gamma \in \Gamma | Z(\gamma) = z\},\ \forall z \in E^1.$$

$\mu_Z(z)$ есть «возможность того, что величина Z может принять значение z». Здесь и далее E^1, E^n обозначают Евклидовы пространства соответствующей размерности.

Определение 3. Действительное число m называется модальным значением возможностной величины Z, если $\mu_Z(m) = 1$.

Определение 4. Носителем возможностной величины Z называется множество

$$supp(Z) = \{z \in E^1 | \mu_Z(z) > 0\}.$$

Определение 5. Множеством $\alpha-$уровня возможностной величины Z называется множество

$$Z_\alpha = [Z_\alpha^-, Z_\alpha^+] = \{z \in E^1 | \mu_Z(z) \geq \alpha\},\ \alpha \in (0,1].$$

Определение 6. Возможностная величина Z называется нечетко выпуклой, если ее функция распределения является квазивогнутой:

$$\mu_Z(\lambda z_1 + (1-\lambda)z_2) \geq min\{\mu_Z(z_1), \mu_Z(z_2)\}$$

$$\forall z_1, z_2 \in E^1, \forall \lambda \in [0,1].$$

Пусть $Z_1, \ldots, Z_n$ — возможностные величины. Функция распределения совокупности возможностных величин определяется следующим образом:

$$\mu_{Z_1,\ldots,Z_n}(z_1,\ldots,z_n) = \pi\{\gamma \in \Gamma | Z_1(\gamma) = z_1, \ldots, Z_n(\gamma) = z_n\}, (z_1,\ldots,z_n) \in E^n.$$

Определение 7. Возможностные величины $Z_1, \ldots, Z_n$ называются минисвязанными, если для любого подмножества $\{i_1, \ldots, i_k\}$ множества $\{1, \ldots, n\}$

$$\mu_{Z_{i_1},\ldots,Z_{i_k}}(z_{i_1},\ldots,z_{i_k}) = min\{\mu_{Z_{i_1}}(z_1), \ldots, \mu_{Z_{i_k}}(z_k)\},\ \forall (z_{i_1},\ldots,z_{i_k}) \in E^k.$$

Здесь $\mu_{Z_{i_s}}$ есть одномерные функции распределения возможности.

Пусть $\mathfrak{F}(E^1)$ — множество всех нечетких величин, чьи функции распределения удовлетворяют условиям квазивогнутости и полунепрерывности сверху.

Если $f \in \mathfrak{F}(E^1)$, то $\forall \alpha \in (0,1]$ $f_\alpha = [f_\alpha^-, f_\alpha^+]$ — замкнутый интервал E^1.

Впервые определение нечеткой случайной величины было дано в работах [14, 15, 16]. Дадим определение, следуя [3].

Пусть $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ — вероятностное пространство .

Определение 8. Отображение $\tilde{a} : \Omega \to \mathfrak{F}(E^1)$ называется нечеткой случайной величиной, определенной на $(\Omega, \mathfrak{A})$, если для любого $\alpha \in (0,1]$, $\tilde{a}_\alpha(\omega) = \{x | x \in R, \tilde{a}(\omega)(x) \geq \alpha\} = [a_\alpha^-(\omega), a_\alpha^+(\omega)]$ — случайный интервал, а именно, $a_\alpha^-(\omega)$ и $a_\alpha^+(\omega)$ — две случайные величины, определенные на $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$. Обозначим множество нечетких случайных величин через $FR(\Omega)$.

Приведем также еще одно определение, которое и будет использовано в дальнейшем [13].

Определение 9. Нечеткая случайная величина $\tilde{a}$ есть вещественная функция $\tilde{a} : \Omega \times \Gamma \to E^1$, такая, что при любом фиксированном $\gamma \in \Gamma$, величина $a_\gamma(\omega)$ является случайной величиной, определенной на $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$.

Распределение нечеткой случайной величины можно рассматривать также, как и в случае нечеткой переменной, т.е. следующим образом:

$$\mu_{\tilde{a}}(x, \omega) = \pi\{\gamma \in \Gamma |\ \tilde{a}(\omega, \gamma) = x\},\ \forall x \in E^1.$$

Определение 10. $\alpha-$уровневым множеством нечеткой случайной величины называется множество $a_\alpha(\omega) = \{t \in E^1\ |\mu_{\tilde{a}(\omega,\gamma)}(t) \geq \alpha\},\ 0 < \alpha \leq 1.$

2. Постановка задачи и метод ее решения

В работе рассматривается задача максимизации возможности достижения нечеткой случайной цели:

$$\pi\{Ef_0(x, \omega, \gamma) = 0\} \to \sup_{x \in X}. \tag{1}$$

Здесь $f_0(x, \omega, \gamma)$ есть возможностно-случайная функция,

$$f_0(\cdot, \cdot, \cdot) : X \times \Omega \times \Gamma \to E^1.$$

При фиксированном x $f_0(x, \omega, \gamma) \in FR(\Omega)$, а $F_0(x, \gamma) = Ef_0(x, \omega, \gamma)$ — математическое ожидание $f_0(x, \omega, \gamma)$. Методы решения задачи существенным образом зависят от вида функции $f_0(x, \omega, \gamma)$.

Методы решения задачи (1) основаны на построении эквивалентных аналогов. Эти методы классифицируются как непрямые.

Рассмотрим несколько случаев представления функции $f_0(x, \omega, \gamma)$.

2.1 Первый случай

Пусть $f_0(x, \omega, \gamma) = g_0(x, \omega) - b_0(\gamma)$, где $g_0(\cdot, \cdot) : X \times \Omega \to E^1$, $b_0(\gamma)$ — возможностная переменная. $b_0(\gamma)$ задана своей функцией распределения, а случайный параметр известен только своими реализациями. Пользуясь определением функции распределения, получаем:

$$\pi\{Ef_0(x, \omega, \gamma) = 0\} = \pi\{Eg_0(x, \omega) = b_0(\gamma)\} = \mu_{b_0(\gamma)}(Eg_0(x, \omega)) \to \sup_{x \in X}.$$

В случае, когда $\mu_{b_0(\gamma)}$ является неубывающей функцией, мы можем перейти к задаче стохастического программирования:

$$E(g_0(x,\omega)) \to \sup_{x\in X}.$$

Данная задача является классической задачей стохастического программирования. Прямые методы ее решения разработаны в [6] для случая, когда случайный параметр задан своими реализациями.

2.2 Второй случай

Теорема 1. *Пусть в задаче (1)* $f_0(x,\omega,\gamma) = g_0(x,\omega,p_1(\gamma),\dots,p_l(\gamma)) - b_0(\gamma)$, *где возможностные переменные* $p_1(\gamma),\dots,p_l(\gamma), b_0(\gamma)$ *являются минисвязанными. Тогда задача (1) эквивалентна задаче*

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i), i = 1,\dots,l, \\ x_0 \le \mu_{b_0(\gamma)}(t), \\ Eg_0(x,\omega,\nu_1,\dots,\nu_l) = t, \\ (x_0,x,\nu,t) \in [0,1]\times X\times E^{l+1}. \end{cases} \tag{2}$$

Доказательство. Из определения распределения возможностей и вида функции $f_0(x,\omega,\gamma)$ следует, что целевая функция задачи (1) может быть записана в виде:

$$\pi\{Ef_0(x,\omega,\gamma)=0\} = \pi\{Eg_0(x,\omega,p_1(\gamma),\dots,p_l(\gamma)) = Eb_0(\gamma)\} =$$

$$= \pi\{\bigcup_{(\nu_1,\dots,\nu_l,t):Eg_0(x,\omega,\nu_1,\dots,\nu_l)=t} \{\gamma\in\Gamma : p_1(\gamma)=\nu_1;\dots;p_l(\gamma)=\nu_l; b_0(\gamma)=t\}\} =$$

Далее на основании свойств меры π имеем:

$$= \sup_{(\nu_1,\dots,\nu_l,t):Eg_0(x,\omega,\nu_1,\dots,\nu_l)=t} \pi\{\gamma\in\Gamma : p_1(\gamma)=\nu_1;\dots;p_l(\gamma)=\nu_l; b_0(\gamma)=t\} =$$

Поскольку возможностные переменные являются минисвязанными, то верно преобразование

$$= \sup_{(\nu_1,\dots,\nu_l,t):Eg_0(x,\omega,\nu_1,\dots,\nu_l)=t} min\{\mu_{p_1(\gamma)}(\nu_1);\dots;\mu_{p_l(\gamma)}(\nu_l);\mu_{b_0(\gamma)}(t)\} \to \sup_{x\in X}.$$

Путем введения дополнительной переменной $x_0 \in [0;1]$ последняя задача может быть заменена эквивалентной задачей, содержащейся в утверждении теоремы.

Теорема доказана. □

Замечание 1. При условии зависимости возможностных переменных $p_1(\gamma),\dots,$ $p_l(\gamma)$, но при условии сохранения независимости их от $b_0(\gamma)$ формула (2) принимает вид

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{p_1(\gamma),\dots,p_l(\gamma)}(\nu_1,\dots,\nu_l), \\ x_0 \le \mu_{b_0(\gamma)}(t), \\ Eg_0(x,\omega,\nu_1,\dots,\nu_l) = t, \\ (x_0,x,\nu,t) \in [0,1] \times X \times E^{l+1}. \end{cases}$$

Здесь $\mu_{p_1(\gamma),\dots,p_l(\gamma)}(\nu_1,\dots,\nu_l)$ есть l-мерная функция распределения совокупности возможностных переменных $p_1(\gamma),\dots,p_l(\gamma)$.

Теорема 2. *(Линейный случай) Пусть в задаче (1)*

$$f_0(x,\omega,\gamma) = \left(\sum_{j=1}^{l} a_{0j}(\gamma)x_j\right) k(\omega) - b_0(\gamma),$$

возможностные переменные $a_{0j},\dots,a_{0l}$ и $b_0(\gamma)$ являются минисвязанными. Тогда задача (1) эквивалентна задаче

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{a_{0j}(\gamma)}(\nu_j), j = 1,\dots,l, \\ x_0 \le \mu_{b_0(\gamma)}(t), \\ Ek(\omega)\sum\limits_{j=1}^{l}\nu_j x_j = t, \\ (x_0,x,\nu,t) \in [0,1] \times X \times E^{l+1}. \end{cases}$$

2.3 Третий случай

Теорема 3. *Пусть в задаче (1)*

$$f_0(x,\omega,\gamma) = g_0(x,\omega,p_1(\gamma),\dots,p_l(\gamma)) - b_0(\omega,q_1(\gamma),\dots,q_m(\gamma)),$$

где возможностные переменные $p_1(\gamma),\dots,p_l(\gamma)$ и $q_1(\gamma),\dots,q_m(\gamma)$ являются минисвязанными. Тогда задача (1) эквивалентна задаче

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i); i = 1,\dots,l, \\ x_0 \le \mu_{q_j(\gamma)}(\psi_j); j = 1,\dots,m, \\ Eg_0(x,\omega,\nu_1,\dots,\nu_l) = Eb_0(\omega,\psi_1,\dots,\psi_m), \\ (x_0,x,\nu,\psi) \in [0,1] \times X \times E^{l+m}. \end{cases} \tag{3}$$

Доказательство. Из определения распределения возможностей и функции $f_0(x,\omega,\gamma)$ следует, что целевая функция задачи (1) может быть записана в виде

$$\pi\{Ef_0(x,\omega,\gamma) = 0\} = \pi\{Eg_0(x,\omega,p_1(\gamma),\dots,p_l(\gamma)) =$$

$$= Eb_0(\omega,q_1(\gamma),\dots,q_m(\gamma))\} =$$

$$= \pi\{ \bigcup_{(\nu_1,\ldots,\nu_l,\psi_1,\ldots,\psi_m): Eg_0(x,\omega,\nu_1,\ldots,\nu_l)=Eb_0(\omega,\psi_1,\ldots,\psi_m)} \{\gamma \in \Gamma : p_1(\gamma) = \nu_1; \ldots ; p_l(\gamma) = \nu_l;$$

$$q_1(\gamma) = \psi_1; \ldots ; q_m(\gamma) = \psi_m\}\} =$$

Далее на основании свойств меры π имеем:

$$= \sup_{(\nu_1,\ldots,\nu_l,\psi_1,\ldots,\psi_m): Eg_0(x,\omega,\nu_1,\ldots,\nu_l)=Eb_0(\omega,\psi_1,\ldots,\psi_m)} \pi\{\gamma \in \Gamma : p_1(\gamma) = \nu_1; \ldots ; p_l(\gamma) = \nu_l;$$

$$q_1(\gamma) = \psi_1; \ldots ; q_m(\gamma) = \psi_m\} =$$

Так как возможностные переменные являются минисвязанными, то

$$= \sup_{(\nu_1,\ldots,\nu_l,\psi_1,\ldots,\psi_m): Eg_0(x,\omega,\nu_1,\ldots,\nu_l)=Eb_0(\omega,\psi_1,\ldots,\psi_m)} \min_{i=1,\ldots,l;j=1,\ldots,m} \{\mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i), \mu_{q_j(\gamma)}(\psi_j)\}$$

$$\to \sup_{x\in X}.$$

Путем введения дополнительной переменной $x_0 \in [0,1]$ последняя задача может быть заменена эквивалентной задачей, содержащейся в утверждении теоремы.

Теорема доказана. □

Замечание 2. При условии зависимости возможностных переменных $p_1(\gamma), \ldots, p_l(\gamma)$ и $q_1(\gamma), \ldots, q_m(\gamma)$ задача примет вид

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{p_1(\gamma),\ldots,p_l(\gamma)}(\nu_1, \ldots, \nu_l), \\ x_0 \le \mu_{q_1(\gamma),\ldots,q_m(\gamma)}(\psi_1, \ldots, \psi_m), \\ Eg_0(x, \omega, \nu_1, \ldots, \nu_l) = Eb_0(\omega, \psi_1, \ldots, \psi_m), \\ (x_0, x, \nu, \psi) \in [0,1] \times X \times E^{l+m}. \end{cases}$$

Здесь $\mu_{p_1(\gamma),\ldots,p_l(\gamma)}(\nu_1, \ldots, \nu_l)$ и $\mu_{q_1(\gamma),\ldots,q_m(\gamma)}(\psi_1, \ldots, \psi_m)$ есть l-мерная и m-мерная функции распределения совокупности возможностных переменных $p_1(\gamma), \ldots, p_l(\gamma)$ и $q_1(\gamma), \ldots, q_m(\gamma)$.

Теорема 4. *(Линейный случай) Пусть в задаче (1)*

$$f_0(x, \omega, \gamma) = \left(\sum_{j=1}^{l} a_{0j}(\gamma) x_j\right) k(\omega) - b_0(\gamma) c_0(\omega),$$

возможностные переменные $a_{0j}, \ldots, a_{0l}$ и $b_0(\gamma)$ являются минисвязанными. Тогда задача (1) эквивалентна задаче

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{a_{0j}(\gamma)}(\nu_j), j = 1, \ldots, l, \\ x_0 \le \mu_{b_0(\gamma)}(t), \\ Ek(\omega) \sum_{j=1}^{l} \nu_j x_j = Ec_0(\omega) t, \\ (x_0, x, \nu, t) \in [0,1] \times X \times E^{l+1}. \end{cases}$$

2.4 Четвертый случай

Теорема 5. *Пусть в задаче (1)* $f_0(x,\omega,\gamma) = g_0(x,\omega) - b_0(x, p_1(\gamma),\ldots,p_l(\gamma))$, *где возможностные переменные* $p_1(\gamma),\ldots,p_l(\gamma)$ *являются минисвязанными. Тогда задача (1) эквивалентна задаче*

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i), i = 1,\ldots,l, \\ Eg_0(x,\omega) = b_0(x,\nu_1,\ldots,\nu_l), \\ (x_0,x,\nu) \in [0,1] \times X \times E^l. \end{cases} \tag{4}$$

Доказательство. Из определения распределения возможностей и вида функции $f_0(x,\omega,\gamma)$ следует, что целевая функция задачи (1) может быть записана в виде:

$$\pi\{Ef_0(x,\omega,\gamma) = 0\} = \pi\{Eg_0(x,\omega) = b_0(x,p_1(\gamma),\ldots,p_l(\gamma))\} =$$

$$= \pi\{\bigcup_{(\nu_1,\ldots,\nu_l):Eg_0(x,\omega)=b_0(x,\nu_1,\ldots,\nu_l)} \{\gamma \in \Gamma : p_1(\gamma) = \nu_1;\ldots;p_l(\gamma) = \nu_l\}\} =$$

Далее на основании свойств метрики π имеем:

$$= \sup_{(\nu_1,\ldots,\nu_l):Eg_0(x,\omega)=b_0(x,\nu_1,\ldots,\nu_l)} \pi\{\gamma \in \Gamma : p_1(\gamma) = \nu_1;\ldots;p_l(\gamma) = \nu_l\} =$$

Поскольку возможностные переменные являются минисвязанными, то верно преобразование:

$$= \sup_{(\nu_1,\ldots,\nu_l):Eg_0(x,\omega)=b_0(x,\nu_1,\ldots,\nu_l)} min\{\mu_{p_1(\gamma)}(\nu_1);\ldots;\mu_{p_l(\gamma)}(\nu_l)\} \to \sup_{x\in X}.$$

Путем введения дополнительной переменной $x_0 \in [0;1]$ последняя задача может быть заменена эквивалентной задачей, содержащейся в утверждении теоремы.

Теорема доказана. □

Замечание 3. При условии зависимости возможностных переменных $p_1(\gamma),\ldots,$ $p_l(\gamma)$, задача (4) принимает вид

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{p_1(\gamma),\ldots,p_l(\gamma)}(\nu_1,\ldots,\nu_l), \\ Eg_0(x,\omega) = b_0(x,\nu_1,\ldots,\nu_l), \\ (x_0,x,\nu) \in [0,1] \times X \times E^l. \end{cases}$$

Здесь $\mu_{p_1(\gamma),\ldots,p_l(\gamma)}(\nu_1,\ldots,\nu_l)$ есть l-мерная функция распределения совокупности возможностных переменных $p_1(\gamma),\ldots,p_l(\gamma)$.

Теорема 6. *(Линейный случай) Пусть в задаче (1)*

$$f_0(x,\omega) = g_0(x,\omega) - \sum_{j=1}^{l} a_{0j}(\gamma)x_j,$$

возможностные переменные $a_{0j}, \ldots, a_{0l}$ *являются минисвязанными. Тогда задача (1) эквивалентна задаче*

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \leq \mu_{a_{0j}(\gamma)}(\nu_j), j = 1, \ldots, l, \\ Eg_0(x, \omega) = \sum\limits_{j=1}^{l} \nu_j x_j, \\ (x_0, x, \nu) \in [0, 1] \times X \times E^l. \end{cases}$$

3. Возможностно-вероятностные ограничения

В предыдущем разделе мы получили метод решения задачи максимизации возможности достижения нечеткой случайной цели. В этом разделе мы исследуем множество случайных ограничений по возможности:

$$\begin{cases} \pi\{Ef_k(x, \omega, \gamma) = 0\} \geq \alpha_k, k = 1, \ldots, m, \\ x \in X, \end{cases} \tag{5}$$

где $\alpha_k \in (0, 1]$ — заданные уровни возможности. Так же, как и выше, рассмотри несколько представлений функций $f_k(x, \omega, \gamma)$ и построим эквивалентную детерминированную систему ограничений.

3.1 Первый случай

Рассмотрим случай, когда $f_k(x, \omega, \gamma) = g_k(x, \omega) - b_k(\gamma)$, где $g_k(\cdot, \cdot) : X \times \Omega \to E^l$, $b_k(\gamma)$ — возможностная переменная. $b_k(\gamma)$ задана своей функцией распределения, а случайный параметр известен только своими реализациями.

Основываясь на формуле преобразования нечетких величин, проводим преобразование аналитического выражения распределения возможностей.

$$\pi\{Ef_k(x, \omega, \gamma) = 0\} = \pi\{Eg_k(x, \omega) = b_k(\gamma)\} = \mu_{b_k(\gamma)}(Eg_k(x, \omega)) \geq \alpha_k.$$

Далее по аналогии с [12] при условии квазивогнутости и полунепрерывности сверху на E^l для $\mu_{b_k(\gamma)}$ получаем, что $\exists \nu_k \in \omega_{\alpha_k}(b_k(\gamma))$ такие, что $Eg_k(x, \omega) = \nu_k$, где $\omega_{\alpha_k}(b_k(\gamma))$ — уровневые множества для возможностных переменных $b_k(\gamma)$.

Таким образом, эквивалентная система ограничений имеет вид:

$$\begin{cases} \exists \nu_k \in \omega_{\alpha_k}(b_k(\gamma)), \\ Eg_k(x, \omega) = \nu_k, \\ x \in X, k = 1, \ldots, m. \end{cases}$$

3.2 Второй случай

Теорема 7. *Пусть в ограничениях (5)* $f_k(x, \omega, \gamma) = g_k(x, \omega, p_1^k(\gamma), \ldots, p_l^k(\gamma)) - b_k(\gamma)$, *где возможностные переменные* $p_1^k(\gamma), \ldots, p_l^k(\gamma), b_k(\gamma)$ *являются минисвязанными, квазивогнутыми и полунепрерывными сверху. Тогда система (5) эквивалентна системе:*

$$\begin{cases} \exists \bar{\nu}_i^k \in \omega_{\alpha_k}(p_i^k(\gamma)), \\ \exists \bar{t}_k \in \omega_{\alpha_k}(b_k(\gamma)), \\ Eg_k(x, \omega, \bar{\nu}_1^k, \ldots, \bar{\nu}_l^k) = \bar{t}^k, \\ x \in X, k = 1, \ldots, m; i = 1, \ldots, l, \end{cases}$$

где $\omega_{\alpha_k}(p_i^k(\gamma)), \omega_{\alpha_k}(b_k(\gamma))$ *— уровневые множества для переменных* $p_i^k(\gamma), b_k(\gamma)$.

Доказательство. Из определения распределения возможностей и вида функции $f_k(x, \omega, \gamma)$ следует, что функции системы (5) могут быть записаны в виде

$$\pi\{Ef_k(x, \omega, \gamma) = 0\} = \pi\{Eg_k(x, \omega, p_1^k(\gamma), \ldots, p_l^k(\gamma)) = b_k(\gamma)\} =$$

$$= \pi\{ \bigcup_{(\nu_1^k, \ldots, \nu_l^k, t^k): Eg_k(x, \omega, \nu_1^k, \ldots, \nu_l^k) = t^k} \{\gamma \in \Gamma : p_1^k(\gamma) = \nu_1^k; \ldots; p_l^k(\gamma) = \nu_l; b_k(\gamma) = t^k\}\}$$

Далее на основании свойств метрики π имеем:

$$= \sup_{(\nu_1^k, \ldots, \nu_l^k, t^k): Eg_k(x, \omega, \nu_1^k, \ldots, \nu_l^k) = t^k} \pi\{\gamma \in \Gamma : p_1^k(\gamma) = \nu_1^k; \ldots; p_l^k(\gamma) = \nu_l^k; b_k(\gamma) = t^k\} =$$

Поскольку возможностные переменные являются минисвязанными, то верно преобразование:

$$= \sup_{(\nu_1^k, \ldots, \nu_l^k): Eg_k(x, \omega, \nu_1^k, \ldots, \nu_l^k) = t^k} min\{\mu_{p_1^k(\gamma)}(\nu_1^k); \ldots; \mu_{p_l^k(\gamma)}(\nu_l^k); \mu_{b_k(\gamma)}(t^k)\} \geq \alpha_k$$

При допущении, что $\mu_{p_1^k(\gamma)}(\nu_1^k), \ldots, \mu_{p_l^k(\gamma)}(\nu_l^k), \mu_{b_k(\gamma)}(t^k)$ квазивогнуты и полунепрерывны сверху, существуют $\bar{t}_k \in \omega_{\alpha_k}(b_k(\gamma))$, на которых достигается супремум левой части $k-$го неравенства. Поэтому

$$\sup_{(\nu_1^k, \ldots, \nu_l^k): Eg_k(x, \omega, \nu_1^k, \ldots, \nu_l^k) = \bar{t}^k} \min_i \{\mu_{p_i^k(\gamma)}(\nu_i^k)\} \wedge \mu_{b_k(\gamma)}(\bar{t}^k) \geq \alpha_k.$$

Из этих же соображений $\exists \bar{\nu}_i^k \in \omega_{\alpha_k}(p_i^k(\gamma))$, такие, что $Eg_k(x, \omega, \bar{\nu}_1^k, \ldots, \bar{\nu}_l^k) = \bar{t}^k$. Теорема доказана. □

3.3 Третий случай

Теорема 8. *Пусть в системе (5)*

$$f_k(x, \omega, \gamma) = g_k(x, \omega, p_1^k(\gamma), \ldots, p_l^k(\gamma)) - b_k(\omega, q_1^k(\gamma), \ldots, q_m^k(\gamma)),$$

где возможностные переменные $p_1^k(\gamma),\ldots,p_l^k(\gamma)$ *и* $q_1^k(\gamma),\ldots,q_m^k(\gamma)$ *являются минисвязанными, квазивогнутыми и полунепрерывными сверху. Тогда система (5) эквивалентна следующей системе*

$$\begin{cases} \exists\bar{\nu}_i^k \in \omega_{\alpha_k}(p_i^k(\gamma)), \\ \exists\bar{\psi}_j^k \in \omega_{\alpha_k}(q_j^k(\gamma)), \\ Eg_k(x,\omega,\bar{\nu}_1^k,\ldots,\bar{\nu}_l^k) = Eb_k(\omega,\bar{\psi}_1^k,\ldots,\bar{\psi}_m^k), \\ x \in X, k=1,\ldots,h; i=1,\ldots,l; j=1,\ldots,m, \end{cases}$$

где $\omega_{\alpha_k}(p_i^k(\gamma)),\omega_{\alpha_k}(q_j^k(\gamma))$ *— уровневые множества для переменных* $p_i^k(\gamma),q_j^k(\gamma)$.

Доказательство. Из определения распределения возможностей и функции $f_k(x,\omega,\gamma)$ следует, что функции системы (5) могут быть записаны в виде

$$\pi\{Ef_k(x,\omega,\gamma)=0\} = \pi\{Eg_k(x,\omega,p_1^k(\gamma),\ldots,p_l^k(\gamma)) =$$

$$= Eb_k(\omega,q_1^k(\gamma),\ldots,q_m^k(\gamma))\} =$$

$$= \pi\{\bigcup_{(\nu_1^k,\ldots,\nu_l^k,\psi_1^k,\ldots,\psi_m^k):Eg_k(x,\omega,\nu_1^k,\ldots,\nu_l^k)=Eb_k(\omega,\psi_1^k,\ldots,\psi_m^k)} \{\gamma\in\Gamma : p_1^k(\gamma)=\nu_1^k;\ldots;$$

$$p_l^k(\gamma)=\nu_l^k; q_1^k(\gamma)=\psi_1^k;\ldots;q_m^k(\gamma)=\psi_m^k\}\} =$$

Далее на основании свойств меры π имеем:

$$= \sup_{(\nu_1^k,\ldots,\nu_l^k,\psi_1^k,\ldots,\psi_m^k):Eg_k(x,\omega,\nu_1^k,\ldots,\nu_l^k)=Eb_k(\omega,\psi_1^k,\ldots,\psi_m^k)} \pi\{\gamma\in\Gamma : p_1^k(\gamma)=\nu_1^k;\ldots;$$

$$p_l^k(\gamma)=\nu_l^k; q_1^k(\gamma)=\psi_1^k;\ldots;q_m^k(\gamma)=\psi_m^k\} =$$

Так как возможностные переменные являются минисвязанными, то

$$= \sup_{(\nu_1^k,\ldots,\nu_l^k,\psi_1^k,\ldots,\psi_m^k):Eg_k(x,\omega,\nu_1^k,\ldots,\nu_l^k)=Eb_k(\omega,\psi_1^k,\ldots,\psi_m^k)} \min_{i=1,\ldots,l;j=1,\ldots,m}\{\mu_{p_i^k(\gamma)}(\nu_i^k),\mu_{q_j^k(\gamma)}(\psi_j^k)\}$$

$$\geq \alpha_k$$

При допущении, что $\mu_{p_i^k(\gamma)}(\nu_i^k),\mu_{q_j^k(\gamma)}(\psi^k)$ квазивогнуты и полунепрерывны сверху, то существуют $\bar{\psi}_j^k\in\omega_{\alpha_k}(q_j^k(\gamma))$, на которых достигается супремум левой части $k-$го неравенства

$$\sup_{(\nu_1^k,\ldots,\nu_l^k,\bar{\psi}_1^k,\ldots,\bar{\psi}_m^k):Eg_k(x,\omega,\nu_1^k,\ldots,\nu_l^k)=Eb_k(\omega,\bar{\psi}_1^k,\ldots,\bar{\psi}_m^k)} \min_{i=1,\ldots,l}\{\mu_{p_i^k(\gamma)}(\nu_i^k)\} \wedge \min_{j=1,\ldots,m}\{\mu_{q_j^k(\gamma)}(\bar{\psi}_j^k)\}$$

$$\geq \alpha_k$$

Из этих же соображений $\exists\bar{\nu}_i^k\in\omega_{\alpha_k}(p_i^k(\gamma))$ такие, что $Eg_k(x,\omega,\bar{\nu}_1^k,\ldots,\bar{\nu}_l^k) = Eb_k(\omega,\bar{\psi}_1^k,\ldots,\bar{\psi}_m^k)$.

Теорема доказана. □

3.4 Четвертый случай

Теорема 9. *Пусть в ограничениях (1)* $f_k(x,\omega,\gamma) = g_k(x,\omega) - b_k(x, p_1^k(\gamma), \ldots, p_l^k(\gamma))$, *где возможностные переменные* $p_1^k(\gamma), \ldots, p_l^k(\gamma)$ *являются минисвязанными, квазивогнутыми и полунепрерывными сверху. Тогда система (5) эквивалентна системе:*

$$\begin{cases} \exists \bar{\nu}_i^k \in \omega_{\alpha_k}(p_i^k(\gamma)), \\ Eg_k(x,\omega) = b_k(x, \bar{\nu}_1^k, \ldots, \bar{\nu}_l^k), \\ x \in X, k = 1, \ldots, m; i = 1, \ldots, l, \end{cases}$$

где $\omega_{\alpha_k}(p_i^k(\gamma))$ *— уровневые множества для переменных* $p_i^k(\gamma)$.

Доказательство. Из определения распределения возможностей и вида функции $f_k(x,\omega,\gamma)$ следует, что функции системы (5) могут быть записаны в форме

$$\pi\{Ef_k(x,\omega,\gamma) = 0\} = \pi\{Eg_k(x,\omega) = b_k(x, p_1^k(\gamma), \ldots, p_l^k(\gamma))\} =$$

$$= \pi\{ \bigcup_{(\nu_1^k, \ldots, \nu_l^k): Eg_k(x,\omega) = b^k(x, \nu_1^k, \ldots, \nu_l^k)} \{\gamma \in \Gamma : p_1^k(\gamma) = \nu_1^k; \ldots; p_l^k(\gamma) = \nu_l\}\}$$

Далее на основании свойств метрики π имеем

$$= \sup_{(\nu_1^k, \ldots, \nu_l^k): Eg_k(x,\omega) = b^k(x, \nu_1^k, \ldots, \nu_l^k)} \pi\{\gamma \in \Gamma : p_1^k(\gamma) = \nu_1^k; \ldots; p_l^k(\gamma)\} =$$

Поскольку возможностные переменные являются минисвязанными, то верно преобразование

$$= \sup_{(\nu_1^k, \ldots, \nu_l^k): Eg_k(x,\omega) = b^k(x, \nu_1^k, \ldots, \nu_l^k)} min\{\mu_{p_1^k(\gamma)}(\nu_1^k); \ldots; \mu_{p_l^k(\gamma)}(\nu_l^k)\} \geq \alpha_k$$

При допущении, что $\mu_{p_1^k(\gamma)}(\nu_1^k), \ldots, \mu_{p_l^k(\gamma)}(\nu_l^k)$ квазивогнуты и полунепрерывны сверху, существуют $\bar{\nu}_i^k \in \omega_{\alpha_k}(p_i^k(\gamma))$, на которых достигается супремум левой части $k-$го неравенства. Поэтому

$$Eg_k(x,\omega) = b^k(x, \bar{\nu}_1^k, \ldots, \bar{\nu}_l^k).$$

Теорема доказана. □

4. Прямой метод

Рассмотрим эквивалентный аналог задачи максимизации возможности достижения нечеткой случайной цели

4.1 Первый случай

В первом случае получена классическая задача стохастического программирования. Для нее разработаны и широко известны методы решения [6].

4.2 Второй случай

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i), i = 1, \dots, l, \\ x_0 \le \mu_{b_0(\gamma)}(t), \\ Eg_0(x, \omega, \nu_1, \dots, \nu_l) = t, \\ x_0, x, \nu, t \in [0,1] \times X \times E^{l+1}. \end{cases} \tag{6}$$

Путем введения дополнительной переменной приводим ограничение в виде равенства к неравенству

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i), i = 1, \dots, l, \\ x_0 \le \mu_{b_0(\gamma)}(t), \\ Eg_0(x, \omega, \nu_1, \dots, \nu_l) - t - \tau \le 0, \\ x_0, x, \nu, t, \tau \in [0,1] \times X \times E^{l+2}. \end{cases} \tag{7}$$

Применяя стохастический метод сокращения невязок [6], получаем обобщение на задачу с ограничениями.

Положим

$$\phi(x_0, x, \nu, t, \tau, u, \omega) =$$

$$= x_0 + \sum_{i=1}^{l} u_i \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i) + u_{l+1}\mu_{b_0(\gamma)}(t) + u_{l+2}(g_0(x, \omega, \nu_1, \dots, \nu_l) - t - \tau),$$

$$\Phi(x_0, x, \nu, t, \tau, u) = E\phi(x_0, x, \nu, t, \tau, u, \omega).$$

Тогда итерационная последовательность определяется следующим образом:

$$x_0^{s+1} =$$

$$= p_X\left(x_0^s + \rho_s\beta_s \sum_{j=1}^{n} \frac{\phi(x_0^s + \Delta_s, x, \nu, t, \tau, u^s, \omega^{sj}) - \phi(x_0^s, x, \nu, t, \tau, u^s, \omega^{s0})}{\Delta_s} e^j\right),$$

$$u^{s+1} = p_U(u^s + \rho_s\mu_s f(x_0^s, x, \nu, t, \tau, \omega^{s0})),$$

где $f(x, \nu, t, \tau, \omega) = (\mu_{p_1(\gamma)}(\nu_1), \dots, \mu_{p_l(\gamma)}(\nu_l), \mu_{b_0(\gamma)}(t), g_0(x, \omega, \nu_1, \dots, \nu_l) - t - \tau)$, e^j — орт j-й оси; $\omega^{0k}, \omega^{1k}, \dots, \omega^{sk}, \dots, k = 0, 1, \dots, n,$— независимые серии наблюдений над ω; ρ_s— длина шага спуска; Δ_s— величина смещения (пробного шага) по осям координат, β_s — нормирующий множитель, p_X— оператор проектирования на множество X, p_U — оператор проектирования на некоторое выпуклое и замкнутое множество U, содержащее компоненты u^* седловых точек (x^*, u^*) функции Лагранжа $\phi(x_0, x, \nu, t, \tau, u, \omega)$.

При этом легко показать, что для сходимости описанного метода необходимо сохранить следующие условия, описанные в [6]: $\beta_s \ge 0$, $\sum\limits_{s=0}^{\infty} \beta_s = \infty$, $\sum\limits_{s=0}^{\infty} (\beta_s|\Delta_s| + \beta_s^2) < \infty$.

4.3 Третий случай

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i), i = 1, \ldots, l, \\ x_0 \le \mu_{q_j(\gamma)}(\phi_j), j = 1, \ldots, m, \\ Eg_0(x, \omega, \nu_1, \ldots, \nu_l) = Eb_0(\omega, \phi_1, \ldots, \phi_m), \\ x_0, x, \nu, \phi \in [0,1] \times X \times E^{l+m}. \end{cases} \tag{8}$$

Путем введения дополнительной переменной приводим ограничение в виде равенства к неравенству

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \le \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i), i = 1, \ldots, l, \\ x_0 \le \mu_{q_j(\gamma)}(\phi_j), j = 1, \ldots, m, \\ Eg_0(x, \omega, \nu_1, \ldots, \nu_l) - Eb_0(\omega, \phi_1, \ldots, \phi_m) - \tau \le 0, \\ x_0, x, \nu, \phi \in [0,1] \times X \times E^{l+m}. \end{cases} \tag{9}$$

Применяя стохастический метод сокращения невязок [6], получаем обобщение на задачу с ограничениями.

Положим

$$\phi(x_0, x, \nu, \phi, \tau, u, \omega) =$$

$$= x_0 + \sum_{i=1}^{l} u_i \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i) + \sum_{j=1}^{m} u_{l+j} \mu_{q_j(\gamma)}(\phi_j) +$$

$$u_{l+m+1}(g_0(x, \omega, \nu_1, \ldots, \nu_l) - b_0(\omega, \phi_1, \ldots, \phi_m) - \tau),$$

$$\Phi(x_0, x, \nu, \phi, \tau, u) = E\phi(x_0, x, \nu, \phi, \tau, u, \omega).$$

Тогда итерационная последовательность определяется следующим образом:

$$x_0^{s+1} =$$

$$= p_X\left(x_0^s + \rho_s \beta_s \sum_{j=1}^{n} \frac{\phi(x_0^s + \Delta_s, x, \nu, \phi, \tau, u^s, \omega^{sj}) - \phi(x_0^s, x, \nu, \phi, \tau, u^s, \omega^{s0})}{\Delta_s} e^j\right),$$

$$u^{s+1} = p_U(u^s + \rho_s \mu_s f(x_0^s, x, \nu, \phi, \tau, \omega^{s0})),$$

где $f(x, \nu, \phi, \tau, \omega) = (\mu_{p_1(\gamma)}(\nu_1), \ldots, \mu_{p_l(\gamma)}(\nu_l), \mu_{q_1(\gamma)}(\phi_1), \ldots, \mu_{q_m(\gamma)}(\phi_m),$ $g_0(x, \omega, \nu_1, \ldots, \nu_l) - b_0(\omega, \phi_1, \ldots, \phi_m) - \tau)$, e^j — орт j-й оси; $\omega^{0k}, \omega^{1k}, \ldots, \omega^{sk}, \ldots, k = 0, 1, \ldots, n$,— независимые серии наблюдений над ω; ρ_s— длина шага спуска; Δ_s— величина смещения (пробного шага) по осям координат, β_s — нормирующий множитель, p_X— оператор проектирования на множество X, p_U — оператор проектирования на некоторое выпуклое и замкнутое множество U, содержащее компоненты u^* седловых точек (x^*, u^*) функции Лагранжа $\phi(x_0, x, \nu, t, \tau, u, \omega)$.

При этом легко показать, что для сходимости описанного метода необходимо сохранить следующие условия, описанные в [6]: $\beta_s \geq 0$, $\sum_{s=0}^{\infty} \beta_s = \infty$, $\sum_{s=0}^{\infty} (\beta_s |\Delta_s| + \beta_s^2) < \infty$.

4.4 Четвертый случай

$$x_0 \to sup,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 \leq \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i), i = 1, \ldots, l, \\ Eg_0(x, \omega) = Eb_0(x, \nu_1, \ldots, \nu_l), \\ x_0, x, \nu, \in [0,1] \times X \times E^l. \end{array} \right. \tag{10}$$

Путем введения дополнительной переменной приводим ограничение в виде равенства к неравенству

$$x_0 \to sup,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_0 \leq \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i), i = 1, \ldots, l, \\ Eg_0(x, \omega) - Eb_0(x, \nu_1, \ldots, \nu_l) - \tau \leq 0, \\ x_0, x, \nu, \in [0,1] \times X \times E^l. \end{array} \right. \tag{11}$$

Применяя стохастический метод сокращения невязок [6], получаем обобщение на задачу с ограничениями.

Положим

$$\phi(x_0, x, \nu, \tau, u, \omega) =$$

$$= x_0 + \sum_{i=1}^{l} u_i \mu_{p_i(\gamma)}(\nu_i) + u_{l+1}(g_0(x, \omega) - b_0(x, \nu_1, \ldots, \nu_l) - \tau),$$

$$\Phi(x_0, x, \nu, \tau, u) = E\phi(x_0, x, \nu, \tau, u, \omega).$$

Тогда итерационная последовательность определяется следующим образом:

$$x_0^{s+1} =$$

$$= p_X \left(x_0^s + \rho_s \beta_s \sum_{j=1}^{n} \frac{\phi(x_0^s + \Delta_s, x, \nu, \tau, u^s, \omega^{sj}) - \phi(x_0^s, x, \nu, \tau, u^s, \omega^{s0})}{\Delta_s} e^j \right),$$

$$u^{s+1} = p_U(u^s + \rho_s \mu_s f(x_0^s, x, \nu, \tau, \omega^{s0})),$$

где $f(x, \nu, \tau, \omega) = (\mu_{p_1(\gamma)}(\nu_1), \ldots, \mu_{p_l(\gamma)}(\nu_l), g_0(x, \omega) - b_0(x, \nu_1, \ldots, \nu_l) - \tau)$, e^j — орт j-й оси; $\omega^{0k}, \omega^{1k}, \ldots, \omega^{sk}, \ldots, k = 0, 1, \ldots, n,$— независимые серии наблюдений над ω; ρ_s— длина шага спуска; Δ_s— величина смещения (пробного шага) по осям координат, β_s — нормирующий множитель, p_X— оператор проектирования на множество X, p_U — оператор проектирования на некоторое выпуклое и замкнутое множество U, содержащее компоненты u^* седловых точек (x^*, u^*) функции Лагранжа $\phi(x_0, x, \nu, t, \tau, u, \omega)$.

При этом легко показать, что для сходимости описанного метода необходимо сохранить следующие условия, описанные в [6]: $\beta_s \geq 0,\ \sum\limits_{s=0}^{\infty} \beta_s = \infty,\ \sum\limits_{s=0}^{\infty} (\beta_s |\Delta_s| + \beta_s^2) < \infty$.

5. Пример

Проиллюстрируем работоспособность метода на модельном примере.

Рассмотрим задачу линейного программирования в условиях нечетких случайных данных.

$$\pi\{E(a_{01}(\omega)p_{01}(\gamma)x_1 + a_{02}(\omega)p_{02}(\gamma)x_2) = 10\} \to sup,$$
$$\begin{cases} \pi\{E(a_{12}(\omega)p_{12}(\gamma)x_2 - b_1(\gamma)) = 0\} \geq \alpha_1, \\ \pi\{E(a_{21}(\omega)p_{21}(\gamma)x_1 + a_{22}(\omega)p_{22}(\gamma)x_2 - 5) = 0\} \geq \alpha_2, \\ x_1, x_2 \geq 0, \end{cases} \tag{12}$$

где $a_{ij}(\omega), p_{ij}(\gamma), b_i(\gamma)$ являются минисвязанными для любого фиксированного ω и независимыми для любого фиксированного γ.

Пусть $p_{ij}(\gamma), b_i(\gamma) \in Tr(5,1)$, то есть характеризуются триангулярными функциями распределения с параметрами (5,1):

$$\mu_{\bar{a}_{ij}(\gamma)}(t) = \mu_{\bar{b}_i(\gamma)}(t) = max\{0, min\{11 - 2t, 2t - 9\}\},$$

а $a_{ij}(\omega)$ имеют нормальное распределение с параметрами (1,1). Пусть $\alpha_1 = 0.7$, $\alpha_2 = 0.6$.

Тогда $p_{12}(\alpha_1) = b_1(\alpha_1) = [4.85; 5.15], p_{21}(\alpha_2) = p_{22}(\alpha_2) = [4.8; 5.2]$.

Построим эквивалентную задачу, опираясь на полученные выше результаты. В результате приходим к следующей задаче нелинейного программирования:

$$x_0 \to sup,$$

$$\begin{cases} x_0 \leq \mu_{p_{01}}(\nu_1), \\ x_0 \leq \mu_{p_{02}}(\nu_2), \\ x_0 \leq \mu_{p_{12}}(\nu_3), \\ x_0 \leq \mu_{p_{21}}(\nu_4), \\ x_0 \leq \mu_{p_{22}}(\nu_5), \\ E(a_{01}(\omega)\nu_1 x_1 + a_{02}(\omega)\nu_2 x_2 - 10) = 0, \\ \exists \bar{\nu}_1^1 \in \omega_{\alpha_1}(p_{12}(\gamma)), \\ \exists \bar{\nu}_2^1 \in \omega_{\alpha_2}(p_{21}(\gamma)), \\ \exists \bar{\nu}_2^2 \in \omega_{\alpha_2}(p_{22}(\gamma)), \\ \exists \bar{t}_1 \in \omega_{\alpha_1}(b_1(\gamma)), \\ E(a_{12}(\omega)\bar{\nu}_1^2 x_2 - \bar{t}_1) = 0, \\ E(a_{21}(\omega)\bar{\nu}_2^1 x_1 + a_{22}(\omega)\bar{\nu}_2^2 x_2 - 5) = 0, \\ x_1, x_2 \geq 0, \\ x_0 \in [0; 1], \\ \nu \in E^5. \end{cases} \tag{13}$$

Применим для ее решения стохастический метод сокращения невязок. Соответствующая итерационная последовательность для x_0 будет иметь вид:

0,00 0,13 0,35 0,52 0,52 0,51 0,50 0,51 0,53 0,50 0,51 0,55 0,52 0,51 0,52 0,48 0,50 0,52 0,51 0,50 0,51 0,51 0,51 .....

Решение задачи является уровень возможности, равный примерно 0,5, который достигается при значениях $x_1 = 1.2, x_2 = 0.95$.

Заключение

В работе специфицирован метод стохастического квазиградиента для решения эквивалентного аналога задачи максимизации возможности достижения нечеткой случайной цели в условиях нечетких случайных данных. В плане дальнейших исследований предполагается его специфицировать и применить для решения нечеткой стохастической транспортной задачи.

Список литературы

[1] Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy Sets and Systems. 1978. V. 1.

[2] Nahmias S. Fuzzy variables // Fuzzy Sets and Systems. 1978. V. 1.

[3] Qiao Zhong, Wang Guang-yuan. On solutions and distribution problems of the linear programming with fuzzy random variable coefficients // Fuzzy Sets and Systems. 1993. V. 58

[4] Вазан М. Стохастическая аппроксимация, «Мир», 1972.

[5] Гришина Е.Н. Об обном подходе к определению и расчету числовых характеристик нечетких случайных величин // Сложные системы: обработка информации, моделирование и оптимизация. Тверь. 2004. С. 39-45.

[6] Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования, «Наука», 1976.

[7] Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. Стохастическая аппроксимация и рекурентное оценивание, «Наука», 1972.

[8] Урясьев С.П. Адаптивные алгоритмы стохастической аппроксимации и теории игр, «Наука», 1990.

[9] Юдин Д.Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. Задачи и методы стохастического программирования, М. «Советское радио», 1974.

[10] Хохлов М.Ю., Язенин А.В. Расчет числовых характеристик нечетких случайных величин // Вестник ТвГУ. №2. Серия "Прикладная математика". Выпуск №1. 2003. С. 39-43.

[11] Язенин А.В. Нечеткое математическое программирование. Калинин. 1986.

[12] Язенин А.В. К задаче максимизации возможности достижения нечеткой цели // Известия Академии наук. Теория и системы управления. 1999. №4. С. 120-123

[13] Yazenin A.V., Wagenknecht M. Possibilistic Optimization. A measure-based approach. Aktuelle Reihe 6/96. 140 p. Brandenburgische Tecnische Universitat, Cotbus, Germany, 1996.

[14] M.L. Puri, D.A. Ralescu. Fuzzy random variables, // J. Math. Anal. Appl. 14 (1986)

[15] Kwakernaak H. Fuzzy random variables - Definitions and theorems, Inf. Sci. 15 (1978) 1-29

[16] Nahmias S. Fuzzy variables in a random environment. In: M. M. Gupta et. al. (eds.), Advances in Fuzzy Sets Theory. NHPC, Amsterdam, 1979.

[17] Новикова В.Н., Язенин А.В. Прямой метод решения одной задачи возможностно-вероятностного программирования // Сборник трудов Всероссийской научной конференции «Нечеткие системы и мягкие вычисления - 2006». Тверь. 2006. С. 132-139

[18] Новикова В.Н. О методе решения одной задачи возможностно-вероятностного программирования // Нечеткие системы и мягкие вычисления. Том 2. №1. 2007. С. 73-82