

УДК 378.147

## **СОВРЕМЕННЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИКИ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ**

**Т.А. Лавриненко<sup>1</sup>, В.Н. Михно<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, г. Москва

<sup>2</sup>Тверской государственной университет

Рассмотрены проблемы преподавания математики в высшей школе и вопрос о соотношении традиционных и инновационных методов в преподавании предметов математического цикла. В качестве примера использования интерактивных методов обучения, и в частности метода мозгового штурма предлагается краткая методическая разработка по применению этого метода для изучения приемов решения диофантовых уравнений.

***Ключевые слова:** реформирование отечественного образования, преподавание математики в высшей школе, инновационные образовательные технологии, интерактивные методы обучения, метод мозгового штурма.*

Последнее десятилетие в жизни высшей школы можно охарактеризовать как время постоянного реформирования тех или иных сторон её деятельности, в одних случаях – реформирования достаточно масштабного и болезненного, в других – менее заметного, но при этом существенно меняющего характер всего образовательного процесса, в том числе процесса освоения математических дисциплин. Этой все еще продолжающейся перестройке образовательного процесса в высшей школе предшествовала глобальная реформа по введению ЕГЭ в средней школе. Последствия только одной этой реформы весьма сильно сказались, в частности, на характере изучения предметов математического цикла в университетах. Естественно, что в этих условиях вопросы, относящиеся к различным аспектам организации и непосредственной реализации образовательного процесса, привлекают повышенное внимание отечественного научно-педагогического сообщества [4; 6; 9; 11–13; 15]. В частности, в рамках проводимой в стране модернизации высшего образования чрезвычайно актуальным стал вопрос об использовании инновационных образовательных технологий в процессе обучения в высшей школе. Стимулировать такое использование был призван введённый в 2013 г. новый Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования и последующие его модификации, в соответствии с которыми были разработаны новые рабочие программы учебных дисциплин. Эти программы содержат обязательный раздел «Образовательные технологии», в котором требуется указывать, какие интерактивные формы этих технологий, наряду со стандартными методами обучения, используются при изучении дисциплины.

В настоящей статье мы хотели бы обсудить проблему применения инновационных методов обучения для преподавания математических дисциплин, представив здесь точку зрения «практикующего» преподавателя. Мы оставляем в стороне вопрос об использовании электронных средств для

проведения занятий по математике, поскольку в центре внимания данной статьи находится вопрос о возможных *способах изучения* нового материала, а не о технических средствах для его представления и контроля знаний. На данный момент существует целый ряд методов, которые предлагается применять в процессе обучения в высших учебных заведениях помимо традиционных форм проведения лекций и практических занятий: это тренинг, дебаты, кейс-стади, деловая игра, круглый стол, мозговой штурм и другие приемы [1, 9, 11–13, 16, 17]. Чтобы внедрение этих методов в преподавание не носило характер кампанейщины, важен взвешенный подход к применению всех форм обучения – как «современных», так и «несовременных», и предметно неангажированное обсуждение условий и рамок применения этих методов. Однако, согласно И.Ф. Шарыгину, к 2002 году «в системе образования, да и в обществе в целом, по отношению к системе образования сложилась парадоксальная и некоторым образом пикантная ситуация. ...Мы видим два непримиримых и даже враждующих лагеря: в одном собрались реформаторы (или модернизаторы?), а в другом – консерваторы. ...В каждом лагере сложилась своя система аргументов, а точнее, утверждений, заявляемых в качестве аксиом, поскольку доказательствами и обоснованиями большей частью пренебрегают. ...Объясняя необходимость реформ, реформаторы широко пользуются ссылками, большей частью трудно проверяемыми, на зарубежный опыт, выдергивая из него то, что соответствует их позиции, и, игнорируя или передергивая то, что не соответствует» [19, с. 189–190]. Такая ситуация, конечно, не способствует конструктивному обсуждению вопросов о возможностях новых образовательных технологий. Мешает этому и распространенное заблуждение о безусловно высоком уровне всего западного, в частности американского, образования и вытекающее отсюда не критичное отношение к зарубежному опыту. Однако вот выводы из доклада Национальной комиссии США по преподаванию математики и естественных наук в XXI в., созданной по инициативе Министерства образования США: «Наши дети теряют способность отвечать и реагировать не только на проблемы, уже предъявляемые 21-м столетием, но и на его потенциал в целом. Мы упускаем возможность сохранить интерес нашей молодежи к естественно-научным и математическим знаниям. Мы не нацеливаем их на тот уровень компетентности, который будет им необходим, чтобы продуктивно жить и трудиться» [14, с. 210]. Авторы доклада, имеющего красноречивое название «Пока еще не слишком поздно», предлагают принять срочные и вполне конкретные меры для изменения описанной ситуации.

Заметим, что в настоящее время, как отмечают М.В. Богуславский и И.Д. Лельчицкий, «в определении перспектив развития российского образования вестернизаторским процессам в целом придается все более взвешенно-критическая оценка» [3, с. 42]. Как пишут те же авторы, подход, при котором реформы осуществляются по сугубо западному образцу, в значительной мере идеологически исчерпал себя, либерально-вестернизаторская модель образования «и по сути, и в силу отсутствия адаптивных механизмов реалий западноевропейской культуры к отечественному образованию встречает нарастающую критику и все более активное сопротивление педагогической общественности» [3, с. 43]. Согласно

[3], «в настоящее время разворачивается сложный процесс выработки новой стратегии развития российского образования на основе потенциального сочетания его традиционных преимуществ и вместе с тем обеспечения российского образованию в условиях современного информационного общества конкурентоспособности в современном мире». При этом авторы отмечают, что *в российском высшем образовании по-прежнему сохраняется «вестернизаторско-либеральный» подход* [3, с. 48]. С учетом этих обстоятельств вопрос о соотношении традиционных и инновационных методов преподавания в высшей школе остается весьма актуальным.

Мы рассмотрим ниже ситуацию с преподаванием математики студентам экономических специальностей, хотя, как нам кажется, эта ситуация во многом схожа для большой группы различных специальностей, по которым обучаются студенты отечественных вузов. В числе главных проблем, с которыми сталкиваются в последние годы преподаватели математических дисциплин, работая на младших курсах, нужно назвать, во-первых, падение базового уровня знаний, с которым студенты приступают к изучению математических дисциплин [15, с. 4], и, во-вторых, утрату навыков логического мышления. Если еще двадцать лет назад для получения отличной оценки по математике на экзамене студенту-экономисту требовалось *умение доказывать* хотя бы несложные утверждения, то сейчас возникает вопрос: стоит ли вообще включать доказательства в читаемый курс, если подавляющее большинство студентов не в состоянии выстроить простейшую цепочку логических выводов? Более того, проверка 40 экзаменационных работ студентов общеэкономического факультета РЭУ сессии 2014–2015 уч. г. показала, что вслед за потерей способности доказывать утверждения студенты утрачивают способность даже просто грамотно сформулировать утверждение или дать определение. Из 40 проверенных работ только в 3–4 работах содержались математически грамотные формулировки. В результате обучение математике в вузе сводится к изучению различных приемов решения конкретных примеров учебного характера, так как студенты оказываются не готовы к решению задач более высокого уровня. При этом происходит *выхолащивание содержания самого предмета математики и утрата им важнейшей его функции – формирования и развития логического мышления*. Даже если говорить о студентах с хорошей школьной базовой подготовкой и хорошими математическими способностями, то нужно отметить, что и они с большим трудом воспринимают простейшие логические рассуждения. Очевидно, одна из главных причин этих негативных явлений – это изменения в средней школе, и в первую очередь введение ЕГЭ. Студенты признаются, что изучение математики в школе в старших классах стало сводиться к натаскиванию на решение заданий ЕГЭ. Так многие студенты воспринимают и математические дисциплины в университете – как набор правил для решения типовых примеров, которые нужно механически запомнить.

Возможно ли исправить или хотя бы улучшить описанную ситуацию путем использования новых образовательных технологий в преподавании математики? И какие именно современные образовательные методики применимы для изучения математических дисциплин?

Очевидно, приемлемые формы проведения занятий по дисциплине в

большой степени определяются характером самой дисциплины. Если использование таких форм, как дебаты, деловая игра или кейс-стади, вполне уместно для дисциплин гуманитарного или экономического цикла, то вряд ли оно возможно при изучении математических дисциплин. Так, например, одним из наиболее популярных интерактивных методов организации профессиональной подготовки в зарубежных вузах является кейс-метод, разрабатывается он сейчас и у нас [1, 9, 12]. В Гарвардской школе бизнеса, например, работе с кейсами отводится до 90 % учебного времени. За рубежом есть научно-методические центры, например Национальный центр исследования кейс-обучения в науке (NSF) Университета Буффало (Нью-Йорк, США), в которых проводятся систематические исследования, посвященные кейс-методу, собраны богатые коллекции образовательных кейсов. Прежде всего кейс-метод применяется для обучения в сфере бизнеса, а также используется как профессиональный тренинг при организации работы со студентами юридических, экономических, психологических специальностей [16]. Он является особой формой обучения на основе обсуждения в группе студентов сложной и зачастую неоднозначной реальной профессиональной ситуации. Очевидно, изучение математических дисциплин студентами-экономистами оказывается вне рамок применения этого метода.

Заметим, что некоторые элементы современных образовательных технологий, такие как интерактивный характер проведения занятия или элементы «мозгового штурма», де-факто уже давно используются при чтении лекций и особенно при проведении практических занятий по математике. По нашему мнению, именно на усиление интерактивной составляющей традиционных форм преподавания – лекции и практического занятия – и нужно обратить внимание в первую очередь при изучении дисциплин математического цикла. Для этого необходимо избавляться от чисто монологического характера изложения, активнее вовлекая студентов в обсуждение деталей доказательства или способа решения задачи, а также применяя для проведения практических занятий технологию уровневой дифференциации.

Из всех же современных образовательных методик, перечисленных выше, в наибольшей степени для изучения отдельных математических вопросов подходит, по-видимому, метод «мозгового штурма», когда студенты не только приобретают новые математические знания, но и творчески участвуют в решении поставленных перед ними математических вопросов. При этом пассивное потребление знаний заменяется активным участием в освоении новой темы. Предлагаем конкретный пример применения этого метода.

*Пример использования метода мозгового штурма для изучения приемов решения диофантовых уравнений*

В качестве примера использования интерактивных методов обучения, и в частности метода мозгового штурма, в математике рассмотрим изучение приемов решения диофантовых уравнений 2-й и 3-й степени с двумя неизвестными в рациональных числах [2]. Данная тема не входит в обязательную программу и может быть изучена факультативно наиболее активными и подготовленными студентами (например, в рамках работы математического кружка). Выбор именно данной темы обусловлен несколькими причинами:

1. Изучение основных методов решения указанных уравнений может быть

проведено средствами элементарной алгебры, оно не требует дополнительных знаний по математике, кроме курса элементарной алгебры в школьном объеме.

2. Эти методы имеют богатую историю, восходящую к Диофанту Александрийскому (III в.), в «Арифметике» [5] которого встречаются первые примеры решения таких уравнений. С другой стороны, рассматриваемые методы играют основополагающую роль при построении важного раздела современной математики – арифметики эллиптических кривых. Это дает возможность сломать стереотипы, сложившиеся у студентов по отношению к математике, и показать, что математика – это не окостеневший набор правил для решения задач, а живая развивающаяся наука. Тематика занятий позволяет студентам заглянуть в творческую лабораторию математиков прошлого и познакомиться до некоторой степени и с трудом историка математики. Знакомство с методами математики в их историческом развитии расширяет не только математический кругозор студентов, но и их общекультурный кругозор.

3. Проведение занятий в интерактивной форме, когда студенты почти самостоятельно изучают новые приемы и затем успешно применяют их для решения новых задач, может стимулировать их интерес к математике. Здесь важным психологическим фактором является то, что они оказываются способны изучить нечто новое и даже не входящее в обязательную вузовскую программу.

4. Изучение данной темы можно организовать таким образом, что возникает некая интрига, связанная с расшифровкой методов решения диофантовых уравнений Диофантом и Эйлером. Собственно, сам метод мозгового штурма предлагается применить для того, чтобы студенты попытались отгадать, каким именно образом были получены формулы, сравнительно недавно найденные в рукописях Эйлера. Публикаторы рукописей пишут, что способ получения этих формул остается неизвестным [10, с. 68].

Изучение указанной темы можно проводить в два или три занятия группой в 10–15 человек. Здесь приводится разбивка на три занятия.

*1-е занятие.* В первой части занятия преподаватель дает минимум необходимых сведений по теме: рассказывает о самой проблеме решения диофантовых уравнений в рациональных числах, дает краткую историческую справку и знакомит студентов с некоторыми методами решения таких уравнений. Далее студенты разбиваются на мини-группы (от 2 до 4 человек), и каждая мини-группа получает первое творческое задание: 1) разобрать один из методов решения диофантовых уравнений по «Алгебре» [20] Л. Эйлера (преподаватель указывает, какой); 2) придумать такое количество примеров на применение этого метода, сколько мини-групп оказалось в данной группе.

*2-е занятие.* Первая часть этого занятия – нечто вроде круглого стола с математической спецификой, когда представитель от каждой группы студентов рассказывает о разобранным ими методе, а затем студенты обсуждают суть этих методов. В этом обсуждении большую роль играют наводящие вопросы преподавателя. После этого группы обмениваются примерами, которые они составили, и каждая группа решает эти примеры. По одному примеру каждой группе дает преподаватель (на тот метод, который разбирала эта группа). Здесь можно ввести элемент соревновательности – какая группа решит примеры раньше всех. Вторую часть занятия проводит преподаватель. Он знакомит студентов с теми приемами решения аналогичных

уравнений у Эйлера, которые не были заданы студентам. Студенты вместе с преподавателем выясняют суть этих методов. Далее каждая мини-группа получает второе творческое задание: 1) решить дома несколько примеров (выдает преподаватель) с помощью изученных методов; 2) попытаться найти опечатку в отрывке из рукописей Эйлера, который будет выдан студентам; 3) попытаться восстановить ход рассуждений Эйлера, с помощью которых он получил формулы из этого отрывка.

*3-е занятие.* Преподаватель обсуждает со студентами решение домашних примеров, затем обсуждаются задания 2 и 3. Поскольку маловероятно, что студентам удастся полностью выполнить эти задания, то для их окончательного решения предполагается использовать методику мозгового штурма. Студенты делятся теми соображениями, которые у них возникли при обдумывании этих заданий дома, эти соображения фиксируются и затем обсуждаются. Здесь важна направляющая роль преподавателя, если обсуждение заходит в тупик. В идеале участники мозгового штурма должны прийти к окончательному решению. Если же этого не происходит, то преподаватель излагает то решение этих вопросов, которое предлагается в статье [7]. В этом случае участники обсуждения должны решить, насколько мотивированным выглядит это решение. В заключение преподаватель может рассказать, какое место занимают разобранные студентами методы в современной арифметике алгебраических кривых [2; 8].

Если уровень студентов окажется достаточно высоким, то изучение темы можно углубить. Например, на втором занятии преподаватель также может рассказать о том, как такие задачи решали Диофант [5] и Ферма [18] и разобрать одну из задач Диофанта. Студенты должны убедиться, что рассмотренный метод Диофанта совпадает с одним из изученных методов Эйлера, только излагается Диофантом в другой форме. Во 2-е творческое задание в этом случае можно включить разбор студентами одной из задач «Арифметики» Диофанта (преподаватель указывает, какой), в которой решается уравнение, аналогичное уравнениям из «Алгебры» Эйлера.

Мы привели лишь один возможный вариант применения метода мозгового штурма для вовлечения наиболее активной и подготовленной части студентов в творческое освоение дополнительных разделов математики. Очевидно, что подобный подход можно было бы использовать и для углубленного изучения отдельных тем обязательной программы. Однако нужно оговориться, что вряд ли возможно применять этот метод, во всяком случае на данный момент времени при проведении практических занятий для всей академической группы в силу её неоднородности и наличия достаточно большого числа студентов, имеющих невысокий уровень математической подготовки и по этой причине не готовых к творческой работе требуемого уровня.

В заключение заметим, что практическое применение метода мозгового штурма для изучения математики сталкивается в действительности с объективными трудностями, в первую очередь с неразработанностью методической базы, а также с недостаточно высоким уровнем владения студентами школьным курсом математики. Вообще последнее обстоятельство является серьёзным препятствием на пути внедрения любых новых образовательных технологий в преподавание математики, поскольку для

такого внедрения в силу специфики предмета необходимо наличие неплохого базового уровня математической подготовки. Что же касается методической базы, то её разработка для математических дисциплин – дело достаточно трудоёмкое и требует специально организованных усилий.

Отметим также, что, если использование в преподавании математики некоторых современных образовательных технологий или их элементов было бы весьма полезно, то применение других из них может принести существенный вред. Прежде всего это относится к тестированию, если его использовать как единственную форму контроля знаний студентов по математике. Любопытно, что статья в «Лос-Анджелес таймс» от 18 января 2000 года называлась «Тестирование уничтожает обучение». Вообще, любые формы проведения экзамена в электронном виде существенно сужают область *проверяемых* математических знаний и, как следствие, область *изучаемых* знаний. Экзамен, проводимый в электронном виде, – это, по сути, зачет. При этом у студентов отпадают последние стимулы для овладения логическими приемами рассуждений и развития логического мышления. В то же время компьютерные технологии можно было бы эффективно использовать для организации самостоятельной работы студентов в течение семестра и для промежуточного контроля знаний. Но эта тема требует отдельного рассмотрения и в рамках данной работы не обсуждается.

### Список литературы

1. Арканова Т.А. Использование метода кейс-стади в профессиональной подготовке студентов-экономистов // Вестн. Ун-та Рос. акад. образ. 2011. № 1–54. С. 164–166.
2. Башмакова И.Г. Диофант и диофантовы уравнения. М.: Наука, 1972. 68 с.
3. Богуславский М.В., Лельчицкий И.Д. Современные стратегии развития российского образования в условиях информационного общества // Образовательное пространство в информационную эпоху (ЕЕИА-2016): сб. науч. тр. Междунар. науч.-практ. конф. 2016. С. 38–49.
4. Быканова О.А., Филиппова Н.В. Непрерывность математического образования в экономическом вузе как составная часть подготовки высококвалифицированных экономистов в реалиях современного мира // Молодой ученый. 2015. № 10 (90). С. 1104–1105.
5. Диофант. Арифметика и книга о многоугольных числах. М.: Наука, 1974. 328 с.
6. Иванкова Г.В., Мочалина Е.П., Маслякова И.Н. Модель обучения как марковский процесс // Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство: сб. тр. Междунар. науч. конф. 2015. С. 132–135.
7. Лавриненко Т.А. Современная арифметика алгебраических кривых и диофантовы уравнения в рукописях Эйлера // Современная наука: теоретический и практический взгляд: сб. ст. Междунар. науч.-практ. конф.; отв. ред. А.А. Сукиасян. 2015. С. 10–16.
8. Лавриненко Т.А., Михно Г.А. О введении групповой структуры на множестве точек кубики и решении диофантовых уравнений // Вестн. Твер. гос. ун-та. Сер. «Прикладная математика». 2014. № 4. С. 95–104.
9. Лельчицкий И.Д., Мороз М.В. Формирование профессиональных компетенций бакалавров социальной работы с использованием метода кейс-стади // Вестн. Твер. гос. ун-та. Серия «Педагогика и психология». 2013. № 1. С. 158–164.
10. Неопубликованные материалы Л. Эйлера по теории чисел / сост. и пер.: Г.П.

- Матвиевская, Е.П. Ожигова, Н.И. Невская, Ю.Х. Копелевич. СПб.: Наука, 1997. 225 с.
11. Панасенко С.В., Слепенкова Е.В. Интеллект-карты и деловые игры как интерактивные методы обучения в высшей школе // Вестн. Сев.-Кавказ. фед. ун-та. 2016. № 5 (56). С. 172–176.
  12. Панасенко С.В. Кейс-стади как интерактивный метод обучения // Наука и образование в глобальных процессах. 2016. № 1 (3). С. 92–95.
  13. Питрюк А.В. Использование интерактивных форм обучения в преподавании правовых дисциплин для студентов, обучающихся по направлениям «экономика» и «менеджмент» // Актуальные вопросы обеспечения образовательной и научной деятельности в университете: сб. статей. Москва, 2016. С. 39–43.
  14. Пока ещё не слишком поздно: Доклад Национальной комиссии США по преподаванию математики и естественных наук в 21-м веке // Образование, которое мы можем потерять / под общей ред. ректора МГУ академика В.А. Садовниченко. М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, 2003. С. 205–286.
  15. Сагитов Р.В. Качество математической подготовки в экономическом вузе: поиск путей решения проблем // Вестн. Рос. экон. ун-та им. Г.В. Плеханова. 2009. № 3. С. 3–11.
  16. Современные научно-педагогические технологии обеспечения образовательной и научной деятельности в университете: учеб.-метод. пособие / сост.: В.В. Никишкин, С.В. Панасенко, М.Э. Сейфуллаева и др. М.: РЭУ им. Г.В. Плеханова, 2016. 68 с.
  17. Сун Лэй. Проблема эффективности развития личностно-значимых позиций студентов средствами дебатов // Вестн. Твер. гос. ун-та. Сер. «Педагогика и психология». 2013. № 1. С. 310–319.
  18. Ферма П. Исследования по теории чисел и диофантову анализу / под ред. И.Г. Башмаковой. Коммент.: И.Г. Башмаковой и Т.А. Лавриненко; пер. с фр. и латыни Т.А. Бобровниковой. М.: URSS, 2007. 320 с.
  19. Шарыгин И.Ф. О математическом образовании России (с эпиграфом, но пока без эпитафии) // Образование, которое мы можем потерять / под общей ред. ректора МГУ академика В.А. Садовниченко. М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, 2003. С. 187–204.
  20. Euler L. Vollständige Anleitung zur Algebra. Stuttgart: Reclam, 1959. 571 с.

## **CONTEMPORARY EDUCATIONAL TECHNOLOGIES AND MATHEMATICS INSTRUCTION IN HIGHER SCHOOL**

**Т.А. Lavrinenko<sup>1</sup>, V.N. Mikhno<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Plekhanov Russian University of Economics, Moscow

<sup>2</sup>Tver State University

The article deals with the issues of mathematics instruction in higher school and the interplay between the traditional and innovational methods of teaching mathematical subjects. As an example of using interactive instructional methods and, in particular, brainstorming, the article presents a brief methodology for applying this method in learning techniques for solving Diophantine equations.

**Keywords:** *domestic educational reform, mathematics instruction in higher school, innovational educational technologies, interactive instructional methods, brainstorming method.*

*Об авторах:*

ЛАВРИНЕНКО Татьяна Алексеевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова» (117997, г. Москва, Стремянный переулок, 36), e-mail: Lavrinenko.TA@rea.ru

МИХНО Владимир Николаевич – доктор технических наук, заведующий кафедрой математической статистики и системного анализа ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет» (170100, г. Тверь, ул. Желябова, 33), e-mail: vnmikhno@gmail.com