

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ**

УДК 338.27

**ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧАЛЬНОГО  
ЗНАЧЕНИЯ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ СРЕДНЕЙ В МОДЕЛИ  
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ БРАУНА НУЛЕВОГО ПОРЯДКА**

**А.А. Васильев**

Тверской государственной университет, г. Тверь

В статье рассмотрены 12 комбинаций разных методов определения начального значения экспоненциальной средней в модели Брауна нулевого порядка. Приведены результаты сравнительного исследования их точности при прогнозировании коротких временных рядов и сформулированы рекомендации по выбору метода определения начального значения экспоненциальной средней.

**Ключевые слова:** короткий временной ряд; модель Брауна нулевого порядка; точность прогноза, экспоненциальная средняя.

**1. Введение.** Прогнозирование временных рядов на основе модели Брауна нулевого порядка (далее просто модели Брауна) на один интервал времени вперед производится по формуле  $y_{t+1} = S_t$ , где  $y_{t+1}$  - прогнозируемое значение уровня временного ряда показателя  $y$  на момент времени  $(t+1)$ ;  $S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)S_{t-1}$ ,  $t = 1, 2, \dots$ , - экспоненциальная средняя на момент времени  $t$ ;  $\alpha$  - постоянная сглаживания;  $y_t$  - фактическое значение уровня ряда показателя  $y$  в момент времени  $t$ . К одной из проблем применения модели Брауна относится определение начального значения экспоненциальной средней  $S_0$ . Выбор  $S_0$  наиболее сложен при отсутствии предистории изменения прогнозируемого показателя (на основе малой выборки данных), например, при прогнозировании объема продаж нового товара. В этом случае неудачный выбор  $S_0$  может привести к большим ошибкам прогноза (особенно при малых значениях  $\alpha$ , так как в этом случае  $S_0$  имеет большой вес в течение длительного времени) [1, с. 22].

**2. Методы определения начального значения экспоненциальной средней.** К методам определения  $S_0$  относятся [2, с. 31-33]: 1) экспертная оценка; 2) использование первого фактического значения ( $S_0 = y_1$ ); 3) вычисление простой арифметической средней первых трех-пяти уровней ряда; 4) вычисление взвешенной арифметической средней первых двух уровней ряда и использование ее в качестве  $S_2$ , то есть  $S_2 = \alpha y_2 + (1 - \alpha)y_1$ . Следует отметить, что четвертый метод эквивалентен второму, так как в соответствии с первым методом  $S_1 = \alpha y_1 + (1 - \alpha)S_0 = \alpha y_1 + (1 - \alpha)y_1 = (\alpha + 1 - \alpha)y_1 = y_1$ ;  $S_2 = \alpha y_2 + (1 - \alpha)S_1 = \alpha y_2 + (1 - \alpha)y_1$ . Поэтому дальше четвертый метод отдельно не рассматривается.

Кроме того, для повышения точности прогноза на начальных шагах прогнозирования применяются процедуры сглаживания с использованием поправочных коэффициентов. К ним относятся:

1) модифицированная процедура сглаживания Вейда (для уменьшения избыточного веса, придаваемого  $S_0$  при малых значениях  $\alpha$ ) вида [1, с. 22]

$$\tilde{S}_t = S'_t \cdot \alpha'_t, \quad S'_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)S'_{t-1}, \quad \alpha'_t = 1 / \sum_{i=0}^t \alpha(1 - \alpha)^i, \quad S'_0 = \alpha S_0;$$

2) процедура сглаживания на основе поправочных коэффициентов (для обеспечения равенства суммы весовых коэффициентов единице) вида [2, с. 34]

$$S'_t = \sum_{i=1}^t \alpha(1 - \alpha)^{i-1} y_i / [1 - (1 - \alpha)^t]$$

Процедура сглаживания Вейда может применяться в сочетании с первым, вторым и третьим методами определения  $S_0$ .

**3. Обзор результатов исследования методов определения начального значения экспоненциальной средней.** В [3, с. 119] на примере временного ряда курса акций ПАО "Газпром" для  $\alpha = 0,3$  показано, что даже при заниженном значении  $S_0$  прогнозные уровни этого ряда, рассчитанные с использованием модифицированной средней Вейда, расположены ближе к фактическим уровням, чем уровни, рассчитанные с использованием экспоненциальной средней Брауна.

В [4, с. 215-218] приведены результаты сравнительного исследования точности модели Брауна (для классического диапазона значений  $\alpha$ ) с обычными весами и с весами Вейда для 23 временных рядов показателей производства важнейших видов продукции Тверской области. В результате исследования сделаны следующие выводы: 1) модель Брауна с весами Вейда на начальных этапах прогнозирования в большинстве случаев позволяет повысить точность прогноза; 2) существенная разница между точностью прогноза по моделям Брауна с обычными весами и с весами Вейда наблюдается в основном при  $0,1 \leq \alpha \leq 0,3$ .

Наиболее содержательные результаты исследования методов определения  $S_0$  приведены в [2]. В частности, в [2, с. 35-37] представлены результаты исследования на условном примере точности прогноза модели Брауна при использовании в качестве  $S_0$  простой арифметической средней первых уровней ряда, взвешенной арифметической средней первых двух уровней ряда и взвешенной арифметической средней первых двух уровней ряда с поправочными коэффициентами. Сравнение полученных с использованием этих методов прогнозных уровней ряда с фактическими позволило авторам сформулировать следующие выводы: 1) наиболее точный прогноз при разных значениях  $\alpha$  обеспечивала модель, использующая метод определения  $S_0$  на основе взвешенной арифметической средней первых двух уровней ряда с поправочными коэффициентами; 2) по мере увеличения значения  $\alpha$  в классическом диапазоне значений ( $0 < \alpha < 1$ ) разница между прогнозами по этим трем моделям уменьшается; 3) при  $\alpha = 1$  прогнозы моделей совпадают, начиная с четвертого наблюдения; 4) при увеличении значения  $\alpha$  в запредельном диапазоне ( $1 \leq \alpha < 2$ ) разница между прогнозами начинает увеличиваться; 5) при значениях  $\alpha$ , близких к 0 или 2, точность прогноза существенно зависит от метода выбора начального значения  $S_0$ . Кроме того, в [2, с. 39] сделан вывод о нецелесообразности применения модифицированной экспоненциальной средней Вейда. Однако сравнение точности прогноза разных методов определения  $S_0$  с точностью прогноза на основе процедуры сглаживания Вейда не приведено.

В [5, с. 202-203] приведены результаты сравнительного исследования точности модели Брауна с обычными весами и модели Брауна, использующей для определения  $S_0$  взвешенную арифметическую среднюю первых двух уровней ряда с поправочными коэффициентами, при прогнозировании короткого ряда

динамики объема российского парфюмерно-косметического рынка. В результате исследования не выявлено преимущество какой-либо модели.

Таким образом, в отечественной научной и учебной литературе сведения об исследовании точности модели Брауна, использующей разные методы определения  $S_0$ , имеют фрагментарный характер. При этом отсутствует сравнительное исследование всех методов определения  $S_0$  и их комбинаций, позволяющее сформулировать рекомендации по применению того или иного метода в практике прогнозирования экономических показателей.

**4. Объект, предмет и цель исследования.** Объектом данного исследования являются методы определения начального значения экспоненциальной средней  $S_0$  в модели Брауна. Предмет исследования заключается в сравнении точности модели Брауна при использовании разных методов определения  $S_0$  при одношаговом прогнозировании реальных временных рядов с использованием показателей точности прогноза. Цель исследования состоит в выработке рекомендаций по выбору метода определения  $S_0$  в модели Брауна при прогнозировании реальных временных рядов экономических показателей.

**5. Расчетные формулы для прогноза по модели Брауна с использованием разных комбинаций методов определения начального значения экспоненциальной средней.** В работе исследовались модели Брауна на основе следующих методов определения  $S_0$  и их комбинаций.

1. Модель Брауна с обычными весами, использующая в качестве начального значения экспоненциальной средней первое фактическое значение уровня ряда:

$$\hat{y}_{t+1} = S_t, \quad S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)S_{t-1}, \quad t \geq 1; \quad S_0 = y_1.$$

2. Модель Брауна с весами Вейда, использующая в качестве начального значения экспоненциальной средней первое фактическое значение уровня ряда:

$$S'_0 = \alpha S_0, \quad S_0 = y_1.$$

3. Модель Брауна с обычными весами, использующая в качестве  $S_0$  простую арифметическую среднюю первых двух уровней ряда:

$$\hat{y}_{t+1} = S_t, \quad t \geq 2; \quad S_t = \begin{cases} \alpha y_t + (1 - \alpha)S_{t-1}, & t \geq 2; \\ S_0, & t = 2; \end{cases} \quad S_0 = (y_1 + y_2)/2.$$

4. Модель Брауна с весами Вейда, использующая в качестве  $S_0$  простую арифметическую среднюю первых двух уровней ряда:

$$S'_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)S'_{t-1}, \quad S'_2 = S'_0 = \alpha S_0, \quad S_0 = (y_1 + y_2)/2; \quad \alpha'_t = 1 / \sum_{i=0}^{t-2} \alpha(1 - \alpha)^i.$$

5. Модель Брауна с обычными весами, использующая в качестве  $S_0$  взвешенную арифметическую среднюю первых двух уровней ряда:

$$\hat{y}_{t+1} = S_t, \quad t \geq 2; \quad S_t = \begin{cases} \alpha y_t + (1 - \alpha)S_{t-1}, & t \geq 2; \\ \alpha y_2 + (1 - \alpha)S_0, & t = 2; \end{cases} \quad S_0 = (y_1 + y_2)/2.$$

6. Модель Брауна с весами Вейда, использующая в качестве  $S_0$  взвешенную арифметическую среднюю первых двух уровней ряда:



имела место наиболее существенная разница между точностью прогноза по моделям Брауна с обычными весами и с весами Вейда [4, с. 215].

Таблица 1

Производство важнейших видов продукции в Тверской области в 2015 г.

| Вид продукции  | Помесячные значения производства               |
|--|--|
| Волокна и нити химические, тонн  | 85; 137; 136; 150; 132; 137; 131; 242          |
| Спецодежда, тыс. штук  | 5463; 6334; 6459; 6184; 6447; 6713; 6558; 5253 |
| Цельномолочная продукция в пересчете на молоко, тыс. тонн                                | 9,5; 10,9; 11,2; 11,7; 11,7; 11,4; 10,9; 11,0  |
| Обувь, тыс. пар  | 485; 917; 816; 1034; 751; 943; 738; 751        |
| Мука из зерновых культур, овощных и других растительных культур; смеси из них, тыс. тонн | 1,0; 0,8; 0,7; 0,7; 0,7; 0,6; 1,6; 1,6         |
| Электроэнергия, млрд. кВт·ч  | 3,5; 3,2; 3,9; 3,4; 2,9; 3,6; 4,0; 4,0         |
| Хлеб и хлебобулочные изделия, тыс. тонн  | 9,0; 8,4; 9,3; 9,1; 9,3; 9,1; 9,4; 9,1         |
| Рыба и продукты рыбные переработанные и консервированные, тонн                           | 266; 177; 287; 255; 290; 258; 265; 196         |

**7. Методика исследования.** В качестве показателя точности прогноза использовалась средняя абсолютная ошибка прогноза в процентах (МАРЕ), позволяющая сравнивать точность прогноза разных временных рядов. Данный показатель был рассчитан для каждого временного ряда при прогнозировании его на основе модели Брауна с использованием каждого метода определения  $S_0$  для дискретного множества значений постоянной сглаживания в расширенном диапазоне ее значений ( $0 < \alpha < 2$ ) с шагом 0,1. Вычисление МАРЕ производилось для следующих интервалов значений времени:  $t = 4$  ( $n = 1$ ),  $t = 4 - 5$  ( $n = 2$ ),  $t = 4 - 6$  ( $n = 3$ ),  $t = 4 - 7$  ( $n = 4$ ) и  $t = 4 - 8$  ( $n = 5$ ), где  $t$  - номер месяца,  $n$  - количество моментов времени, для которых вычислялись показатели точности. Для сравнения точности прогноза разных моделей на множестве временных рядов для каждого значения  $\alpha$  рассчитывался обобщенный показатель. В качестве такого показателя было выбрано среднее значение МАРЕ для множества временных рядов (для конкретного значения  $\alpha$ ), равное  $MARE(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^k MAPE_i(\alpha)}{k}$ , где  $MAPE_i(\alpha)$  - МАРЕ для модели прогнозирования с параметром сглаживания  $\alpha$  для  $i$ -го временного ряда;  $k$  - количество временных рядов (в данном исследовании  $k = 8$ ).

**8. Результаты исследования точности прогноза временных рядов.** Пример сравнения точности рассматриваемых моделей прогнозирования для временного ряда объема производства волокон и нитей химических для  $n = 5$  представлен в табл. 2.

Результаты исследования точности модели Брауна с весами Вейда, использующей в качестве  $S_0$  взвешенную арифметическую среднюю первых двух уровней ряда, которая является наиболее точной при прогнозировании временного ряда волокон и нитей химических в классическом диапазоне значений  $\alpha$ , приведены для  $n = 5$  в табл. 3.

Пример обобщенных результатов сравнения моделей Брауна, использующих разные методы определения начального значения экспоненциальной средней, в расширенном диапазоне значений  $\alpha$  для  $n = 5$  представлен в табл. 4.

Таблица 2

Значения MAPE для ряда производства волокон и нитей химических

| α   | Номер модели |       |              |              |              |              |               |              |              |              |              |              | R <sub>MAPE</sub> |
|-----|--------------|-------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------------|
|     | 1            | 2     | 3            | 4            | 5            | 6            | 7             | 8            | 9            | 10           | 11           | 12           |                   |
| 0,1 | 31,72        | 18,26 | 21,36        | <u>13,70</u> | 20,07        | <u>13,18</u> | 20,68         | <u>18,13</u> | <u>14,56</u> | <u>17,21</u> | <u>13,41</u> | <u>17,16</u> | 18,54             |
| 0,2 | 23,50        | 16,01 | 17,76        | <u>13,79</u> | <u>15,84</u> | <u>13,26</u> | 16,69         | 16,22        | <u>14,69</u> | <u>14,69</u> | <u>13,51</u> | <u>14,56</u> | 10,24             |
| 0,3 | 17,81        | 14,53 | 15,18        | <u>13,90</u> | <u>13,66</u> | <u>13,36</u> | <u>14,29</u>  | 14,95        | 14,85        | <u>13,57</u> | <u>13,63</u> | <u>13,53</u> | 4,45              |
| 0,4 | 14,75        | 14,11 | 14,14        | <u>14,04</u> | <u>13,69</u> | <u>13,50</u> | <u>13,86</u>  | 14,38        | 15,04        | <u>13,78</u> | <u>13,78</u> | <u>13,71</u> | 1,54              |
| 0,5 | 14,33        | 14,17 | 14,33        | 14,20        | <u>13,81</u> | <u>13,67</u> | <u>13,98</u>  | <b>14,67</b> | <b>15,27</b> | 14,00        | <u>13,96</u> | <u>13,89</u> | 1,60              |
| 0,6 | 14,34        | 14,26 | <b>14,52</b> | <b>14,39</b> | <u>13,97</u> | <u>13,88</u> | <u>14,13</u>  | <b>15,11</b> | <b>15,55</b> | <u>14,23</u> | <u>14,17</u> | <u>14,08</u> | 1,67              |
| 0,7 | 14,42        | 14,39 | <b>14,72</b> | <b>14,61</b> | <u>14,19</u> | <u>14,14</u> | <u>14,31</u>  | <b>15,62</b> | <b>15,90</b> | <b>14,48</b> | 14,42        | <u>14,29</u> | 1,76              |
| 0,8 | 14,60        | 14,59 | <b>14,93</b> | <b>14,86</b> | <u>14,48</u> | <u>14,47</u> | <u>14,56</u>  | <b>16,19</b> | <b>16,33</b> | <b>14,75</b> | <b>14,71</b> | <u>14,55</u> | 1,86              |
| 0,9 | 14,91        | 14,91 | <b>15,16</b> | <b>15,13</b> | <u>14,88</u> | <u>14,88</u> | <u>14,91</u>  | <b>16,85</b> | <b>16,89</b> | <b>15,06</b> | <b>15,04</b> | <u>14,91</u> | 2,01              |
| 1,0 | 15,41        | 15,41 | <u>15,41</u> | <u>15,41</u> | <u>15,41</u> | <u>15,41</u> | <u>15,41</u>  | <b>17,64</b> | <b>17,64</b> | <u>15,41</u> | <u>15,41</u> | <u>15,41</u> | 2,23              |
| 1,1 | 16,16        | 16,16 | <u>15,69</u> | <u>15,65</u> | <u>16,12</u> | <u>16,13</u> | <b>16,17</b>  | <b>18,57</b> | <b>18,63</b> | <u>15,82</u> | <u>15,79</u> | <b>16,17</b> | 2,98              |
| 1,2 | 17,24        | 17,23 | <u>16,00</u> | <u>15,78</u> | <u>17,07</u> | <u>17,10</u> | <b>17,33</b>  | <b>19,70</b> | <b>19,95</b> | <u>16,28</u> | <u>16,13</u> | <b>17,31</b> | 4,17              |
| 1,3 | 18,77        | 18,69 | <u>16,32</u> | <u>15,69</u> | <u>18,31</u> | <u>18,45</u> | <b>19,17</b>  | <b>21,07</b> | <b>21,71</b> | <u>16,81</u> | <u>16,37</u> | <b>19,01</b> | 6,02              |
| 1,4 | 20,91        | 20,61 | <u>16,62</u> | <u>15,97</u> | <u>19,96</u> | <u>20,34</u> | <b>22,18</b>  | <b>22,73</b> | <b>24,08</b> | <u>17,38</u> | <u>16,43</u> | <b>21,49</b> | 8,11              |
| 1,5 | 23,89        | 23,03 | <u>16,87</u> | <u>17,18</u> | <u>22,13</u> | <u>23,02</u> | <b>27,39</b>  | <b>24,74</b> | <b>27,30</b> | <u>18,00</u> | <u>16,89</u> | <b>25,01</b> | 10,52             |
| 1,6 | 28,02        | 25,95 | <u>17,28</u> | <u>18,59</u> | <u>25,02</u> | 26,92        | <b>37,02</b>  | 27,17        | <b>31,87</b> | <u>18,62</u> | <u>18,34</u> | <b>29,82</b> | 19,74             |
| 1,7 | 33,72        | 29,33 | <u>17,92</u> | <u>20,58</u> | <u>28,84</u> | 32,89        | <b>56,50</b>  | 30,08        | <b>38,96</b> | <u>19,22</u> | <u>20,37</u> | <b>36,15</b> | 38,58             |
| 1,8 | 41,56        | 33,44 | <u>18,28</u> | <u>24,53</u> | 33,90        | <b>43,48</b> | <b>102,79</b> | 33,55        | <b>52,17</b> | <u>19,75</u> | <u>24,21</u> | <b>44,19</b> | 84,51             |
| 1,9 | 52,25        | 41,53 | <u>18,25</u> | <u>40,71</u> | <u>40,59</u> | <b>71,72</b> | <b>262,06</b> | 37,66        | <b>89,82</b> | <u>20,40</u> | <u>36,18</u> | <b>54,11</b> | 243,81            |

Таблица 3

Значения MAPE для модели №6 при прогнозировании разных рядов

| α                    | Временной ряд |             |              |               |              |                 |              |              | MAPE(α)      |
|----------------------|---------------|-------------|--------------|---------------|--------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|
|                      | Волокна       | Спец-одежда | Молоко       | Обувь         | Мука         | Электро-энергия | Хлеб         | Рыба         |              |
| 0,1                  | <b>13,18</b>  | 7,13        | 3,94         | <b>15,63</b>  | 29,48        | 11,56           | 2,51         | 13,01        | 12,06        |
| 0,2                  | 13,26         | 7,14        | 3,80         | 15,98         | 28,31        | 11,72           | 2,30         | 12,27        | 11,85        |
| 0,3                  | 13,36         | 7,15        | 3,59         | 16,31         | 26,96        | 11,89           | 2,10         | 11,84        | 11,65        |
| 0,4                  | 13,50         | 7,16        | 3,53         | 16,64         | 25,45        | 12,06           | 2,01         | 11,70        | 11,51        |
| 0,5                  | 13,67         | 7,16        | 3,43         | 17,01         | 23,82        | 12,22           | 1,98         | 11,45        | 11,34        |
| 0,6                  | 13,88         | 7,27        | 3,25         | 17,47         | 22,14        | 12,36           | 1,93         | <b>11,15</b> | 11,18        |
| 0,7                  | 14,14         | 7,49        | 3,00         | 18,07         | 20,46        | 12,45           | <b>1,87</b>  | 11,41        | 11,11        |
| 0,8                  | 14,47         | 7,68        | 2,71         | 18,84         | 18,83        | 12,48           | 1,96         | 12,32        | 11,16        |
| 0,9                  | 14,88         | 7,84        | 2,58         | 19,82         | 17,29        | 12,43           | 2,25         | 13,49        | 11,32        |
| 1,0                  | 15,41         | 7,94        | <b>2,48</b>  | 21,73         | <b>15,83</b> | 12,28           | 2,61         | 14,97        | 11,66        |
| 1,1                  | 16,13         | 7,97        | 2,55         | 24,44         | 17,49        | 12,34           | 3,04         | 16,85        | 12,60        |
| 1,2                  | 17,10         | 7,91        | 2,63         | 27,81         | 19,10        | 12,09           | 3,57         | 19,20        | 13,68        |
| 1,3                  | 18,45         | 7,75        | 2,76         | 32,07         | 20,58        | 11,50           | 4,20         | 22,13        | 14,93        |
| 1,4                  | 20,34         | 7,50        | 2,97         | 37,57         | 21,87        | 10,49           | 4,97         | 25,80        | 16,44        |
| 1,5                  | 23,02         | 7,20        | 3,32         | 44,80         | 22,91        | <b>8,97</b>     | 5,90         | 30,45        | 18,32        |
| 1,6                  | 26,92         | 6,90        | 3,92         | 54,59         | 25,24        | 9,40            | 7,06         | 36,50        | 21,32        |
| 1,7                  | 32,89         | <b>6,66</b> | 5,69         | 68,64         | 28,08        | 10,91           | 8,57         | 44,68        | 25,77        |
| 1,8                  | 43,48         | 6,79        | 8,96         | 92,01         | 32,09        | 13,95           | 10,83        | 57,20        | 33,16        |
| 1,9                  | 71,72         | 8,91        | 17,61        | 152,27        | 42,54        | 24,54           | 16,28        | 86,64        | 52,56        |
| R <sub>0,1-0,9</sub> | <b>1,70</b>   | <b>0,71</b> | <b>1,36</b>  | <b>4,19</b>   | <b>12,19</b> | <b>0,92</b>     | <b>0,64</b>  | <b>2,34</b>  | <b>0,94</b>  |
| R <sub>1,1-1,9</sub> | <b>55,59</b>  | <b>2,25</b> | <b>15,06</b> | <b>127,83</b> | <b>25,05</b> | <b>15,57</b>    | <b>13,24</b> | <b>69,79</b> | <b>39,96</b> |

Сравнение методов определения  $S_0$  по  $\overline{MAPE}(\alpha)$ 

| $\alpha$ | Номер модели |              |              |              |              |              |               |              |              |              |              |              | $R_{MAPE}$ |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------|
|          | 1            | 2            | 3            | 4            | 5            | 6            | 7             | 8            | 9            | 10           | 11           | 12           |            |
| 0,1      | 17,81        | 12,92        | 14,34        | <b>11,76</b> | 14,16        | <b>12,06</b> | 14,22         | 12,75        | <b>12,45</b> | <b>12,31</b> | <b>11,63</b> | 12,46        | 6,18       |
| 0,2      | 14,38        | 12,51        | 13,19        | <b>11,73</b> | 12,96        | <b>11,85</b> | 13,06         | 12,45        | <b>12,41</b> | <b>11,79</b> | <b>11,63</b> | 11,95        | 2,75       |
| 0,3      | 12,92        | 12,12        | 12,41        | <b>11,70</b> | 12,17        | <b>11,65</b> | 12,26         | 12,29        | 12,38        | <b>11,57</b> | <b>11,63</b> | <b>11,69</b> | 1,35       |
| 0,4      | 12,13        | 11,80        | 11,96        | <b>11,67</b> | <b>11,75</b> | <b>11,51</b> | 11,81         | <b>12,17</b> | <b>12,32</b> | 11,54        | 11,60        | 11,56        | 0,81       |
| 0,5      | 11,66        | 11,56        | 11,66        | 11,59        | <b>11,50</b> | <b>11,34</b> | <b>11,55</b>  | <b>12,11</b> | <b>12,25</b> | 11,51        | 11,54        | <b>11,41</b> | 0,91       |
| 0,6      | 11,42        | 11,37        | <b>11,55</b> | <b>11,52</b> | <b>11,26</b> | <b>11,18</b> | <b>11,31</b>  | <b>12,07</b> | <b>12,16</b> | <b>11,47</b> | <b>11,48</b> | <b>11,27</b> | 0,98       |
| 0,7      | 11,27        | 11,26        | <b>11,48</b> | <b>11,47</b> | <b>11,13</b> | <b>11,11</b> | <b>11,21</b>  | <b>12,05</b> | <b>12,10</b> | <b>11,43</b> | <b>11,44</b> | <b>11,21</b> | 0,99       |
| 0,8      | 11,24        | 11,24        | <b>11,45</b> | <b>11,45</b> | <b>11,17</b> | <b>11,16</b> | <b>11,22</b>  | <b>12,03</b> | <b>12,05</b> | <b>11,43</b> | <b>11,43</b> | <b>11,22</b> | 0,89       |
| 0,9      | <b>11,34</b> | <b>11,34</b> | <b>11,49</b> | <b>11,48</b> | <b>11,32</b> | <b>11,32</b> | 11,34         | <b>12,05</b> | <b>12,06</b> | <b>11,48</b> | <b>11,48</b> | 11,34        | 0,74       |
| 1,0      | 11,66        | 11,66        | 11,66        | 11,66        | 11,66        | 11,66        | 11,66         | 12,20        | 12,20        | 11,66        | 11,66        | 11,66        | 0,54       |
| 1,1      | 12,62        | 12,62        | <b>12,45</b> | <b>12,47</b> | 12,60        | 12,60        | <b>12,62</b>  | <b>12,97</b> | <b>12,99</b> | <b>12,41</b> | <b>12,42</b> | <b>12,62</b> | 0,58       |
| 1,2      | 13,75        | 13,75        | <b>13,32</b> | <b>13,37</b> | 13,69        | <b>13,68</b> | <b>13,78</b>  | <b>13,83</b> | <b>13,92</b> | <b>13,24</b> | <b>13,27</b> | <b>13,75</b> | 0,68       |
| 1,3      | 15,13        | 15,13        | <b>14,27</b> | <b>14,40</b> | 14,97        | <b>14,93</b> | <b>15,28</b>  | <b>14,80</b> | <b>15,04</b> | <b>14,16</b> | <b>14,23</b> | <b>15,12</b> | 1,12       |
| 1,4      | 16,89        | 16,89        | <b>15,33</b> | <b>15,76</b> | 16,54        | 16,44        | <b>17,49</b>  | 15,93        | <b>16,41</b> | 15,18        | 15,34        | <b>16,94</b> | 2,31       |
| 1,5      | 19,18        | 19,16        | <b>16,53</b> | <b>17,70</b> | 18,52        | <b>18,32</b> | <b>21,13</b>  | 17,34        | <b>18,32</b> | <b>16,36</b> | <b>16,86</b> | <b>19,38</b> | 4,77       |
| 1,6      | 22,60        | 22,34        | <b>18,11</b> | <b>20,37</b> | 21,21        | <b>21,32</b> | <b>28,05</b>  | 19,15        | 21,00        | <b>17,86</b> | 19,16        | <b>22,73</b> | 10,19      |
| 1,7      | 27,43        | 26,89        | <b>20,17</b> | <b>25,23</b> | 24,84        | <b>25,77</b> | <b>41,69</b>  | 21,28        | 24,88        | <b>19,63</b> | <b>22,66</b> | 27,22        | 22,06      |
| 1,8      | 34,04        | <b>34,32</b> | <b>22,57</b> | <b>35,46</b> | 29,65        | <b>33,16</b> | <b>73,06</b>  | 23,76        | <b>32,16</b> | 21,84        | <b>30,59</b> | 32,72        | 21,84      |
| 1,9      | 43,03        | <b>54,80</b> | <b>25,80</b> | <b>66,33</b> | 35,99        | <b>52,56</b> | <b>182,06</b> | 26,65        | <b>54,26</b> | 24,43        | <b>54,57</b> | 39,42        | 157,63     |

**9. Анализ результатов исследований.** Анализ результатов исследований точности прогноза модели Брауна, использующей разные методы определения  $S_0$ , на множестве временных рядов позволяет сделать следующие выводы.

1. В разных диапазонах значений  $\alpha$  наиболее точными являются разные модели (табл. 2, 4).

2. Во всем классическом диапазоне значений  $\alpha$  наиболее точной моделью прогнозирования в смысле минимума значения MAPE (табл. 2) или значения  $\overline{MAPE}(\alpha)$  (табл. 4) является модель №6. К достаточно точным моделям (с точки зрения минимума  $\overline{MAPE}(\alpha)$ ) для отдельных интервалов этого диапазона относятся модели № 4, № 5, № 7, № 11 и № 12.

3. Во всем запредельном диапазоне значений  $\alpha$  наиболее точными моделями прогнозирования в смысле минимума значения  $\overline{MAPE}(\alpha)$  (табл. 4) являются модель №3 и модель №10. Наиболее точными моделями для конкретных временных рядов могут оказаться другие модели. Так, для временного ряда производства волокон и нитей химических наиболее точными моделями в смысле минимума значения MAPE являются модели № 3 и № 11 (табл. 2). К достаточно точным моделям (с точки зрения минимума  $\overline{MAPE}(\alpha)$ ) для отдельных интервалов этого диапазона относятся модели №8 и №11.

4. Наименьший разброс ( $R_{MAPE}$ ) значений точности прогноза (не более 5%) моделей имеет место в диапазоне значений  $\alpha$  от 0,2...0,4 до 1,2...1,5 (табл. 2, 4). В этом диапазоне значений  $\alpha$  выбор метода определения  $S_0$  не оказывает существенного значения на точность прогноза. Наибольший разброс значений точности прогноза имеет место в диапазонах значений  $\alpha$ :  $0 < \alpha \leq 0,3$  (диапазон,

рекомендованный Брауном) и  $1,7 \leq \alpha < 2,0$ . В этих диапазонах значений  $\alpha$  выбор метода определения  $S_0$  существенно влияет на точность прогноза. При этом наибольшие ошибки прогноза могут быть получены при  $1,7 \leq \alpha < 2,0$ . В данном исследовании большие ошибки прогноза в этом диапазоне демонстрировали модели №4, №7 и №11 (иногда № 2, № 6 и № 9), то есть модели, использующие веса Вейда, и модель на основе взвешенного арифметического среднего первых двух уровней ряда с поправочными коэффициентами.

5. Во всем расширенном диапазоне значений  $\alpha$  модели № 5, № 6 и № 12 практически всегда точнее (в смысле минимума  $MAPE(\alpha)$ ) модели № 1 (модели Брауна с обычными весами, использующей в качестве начального значения экспоненциальной средней первое фактическое значение уровня ряда) (табл. 4). Для некоторых значений  $n$ , например для  $n = 5$ , модель № 2 также практически всегда точнее модели № 1 (табл. 4). Во всем классическом диапазоне значений  $\alpha$  модели № 2 и № 7 всегда точнее модели № 1. В диапазоне значений  $\alpha$ , рекомендованном Брауном, все модели (№ 2 - № 12) точнее модели № 1. Практически во всем запредельном диапазоне значений  $\alpha$  более точными, чем модель № 1, являются модели № 2, № 3, № 4, № 8, № 9, № 10 и № 11 (не для всех значений  $n$ ).

6. Во всем расширенном диапазоне значений  $\alpha$  модели № 5 и № 12 практически всегда точнее (в смысле минимума  $MAPE(\alpha)$ ) модели № 2 (модели Брауна с весами Вейда, использующей в качестве начального значения экспоненциальной средней первое фактическое значение уровня ряда) (табл. 4). Для некоторых значений  $n$  (например, для  $n = 1$ ) модель № 12 также практически всегда точнее модели № 1. Во всем классическом диапазоне значений  $\alpha$  только для некоторых значений  $n$  некоторые модели точнее модели № 2, например, модель № 7 для  $n = 1$  и модель № 12 для  $n = 5$  (табл. 4). В диапазоне значений  $\alpha$ , рекомендованном Брауном, модели № 4, № 6, № 10, № 11 и № 12 всегда точнее модели №2. Практически во всем запредельном диапазоне значений  $\alpha$  более точными, чем модель № 2, являются модели № 3, № 8, № 9 и № 10.

7. Для разных временных рядов оптимальное значение является  $\alpha$  разным для одной и той же модели прогнозирования (табл. 3). Для модели № 6 оптимальное значение  $\alpha$  для большинства исследованных временных рядов находится в диапазоне  $0 < \alpha \leq 1,0$ . Поэтому для данной модели оптимальное с точки зрения минимума  $MAPE(\alpha)$  значение  $\alpha$  равно 0,7. Однако следует отметить, что для данной модели разброс величины  $MAPE(\alpha)$  в этом диапазоне составляет меньше 1 %. Для всех временных рядов в классическом диапазоне значений  $\alpha$  разброс значений  $MAPE (R_{0,1-0,9})$  для модели № 6 является, как правило, небольшим, а в запредельном диапазоне значений  $\alpha$  разброс значений  $MAPE (R_{1,1-1,9})$  является существенным (табл. 3).

На основании данных выводов можно сформулировать следующие общие рекомендации по выбору метода определения  $S_0$  в модели Брауна на первых шагах прогнозирования: 1) выбор метода определения  $S_0$  зависит от используемого диапазона значений параметра сглаживания  $\alpha$ ; 2) универсального метода определения  $S_0$ , обеспечивающего наибольшую точность во всем расширенном диапазоне значений  $\alpha$  для любого временного ряда, не существует; 3) выбор метода определения  $S_0$  в диапазоне значений  $\alpha$  примерно от 0,4 до 1,5



не является принципиальным, так как он не оказывает существенного влияния на точность прогноза; 4) выбор метода определения  $S_0$  является важным в диапазонах значений  $\alpha$  от 0,1 до 0,3 и от 1,7 до 2, так как он существенно влияет на точность прогноза; 5) в диапазоне значений  $\alpha$  от 1,7 до 2 применение методов определения  $S_0$ , использующих весовые коэффициенты Вейда, нецелесообразно из-за больших ошибок прогноза.

Достоверность данных рекомендаций подтверждается аналогичными выводами, сформулированными в [2, с. 36-37] на основе анализа результатов исследования точности модели Брауна на условном примере для некоторых методов определения начального значения экспоненциальной средней.

В данном исследовании в диапазоне значений  $\alpha$ , рекомендованном Брауном, как и во всем классическом диапазоне значений  $\alpha$ , наиболее высокую точность прогноза показала модель Брауна с весами Вейда, использующая в качестве  $S_0$  взвешенную арифметическую среднюю первых двух уровней ряда (модель № 6). В запредельном диапазоне значений  $\alpha$  наибольшую точность продемонстрировали модели Брауна с обычными весами, использующие в качестве  $S_0$  простую арифметическую среднюю первых двух уровней ряда и взвешенную арифметическую среднюю первых трех уровней ряда (модели № 3 и № 10).

**10. Заключение.** В статье рассмотрены 12 комбинаций методов определения начального значения экспоненциальной средней в модели прогнозирования Брауна, некоторые из которых, возможно, предложены впервые. Приведены фрагменты результатов сравнительного исследования точности модели Брауна при использовании этих методов. На основе анализа результатов исследования сформулированы рекомендации по выбору метода определения начального значения экспоненциальной средней в зависимости от используемого значения параметра сглаживания.

### **Список литературы**

1. Лукашин Ю.П. Адаптивные модели краткосрочного прогнозирования временных рядов : учеб. пособие. М. : Финансы и статистика, 2003. 416 с.
2. Светуных С.Г., Светуных И.С. Методы социально-экономического прогнозирования : учеб. для вузов. Т. II. СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2010. 103 с.
3. Дуброва Т.А. Статистический анализ и прогнозирование экономической динамики: проблемы и подходы // Методология статистического исследования социально-экономических процессов: моногр. / под ред. В.Г. Минашкина. М., 2012. С. 110–138.
4. Васильев А.А. Исследование модели Брауна с весовыми коэффициентами Вейда при прогнозировании коротких временных рядов // Вестник Тверского государственного университета. Сер.: Экономика и управление. 2016. №3. С. 212–219.
5. Гурнович Т.Г., Косенко С.Г., Торопцев Е.Л. Практическое применение метода Брауна для краткосрочного прогнозирования динамики рынка парфюмерии и косметики [Электронный ресурс] // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2007. №26(02). С. 194–204. URL: <http://ej.kubagro.ru/2007/02/pdf/03.pdf> (дата обращения 20.01.2017).
6. Производство важнейших видов продукции [Электронный ресурс] // Краткосрочные экономические показатели Тверской области. М.: Федеральная служба государственной статистики, 2016. URL: <http://www.gks.ru/region/ind1128/IssWWW.exe/Stg/d080/i010500r.htm> (дата обращения 20.01.2017).

## INVESTIGATION OF METHODS OF DEFINITION OF START VALUE OF EXPONENTIAL AVERAGE MEAN FOR BRAUN'S FORECASTING MODEL OF ZERO LEVEL

A.A. Vasiliev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Tver State University, Tver

In the issue 12 sets of different methods of definition of start value of exponential average in Braun's model of zero level are presented. The results of comparative investigation of its accuracy for forecast of short-term time-series are presented, also there are guidelines for choosing of method for definition of start value of exponential average.

**Keywords:** *exponential average; short-term time series; Braun's model of zero level; prediction accuracy.*

*Об авторе:*

ВАСИЛЬЕВ Александр Анатольевич – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой математики, статистики и информатики в экономике, Тверской государственный университет, (170000, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33), e-mail: [vasiljev-tvgu@yandex.ru](mailto:vasiljev-tvgu@yandex.ru)

*About the authors:*

VASIL'EV Aleksandr Anatol'evich – Philosophy Doctor in Engineering Science, Associate Professor, Head of Department of Mathematics, Statistics and Informatics in Economics, Tver State University, (33, Zhelaybova St., Tver, 170000), e-mail: [vasiljev-tvgu@yandex.ru](mailto:vasiljev-tvgu@yandex.ru)

### References

1. Lukashin Ju.P. Adaptivnye modeli kratkosrochnogo prognozirovaniya vremennyh rjadov: ucheb. posobie. M.: Finansy i statistika, 2003. 416 s.
2. Svetun'kov S.G., Svetun'kov I.S. Metody social'no-jekonomicheskogo prognozirovaniya: ucheb. dlja vuzov. T. II. Spb.: Izd-vo SPbGUGeF, 2010. 103 s.
3. Dubrova T.A. Statisticheskij analiz i prognozirovanie jekonomicheskoy dinamiki: problemy i podhody. Metodologija statisticheskogo issledovaniya social'no-jekonomicheskikh processov: monografija. Pod red. V.G. Minashkina. M.: JuNITI-DANA, 2012. S. 110-138.
4. Vasil'ev A.A. Issledovanie modeli Brauna s vesovymi koefficientami Vejda pri prognozirovanii korotkih vremennyh rjadov. Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Jekonomika i upravlenie. 2016. №3. S. 212-219.
5. Gurnovich T.G., Kosenko S.G., Toropcev E.L. Prakticheskoe primenenie metoda Brauna dlja kratkosrochnogo prognozirovaniya dinamiki rynka parfjumerii i kosmetiki. Politematicheskij setevoj jelektronnyj nauchnyj zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2007. №26(02). S. 194-204. URL: <http://ej.kubagro.ru/2007/02/pdf/03.pdf> (data obrashhenija 20.01.2017).
6. Proizvodstvo vazhnejshih vidov produkcii [Jelektronnyj resurs]. Kratkosrochnye jekonomicheskie pokazateli Tverskoj oblasti. M.: Federal'naja sluzhba gosudarstvennoj statistiki, 2016. URL: <http://www.gks.ru/region/ind1128/IssWWW.exe/Stg/d080/i010500r.htm> (data obrashhenija 20.01.2017).