

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 004.94:519.688

О МНОГОНОМЕНКЛАТУРНОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ С НЕДЕТЕРМИНИРОВАННЫМ ДИСКРЕТНЫМ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ВИДОМ СПРОСА

Грицай А.А.

Тверской государственный университет, г. Тверь

Поступила в редакцию 28.04.2018, после переработки 19.06.2018.

В работе представлена многономенклатурная модель управления запасами с недетерминированным дискретным нестационарным видом спроса и нефиксированным периодом заказа с учетом сроков годности, дефицита, стоимости хранения запасов, стоимости денежных средств и разрыва закупочных цен. Также модель учитывает кратность поставки, минимально возможный объем заказа в денежных единицах, срок поставки товара, стоимость доставки и обработки заказа. С использованием разработанной модели решаются три задачи управления запасами: расчет оптимального запаса, выбор оптимального периода заказа, выбор оптимального поставщика. Приведен численный пример решения задачи расчета оптимального запаса. Все три модели реализованы в разработанной автоматизированной системе управления и оптимизации запасов предприятий Forecast NOW! Система позволяет высвободить денежные средства в размере 20-30% от объема запасов и увеличивать уровень удовлетворенного спроса на 5-7%. Это достигается за счет точного прогнозирования запаса, исходя из оптимального уровня сервиса для каждой позиции. Программная реализация системы поддержки моделей управления запасами рассмотрена в главе 5.

Ключевые слова: управление запасами, оптимизация запасов, система управления запасами, прогнозирование спроса, оптимальный уровень сервиса, оптимальный запас, оптимальный период заказа, оптимальный поставщик, уровень сервиса, программный продукт.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2018. № 2. С. 99–123.
<https://doi.org/10.26456/vtprm498>

1. Введение

В связи со сложившейся обстановкой в экономике России потребность в решении задач оптимизации бизнес-процессов растет из года в год. Это происходит из-за снижения нормы прибыли во многих отраслях экономики.

В настоящий момент на предприятиях промышленности наблюдается проблема неэффективного использования оборотных средств. Основным видом использования оборотных средств для предприятий являются запасы. Для нормального функционирования предприятия необходимо поддерживать запасы по позициям для обеспечения спроса. Отсюда возникает задача определения оптимального запаса по позиции на определенный период и момента заказа.

В работе предлагается многономенклатурная модель управления запасами с недетерминированным дискретным нестационарным динамическим видом спроса и нефиксированным периодом заказа с учетом сроков годности, дефицита, стоимости хранения запасов, стоимости денежных средств и разрыва закупочных цен, а также метод расчета оптимального запаса и оптимального уровня сервиса в рамках данной модели.

2. Модели управления запасами

2.1 Предварительные сведения. Современное состояние и уровень разработки

Модель управления запасами должна отвечать, прежде всего, на следующие основные вопросы:

1. Какой товар необходимо заказать;
2. Сколько необходимо заказать этого товара;
3. Когда его необходимо заказать.

Более сложные модели управления запасами отвечают также на вопросы:

1. Куда необходимо заказать товар;
2. Где заказать товар.

Общая схема модели представлена на Рис. 1.

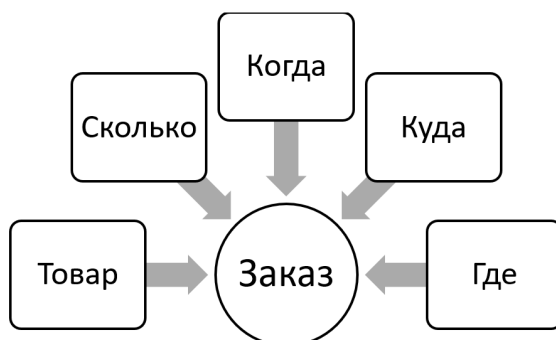


Рис. 1: Схема модели управления запасами

Модели управления запасами характеризуются следующими параметрами:

- Контроль уровня запасов – периодический или постоянный;
- Объем заказа – фиксированный или плавающий.

В соответствии с этими параметрами к настоящему моменту выделяют следующие модели управления запасами:

1. С постоянным контролем, с фиксированной точкой заказа T и фиксированным объемом заказа O (T, O);
2. С постоянным контролем, с фиксированной точкой заказа T и пополнением до определенного уровня Y (T, Y);
3. Периодический контроль, фиксированный интервал I между заказами (фиксированное расписание поставок) и пополнение до определенного уровня Y (I, Y);
4. С постоянным контролем, нефиксированным интервалом I и пополнением до определенного уровня Y (Y).

В качестве критерия оптимальности заказа может выступать функционал суммарных потерь или затрат рассматриваемой модели. Данный критерий состоит из следующих компонентов:

1. Затраты на приобретение товара;
2. Затраты на размещение заказа;
3. Затраты на доставку товара;
4. Затраты на содержание запасов;
5. Потери от упущенного спроса ввиду дефицита;
6. Потери от списания испорченной продукции;
7. Прочие потери или затраты.

Компоненты функционала потерь представлены на Рис. 2.

2.2 Классификация моделей управления запасами

Модели управления запасами классифицируются исходя из вида спроса, с которым они работают [1]. В зависимости от того является ли спрос известной величиной или случайной модели разделяются на вероятностные или детерминированные модели. Если спрос случайный, то он может иметь постоянные характеристики в течение времени (отсутствует сезонность) или изменчивые. В первом случае модель называется моделью со стационарным спросом, а во втором – нестационарным. Примером стационарного спроса будет спрос на еженедельные газеты, нестационарным – спрос на запчасти для сельскохозяйственной техники.

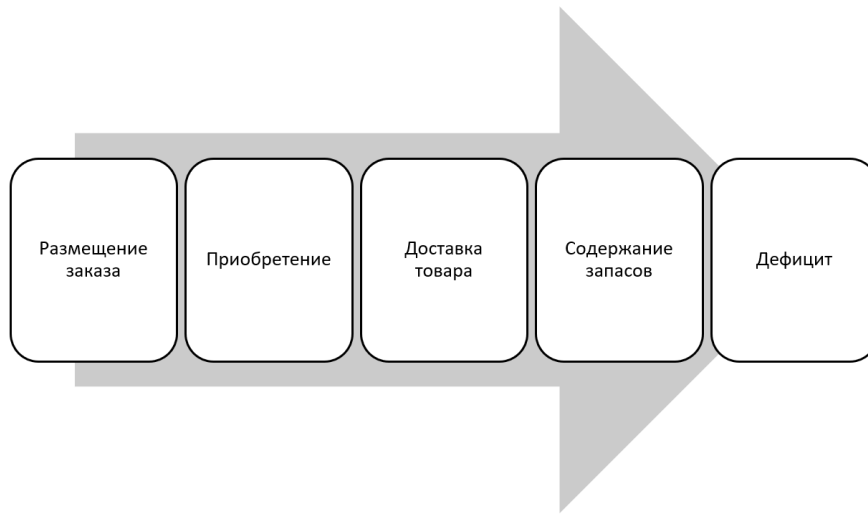


Рис. 2: Компоненты функционала потерь модели управления запасами



Рис. 3: Структурная классификация спроса

В зависимости от вида вероятностного распределения модели подразделяются на модели с дискретным и непрерывным распределением спроса. Пример дискретного распределения – спрос на мобильные телефоны, примером непрерывного распределения будет спрос на газ или бензин. На Рис. 3 представлена структурная классификация спроса.

Если спрос детерминированный, то в зависимости от того является ли он постоянным или изменяется во времени, модели подразделяются на модели с детерминированным статическим или динамическим видами спроса соответственно (см. Рис. 4).

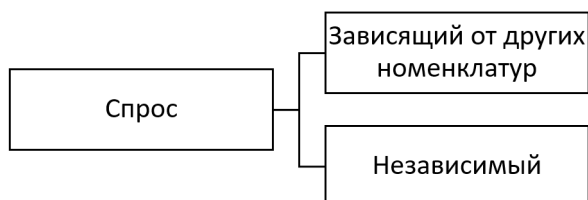


Рис. 4: Классификация спроса по признаку зависимости от спроса на другие номенклатуры

Дополнительная классификация моделей может производиться по следующим критериям [1]:

- Сроки выполнения заказа;
- Скорость пополнения запаса;
- Число наименований и степень их взаимосвязанности;
- Число мест хранения (складов, распределительных центров);
- Тип системы снабжения;
- Объем поставок;
- Наличие или отсутствие дефицита.

Классификации этих моделей в соответствии с этими признаками представлены на Рис. 5 и Рис. 6.

2.3 Модели ограничений

Типовые ограничения (см. Рис. 7), которые применяются в задаче управления запасами, следующие:

- Максимальный объем запаса на складе. Возникает ввиду ограниченности размеров складского помещения и имеющихся в распоряжении денежных средств;
- Средняя стоимость заказа. Возникает в случае, если объем свободных денежных средств ограничен и/или мы хотим добиться равномерности заказов;
- Число поставок. Возникает в случае, когда мы имеем определенное расписание поставок или хотим особым образом распределить приемку товара;
- Максимальный объем поставок;

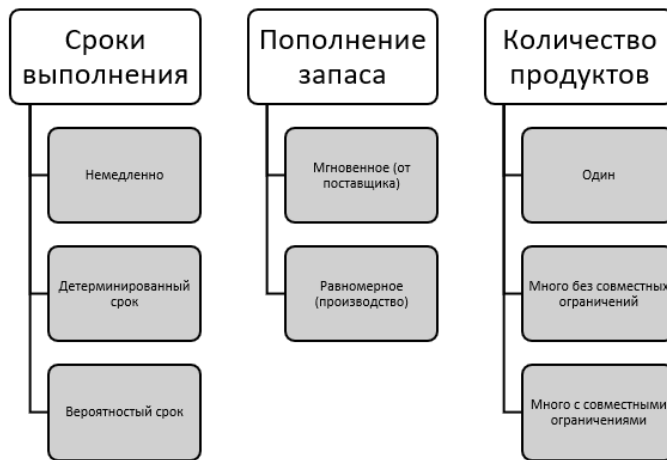


Рис. 5: Классификация моделей управления запасами по признакам сроков выполнения, способов пополнения запасов, количества продуктов

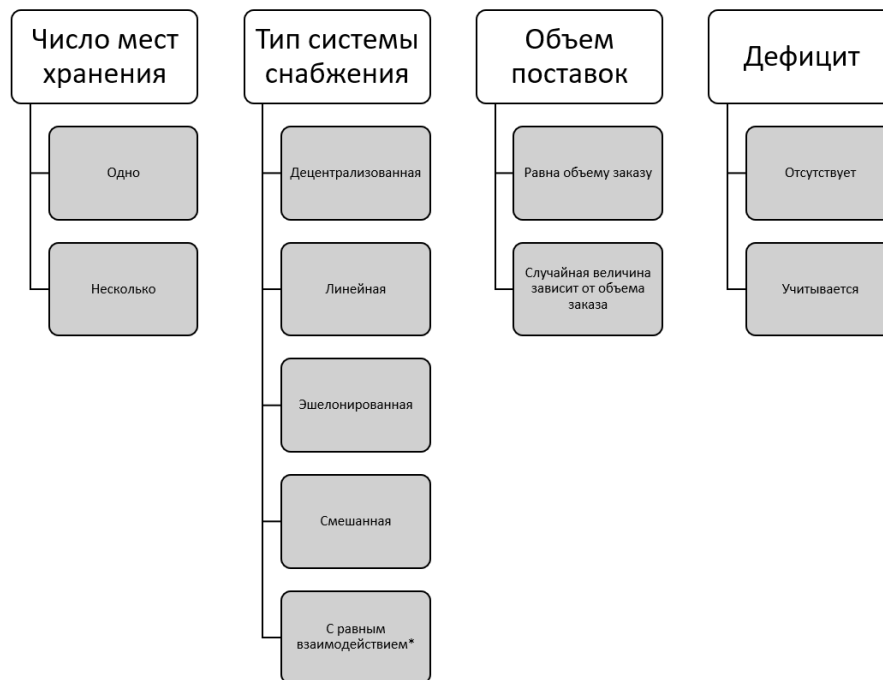


Рис. 6: Классификация моделей управления запасами по признакам числа мест хранения, типу системы снабжения, объему поставок, дефициту

- Кратность поставки;
- Уровень сервиса.

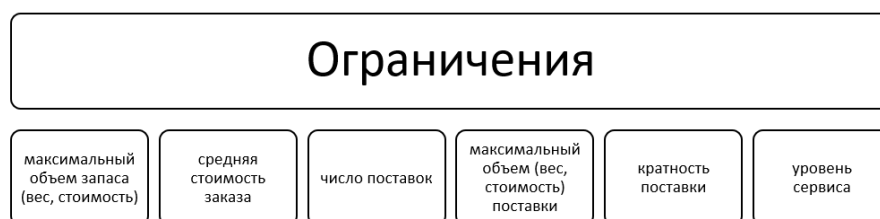


Рис. 7. Типовые ограничения в моделях управления запасами

Рассмотрим основные понятия, используемые при разработке модели. Представим их в виде определений.

Определение 1. *Срок доставки LT* – период с момента размещения заявки у поставщика до момента возможности отгрузки товара клиентам.

Определение 2. *Горизонт планирования* – период, в течение которого будет обеспечен спрос с заданным уровнем сервиса после поступления товара на склад.

Определение 3. *Периодичность заказов OF* – период между двумя ближайшими заказами.

Определение 4. *Дефицит в управлении запасами* – событие, которое показывает превышение спроса над имеющимся запасом.

Определение 5. *Уровень сервиса первого рода* или *циклический уровень сервиса (CSL)* – это статистический показатель, отражающий вероятность того, что в течение цикла пополнения запасов не возникнет дефицита товара [2]:

$$CSL = P(Demand \leq Inventory),$$

где $Demand$ – спрос за период, на который рассчитывается CSL , $Inventory$ – объем запасов на начала периода, на который рассчитывается CSL .

Определение 6. *Уровень сервиса второго рода* или *насыщение спроса (FR)* – это доля спроса, гарантированно покрываемая имеющимися на складе запасами в течение периода их пополнения [2]:

$$FR = \left(1 - \frac{lostDemand}{forecastDemand}\right) \cdot 100\%,$$

где $lostDemand$ – прогнозируемый упущенный спрос в натуральных единицах, $forecastDemand$ – прогнозируемый спрос в натуральных единицах.

Определение 7. *Оптимальный уровень сервиса I или II рода – уровень сервиса, при котором суммарные потери на хранении запасов, потери по списанию продукции с истекшим сроком годности, потери от заморозки денежных средств, а также потери от потенциального дефицита минимальны.*

Потери от заморозки денежных средств (стоимость альтернативных вложений) будем определять в виде годовой процентной ставки от стоимости запасов в закупочных ценах. Обычно этот процент определяется как текущая ставка по депозитам для юридических лиц, у которых денежные средства собственные и единственная альтернативная возможность их использования – открытие депозитного вклада. Если же существует возможность вложения денежных средств в расширение бизнеса с некоторой нормой доходности, то за стоимость альтернативных вложений может быть признана эта норма доходности.

Если денежные средства привлеченные (кредитные), то они могут пойти на погашение займа, а значит, стоимость альтернативных вложений определяется как процентная ставка по кредиту.

3. Многономенклатурная модель управления запасами с недетерминированным дискретным нестационарным динамическим видом спроса и нефиксированным периодом заказа с учетом сроков годности, дефицита, стоимости хранения запасов, стоимости денежных средств и разрыва закупочных цен

Целью управления запасами компании является поддержание их на уровне, обеспечивающим максимизацию прибыли с учетом различных рисков [3].

В зависимости от сложности оптимизационной модели могут использоваться различные способы оценки спроса и различные риски. Будем рассматривать следующие типовые риски и потери компании:

1. потери от списания продукции с истекшим сроком годности,
2. потери от дефицита продукции,
3. потери на хранении запаса,
4. потери на вложении денежных средств в товар.

Для достижения цели эффективного управления запасами требуется рассчитать оптимальный уровень сервиса I или II рода, а также оптимальное количество запаса по каждой конкретной позиции на заданный цикл пополнения запаса с учетом обозначенных рисков 1-4.

3.1 Входные параметры

Входные параметры модели представлены в Таблице 1.

При построении модели нами использованы следующие обозначения:

- I – хранимый объем запаса, нат. ед. (здесь и далее, нат. ед. – натуральные единицы);

Таблица 1: Входные параметры и способ их получения

Название параметра	Способ получения
Периодичность заказов	Оптимизируется
Стоимость денежных средств в виде годовой процентной ставки	Параметр оптимизации
Стоимость хранения продукции за килограмм	Параметр оптимизации
Стоимость хранения продукции за м ³	Параметр оптимизации
Функция цены закупки от объема	Поступает из учетной системы пользователя в автоматическом режиме.
Цена реализации	Поступает из учетной системы пользователя в автоматическом режиме.
Функция вероятности продажи заданного объема продукции.	Поступает модуля математического моделирования

- OI – оптимальный объем запаса, нат. ед.;
- OFR – оптимальный уровень сервиса II рода, процентная величина;
- $OCSL$ – оптимальный уровень сервиса I рода, процентная величина;
- OF – периодичность заказов, число дней;
- BBD – срок годности, число дней;
- CC – текущий остаток от максимального кредита, ден. ед. (здесь и далее, ден. ед. – денежные единицы);
- DP – период отсрочки платежа, лет;
- $PP(I)$ – цена закупки 1 единицы запаса при заказе I единиц продукции, ден. ед.;
- PS – цена реализации 1 единицы запаса, ден. ед.;
- k – кратность упаковки (поставки), нат. ед.;
- m – минимальная партия на позицию, нат. ед.;
- M – минимальная партия на заказ, ден. ед.;
- RAI – ставка альтернативных вложений, процент в год;
- CM_W – стоимость хранения 1 килограмма запаса в течение 1 года;
- CM_v – стоимость хранения 1 м³ запаса в течение 1 года;
- W – вес в кг 1 единицы запаса;

- V – объем в м³ 1 единицы запаса;
- $F(OF)$ – ожидаемый спрос на период заказа OF ;
- R^- – прогнозируемый остаток (с учетом товара в пути, а также резервов), может быть отрицательным;
- R – прогнозируемый остаток (с учетом товара в пути, а также резервов), где $R = \max(0, R^-)$;
- Z – Оптимальный заказ позиции в соответствии с текущим остатком R и оптимальным запасом OI ;
- PL – штраф за недопоставку, процент от суммы недопоставки в реализационных ценах;
- $P_d(I, OF)$ – дискретная функция вероятности продажи товара объемом I за период OF , где $I \in \{minI, minI + i_1 minI + i_2, \dots, maxI,$

$$I = R + ki, i \in N, ki \geq m \quad ;$$

- C_e – Потери от списания продукции с истекшим сроком годности, ден. ед.;
- C_d – Потери от дефицита продукции, ден. ед.;
- C_l – Потери от недопоставки продукции (штрафы), ден. ед.;
- C_s – Потери на хранении запаса, ден. ед.;
- C_m – Потери на вложении денежных средств в товар, ден. ед.;
- C – Суммарные потери, ден. ед.;
- CA – стоимость приемки одной строки заказа, ден. ед.;
- CD_p – стоимость доставки заказа, определяемая как процент от стоимости груза;
- PCD – процент стоимости доставки от стоимости груза;
- CD_{fix} – фиксированная стоимость доставки заказа, ден. ед.;
- CD_W – стоимость доставки единиц веса в заказе;
- CD_V – стоимость доставки единиц объема в заказе;
- CD – суммарные потери на доставке.

3.2 Определение основных компонентов модели

Функция потерь от недопоставки продукции за один период может быть определена как произведение штрафа недопоставки на объем недопоставки в ценах реализации:

$$C_l(I, FH, P_d) = \frac{365}{FH} \cdot PL \cdot PS \cdot \int_{I+k}^{\infty} (x - I) \cdot P_d(x, OF) dx =$$

$$= \frac{365}{FH} \cdot PL \cdot PS \cdot \sum_{i=I+k}^{\max(I(OF))} P_d(i, OF) \cdot (i - I).$$

Функция потерь от дефицита продукции за год может быть рассчитана согласно следующей формуле:

$$\begin{aligned} C_d(I, FH, P_d) &= \frac{365}{FH} \cdot \int_{I+k}^{\infty} (PP(x - R) - PS) \cdot (x - I) \cdot P_d(x) dx = \\ &= \frac{365}{FH} \cdot \sum_{i=I+k}^{\max(I(OF))} (PP(i - R) - PS) \cdot P_d(i, OF) \cdot (i - I). \end{aligned}$$

Функция потерь от списания продукции с истекшим сроком годности может быть рассчитана согласно следующей формуле:

$$\begin{aligned} C_e(I, FH, P_d, BBD) &= \frac{365}{FH} \cdot \int_0^I PP(x - R) \cdot (I - x) \cdot P_d(x) dx = \\ &= \frac{365}{FH} \cdot \sum_{i=\min(I(BBD))}^I PP(i - R) \cdot P_d(i, BBD) \cdot (I - i). \end{aligned}$$

Функция потерь на хранении запаса зависят от стоимости хранения единицы объема и единицы веса товара, а также его весогабаритных характеристик и объема хранения. Рассчитываются согласно формуле ниже:

$$\begin{aligned} C_s(I, CM_w, CM_m) &= \frac{365}{FH} \cdot \left(\frac{I}{2} \cdot CM_w \cdot W + \frac{I}{2} \cdot CM_v \cdot V \right), \\ C_m(I, PP, RAI) &= \frac{365}{FH} \cdot \left(I \cdot RAI \cdot \frac{P(I)}{2} \right). \end{aligned}$$

Функция общих потерь рассчитывается как сумма потерь от дефицита, списания продукции с истекшим сроком годности, затрат на хранения и вложении денежных средств в товар:

$$\begin{aligned} C(I, LT, P_d, PP, BBD, CM_w, CM_m) &= C_l(I, OF, P_d) + C_e(I, P_d, LT, BBD) + \\ &+ C_d(I, LT, P_d) + C_s(I, CM_w, CM_m) + C_m(I, PP, RAI) + \sum_{i=1}^{FC} \frac{365}{FH_i} \cdot AC. \end{aligned}$$

Таким образом, задача сводится к минимизации функции общих потерь C по параметру хранимого объема запаса I :

$$C(I, OF, P_d, PP, BBD, CM_w, CM_v) \xrightarrow{I} \min,$$

$$I = R + ki, \quad i \in N, \quad ki \geq m.$$

Функция суммарных потерь на доставке и обработке заказа поставщиком CD согласно следующей формуле:

$$CD = CD_p + CD_{fix} + CD_W + CD_V.$$

Пусть заказ состоит из N позиций. Каждая позиция в соответствии с расчетом заказывается в размере $Z_i = \max(0, OI_i - R_i)$. Тогда функция потерь на стоимости доставки заказа, определяемая как процент от стоимости груза, может быть вычислена согласно следующей формуле:

$$CD_p = PCD \cdot \sum_{i=1}^N Z_i \cdot PP_i(Z_i).$$

Функция потерь на стоимости доставки заказа, определяемая за единицу веса и объема, может быть вычислена согласно следующим формулам:

$$CD_W = \sum_{i=1}^N CM_w \cdot W_i \cdot Z_i,$$

$$CD_V = \sum_{i=1}^N CM_V \cdot V_i \cdot Z_i.$$

Функция потерь на стоимости доставки заказа, не зависящая ни от каких параметров, известна и определяется как константа:

$$CD_{fix} = const.$$

Введем дополнительно понятие стоимости приемки одной строки заказа. На приемку большого количества однотипного товара тратится гораздо меньше времени, чем на приемку большого числа товара маленькими партиями.

Пусть приемка одной позиции стоит AC ден. ед. Тогда функция потерь на затраты на приемку заказа может быть вычислена согласно следующей формуле:

$$OC = AC \cdot \sum_{\substack{i=0 \\ Z_i \neq 0}}^N i.$$

В результате, принимая во внимание определенные компоненты, мы можем сформулировать следующие математические модели управления запасами:

1. Расчет оптимального запаса и уровня сервиса;
2. Выбор оптимального периода заказа;
3. Выбор оптимального поставщика.

3.3 Модель расчета оптимального запаса и уровня сервиса

Оптимальный запас OI – это такой объем запаса I , при котором общие потери C минимальны:

$$OI = C(I, LT, P_d, PP, BBD, CM_W, CM_V)$$

Оптимальный уровень сервиса I рода определяется формулой:

$$OCSL(LT) = \int_0^{OI} P_d(s) ds = \sum_{s=0}^{OI} P_d(s, OF).$$

Оптимальный уровень сервиса II рода вычисляется исходя из отношения ожидаемого дефицита C_d при оптимальном запасе OI к значению ожидаемых продаж за период LT (математическое ожидание дефицита при нулевом объеме закупки $C_d(0, LT, P_d)$):

$$OFR(LT, P_d(S)) = \left(1 - \frac{C_d(OI, LT, P_d)}{C_d(0, LT, P_d)}\right) \cdot 100\%.$$

Ожидаемый спрос $F(OF)$ на период OF может быть вычислен согласно следующей формуле:

$$F(OF) = \int_0^{\max(I(OF))} I \cdot P_d(OF) ds = \sum_{i=0}^{\max(I(OF))} P_d(i, OF) \cdot i.$$

3.4 Модель выбора оптимального периода заказа

Математическая модель выбора оптимального периода заказа имеет следующий вид:

$$AC(OF) \xrightarrow{OF} \min,$$

$$OF \in \left\{ \max\left(1, \frac{M}{\sum_{i=0}^N (F_i(1) \cdot PP_i)}\right), \dots, 365 \right\},$$

$$\text{где } AC(OF) = \frac{365}{OF} \cdot CD(OF) + \sum_{i=1}^N C(OI_i, OF, P_{d_i}, PP_i, BBD_i, CM_{W_i}, CM_{V_i}) +$$

$$+ \frac{365}{OF} \cdot AC \cdot \sum_{\substack{i=0 \\ Z_i \neq 0}}^N i.$$

Для определения оптимального OF применяется метод половинного деления.

3.5 Модель выбора оптимального поставщика

Поставщик товара определяется следующим картежом:

$$SUP = \langle PP_i(I) DP, CCCM_W CM_V LT, m, Mk \rangle.$$

Он предоставляет некоторую отсрочку платежа DP лет, максимальный кредит составляет CC . Необходимо рассчитать выгоду PDP от предоставленной отсрочки платежа:

$$PDP = RAI \cdot DP \cdot \min \left(\sum_{i=1}^N \frac{F_i}{2} \cdot PS_i; CC \right).$$

Поставщики имеют разные закупочные цены PP_i на продукцию. Поставщик может предоставлять скидку за объем заказа. Следовательно PP_i должна быть функцией от заказываемого количества товара. Заказ производится в размере $\max(0, OI_i - R_i)$. Таким образом, выгода от разницы цен и скидки за объем PPD выражается следующим образом

$$PPD = \frac{365}{OF} \cdot \sum_{i=1}^N (PP_i(\max(0, OI_i - R_i)) - \min(PP(\max(0, OI_i - R_i))) \cdot F_i(OF).$$

Для каждого поставщика на различные периоды времени OF общие потери $AC(SUP, OF)$ с учетом хранения и транспортировки могут быть рассчитаны по формуле:

$$\begin{aligned} AC(SUP, OF, FH) = & \frac{365}{OF} \cdot CD(OF) + \sum_{i=1}^N C(Z_i, FH, P_{d_i}, PP_i, BBD_i, CM_W, CM_V) - \\ & - RAI \cdot DP \cdot \min \left(\sum_{i=1}^N \frac{F_i}{2} \cdot PS_i; CC \right) + \\ & + \frac{365}{OF} \cdot \sum_{i=1}^N (PP_i(OI_i - R_i) - \min(PP(OI_i - R_i))) \cdot F_i(OF). \end{aligned}$$

FC – общее число строк, поставляемых поставщиком.

$$FH_i = \sqrt{\frac{2 \cdot AC \cdot F_i(OF)}{\text{стоимость хранения 1 ед и зам. денег за } OF}}.$$

Для каждого поставщика SUP_i известна оптимальная периодичность поставки OF_i . В результате модель выбора оптимального поставщика может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} AC(SUP_i, OF_i) & \xrightarrow{i} \min, \\ i & = 1 \dots N_s, \end{aligned}$$

где s – общее число поставщиков.

Оптимальный поставщик OSP определяется следующим образом:

$$OSP = \arg(AC(SUP_i, OF_i)).$$

4. Модельные расчеты

Так как функция распределения спроса задается табличным образом, то возможное решение может быть найдено методом перебора. Субоптимальные решения могут быть получены с использованием генетических алгоритмов [4], алгоритма имитации отжига или использования эвристик.

Приведем решение задачи по модели расчета оптимального запаса и уровня сервиса. Основные параметры модели представлены в Таблице 2.

Таблица 2: Значение основных параметров

Цена закупки	PP	12
Цена реализации	PS	15
Стоимость хранения, кг за год	CMw	10
Стоимость хранения, м ³ за год	CMv	1000
Ставка альтернативных вложений	RAI	15,00%
Срок годности	BBD	28
Цикл пополнения запаса, дней	OF	14
Вес, кг	W	0,50
Объем, м ³	M	0,03

Функция вероятности продаж на период заказа OF задается согласно Таблице 3:

Таблица 3: Функция $Pd(S(OF), OF)$

Объем ТЗ, ед.	Вероятность, %
0	0,00
1	26,16
2	17,64
3	19,85
4	9,10
5	14,32
6	12,92

Функция вероятности продаж на период срока годности BBD задается согласно Таблице 4:

В результате, в соответствии с разработанной моделью мы рассчитаем для каждого значения объема запаса потери от дефицита и списания испорченной продукции, стоимость хранения запасов, а также стоимость денежных средств, найдем суммарные потери и минимум функции суммарных потерь. Как видно из Таблицы 5 минимум достигается при объеме хранения запасов в 3 единицы. При этом оптимальный уровень сервиса I рода 44,03%, а оптимальный уровень сервиса II рода 75,04%.

5. Программная реализация системы поддержки моделей управления запасами

Разработанные модели 3.3 – 3.5 реализованы в программном продукте Forecast NOW! [5, 6] Программный продукт Forecast NOW! предназначен для прогнозирования потребительского спроса и оптимизации запасов предприятий промышленности со своим складом за счет автоматизации процесса расчета заказа на

Таблица 4: Функция $Pd(S(BBD), BBD)$

Объем ,ед	Вероятность ,%
0	0
1	6,54
2	7,32
3	7,44
4	4,8
5	7,16
6	7,46
7	5,38
8	4,86
9	8,24
10	8,08
11	5,56
12	7,06
13	5,58
14	5,68
15	8,83

производство и поставщику и увеличения точности рассчитанной потребности в товаре.

Система позволяет оптимизировать складские запасы [7], снизить издержки на их хранение, повысить оборачиваемость денежных средств предприятия за счет сокращения излишних запасов, повысить объем продаж за счет увеличения уровня удовлетворенного спроса (сокращения дефицита), существенно сократить время на формирование заказа поставщику, автоматизировать работу отдела закупок.

Для расчета функции суммарных потерь $C(I, LT, P_d, PP, BBD, CM_w, CM_m)$ предназначена вкладка программы Анализ – Спрос (см. Рис. 9). На данной вкладке пользователь задает периодичность заказов, стоимость денежных средств. Срок годности и стоимость хранения запасов задаются пользователем во вкладке Параметры (см. Рис. 8).

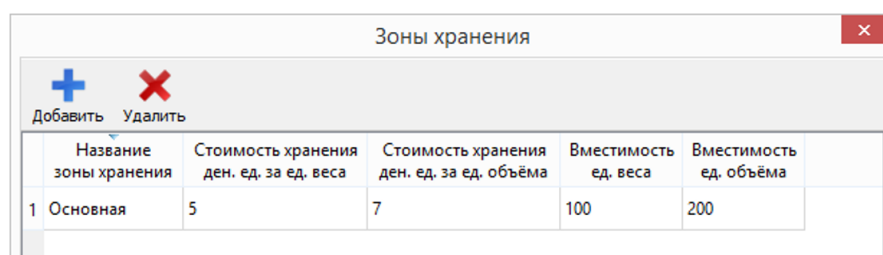


Рис. 8: Интерфейс редактирования стоимости хранения запасов и ресурсных ограничений

Таблица 5: Значение функции потерь при различных объемах запаса

Объем ТЗ, ед.	Вероят- ность, %	Уров. сер- виса I рода, %	Уров. серви- са II рода, %	Дефицит, руб. за год	Дефицит, шт. за год	Потери от скоропор- та, руб. за год	Потери от скорор- порта, шт. за год	Стоим. хра- нения запа- сов	Стоим. де- неж- ных средств	Общие по- тери
0	0,00	0	0,00	23 973,46	7 991,15	0,00	0,00	0	0	23 973,46
1	26,16	6,54	32,62	16 152,81	5 384,27	0,00	0,00	32,5	0,9	16 186,21
2	17,64	24,18	56,71	10 378,25	3 459,42	2 046,09	170,51	65	1,8	12 491,14
3	19,85	44,03	75,04	5 983,39	1 994,46	6 382,29	531,86	97,5	2,7	12 465,88
4	9,10	53,13	86,90	3 141,09	1 047,03	13 046,14	1087,18	130	3,6	16 320,83
5	14,32	67,45	95,78	1 010,53	336,84	21 211,71	1767,64	162,5	4,5	22 389,24
6	12,92	80,37	100,00	0,00	0,00	31 617,34	2634,78	195	5,4	31 817,74

Цена закупки и цена реализации получается напрямую из базы данных системы, которая синхронизируется с учетной системой пользователя (например, 1С).

Данная вкладка позволяет определить оптимальной запас и оптимальный уровень сервиса I и II рода для конкретной позиции, а также посмотреть расшифровку компонентов функции потерь.

Спрос на 4000000000079 Молоко Сложнокавшино со склада Демо-склад1

Объем, шт	Вероятность, %	Уровень сервиса I рода, %	Уровень сервиса II рода, %	Дефицит шт за год	Наличия	Дефицит, руб. за год	Стоимость деп. средств, руб. за год	Потери от сверхоператив. шт за год	Потери от сверхоператив. руб. за год	Стоимость хранения, руб. за год	Суммарная потеря, руб. за год
160	0,52	71,05	90,28	1 545,06	11,13	17 192,41	695,29	238,60	6 626,32	2 527,2	27 344,23
161	0,5	71,55	90,5	1 509,85	11,13	16 800,44	699,58	246,2	7 044,47	2 542,8	27 087,29
162	0,55	72,1	90,72	1 475,24	11,13	16 415,26	703,87	253,89	7 264,55	2 558,4	26 942,06
163	0,52	72,62	90,93	1 441,29	11,13	16 037,53	708,17	261,9	7 490,73	2 574	26 810,42
164	0,48	73,1	91,14	1 407,97	11,13	15 666,82	712,46	269,9	7 722,51	2 589,6	26 691,39
165	0,43	73,54	91,35	1 375,25	11,13	15 302,67	716,75	278,22	7 960,56	2 605,2	26 585,16
166	0,46	73,99	91,55	1 343,05	11,13	14 944,4	721,04	286,74	8 204,42	2 620,8	26 490,66
167	0,5	74,49	91,75	1 311,41	11,13	14 592,33	725,33	295,47	8 454,2	2 636,4	26 408,37
168	0,46	74,95	91,95	1 280,38	11,13	14 247	729,63	304,41	8 710,07	2 652	26 338,7
169	0,43	75,38	92,14	1 249,9	11,13	13 907,85	733,92	313,57	8 972,21	2 667,6	26 281,58
170	0,54	75,82	92,33	1 219,84	11,13	13 574,49	738,21	322,95	9 240,62	2 683,2	26 236,52
171	0,52	76,44	92,51	1 190,64	11,13	13 248,49	742,5	332,54	9 514,84	2 698,8	26 204,63
172	0,42	76,86	92,69	1 161,97	11,13	12 929,51	746,79	342,31	9 794,31	2 714,4	26 185,02
173	0,5	77,26	92,87	1 133,82	11,13	12 616,25	751,09	352,29	10 079,95	2 730	26 177,26
174	0,48	77,74	93,04	1 106,15	11,13	12 308,39	755,38	362,5	10 372,2	2 745,6	26 181,97
175	0,39	78,13	93,21	1 079,07	11,13	12 007	759,67	372,94	10 670,89	2 761,2	26 188,77
176	0,41	78,54	93,38	1 052,45	11,13	11 710,87	763,96	383,63	10 976,65	2 776,8	26 238,28
177	0,42	78,95	93,54	1 026,34	11,13	11 420,32	768,25	394,59	11 290	2 792,4	26 270,96
178	0,42	79,37	93,7	1 000,74	11,13	11 135,39	772,55	405,76	11 609,82	2 808	26 323,76
179	0,41	79,78	93,86	975,64	11,13	10 856,17	776,84	417,19	11 936,99	2 823,6	26 393,6
180	0,4	80,18	94,02	951,04	11,13	10 582,45	781,13	428,88	12 271,33	2 839,2	26 474,12
181	0,4	80,58	94,17	926,93	11,13	10 314,16	785,42	440,8	12 612,39	2 854,8	26 566,78
182	0,39	80,98	94,32	903,31	11,13	10 051,26	789,71	453	12 961,53	2 870,4	26 672,9
183	0,4	81,38	94,46	880,16	11,13	9 793,71	794,01	465,45	13 317,76	2 886	26 791,48

Рис. 9: Интерфейс расчета оптимального запаса

Однако, при решении реальных повседневных задач предприятия требуется производить расчет оптимального уровня сервиса или запаса для тысяч и десятков тысяч номенклатурных позиций. Для расчета и установки оптимального уровня сервиса I и II рода в программном продукте разработана вкладка Анализ – Уровень сервиса. Интерфейс вкладки представлен на Рис. 10. Пользователь выбирает для каких позиций хочет произвести расчет, задает частоту заказов, а также стоимость денежных средств (стоимость альтернативных вложений). Для каждой позиции анализируется корректность исходных данных, полученных из учетной системы. Выполняются следующие проверки:

1. Цена закупки (себестоимость) и цена реализации больше нуля;
2. Цена реализации больше цены закупки (себестоимости).

В случае, если не выполняется одно из условий, то в поле Достоверность вместо слова «Да» выводится описание соответствующей проблемы по позиции. Уровень сервиса для проблемных позиций автоматически не устанавливается во избежание некорректных расчетов оптимального запаса.

Реализация математической модели 3.4 представлена в программном продукте в отдельной вкладке Анализ – Оптимальный период заказов (см. Рис. 12). Пользователь может выбрать необходимые товары путем добавления их в основную таблицу, а также поставщика, по которому производится анализ через кнопку

The screenshot shows the 'Forecast NOW!' software interface. On the left is a tree view of product categories. The main area displays a table with 12 rows of product data. The columns include 'Код', 'Продукт', 'Склад', 'товарн', 'Уровень сервиса I род, %', and 'Уровень сервиса II род, %'. The service level values are highlighted in green.

Код	Продукт	Склад	товарн	Уровень сервиса I род, %	Уровень сервиса II род, %
1	4000000000034 Торт Сметаник	Демо-склад1	Да	96,36	99,55
2	4000000000079 Молоко Сложнокваши...	Демо-склад1	Да	99,16	99,91
3	4000000000032 Торт Медовик	Демо-склад1	Да	96,74	99,69
4	4000000000104 Чай Индийский	Демо-склад1	Да	99,04	99,89
5	4000000000031 Торт Наполеон	Демо-склад1	Да	97,88	99,71
6	4000000000103 Чай Без Слона	Демо-склад1	Да	98,34	99,91
7	4000000000102 Рыба копченая Горбуша	Демо-склад1	Да	97,54	99,84
8	4000000000074 Колбаса Туристическая	Демо-склад1	Да	98,16	99,86
9	4000000000101 Рыба соленая Селдька	Демо-склад1	Да	99,29	99,95
10	4000000000073 Колбаса Бобруйская	Демо-склад1	Да	98,6	99,9
11	4000000000108 Цикорий Целебный Ко...	Демо-склад1	Да	99,01	99,92
12	4000000000072 Колбаса Селянская	Демо-склад1	Да	98,7	99,92

Рис. 10: Интерфейс расчета оптимального уровня сервиса

«Указать поставщиков». Параметры поставщика задаются с помощью специального интерфейса, представленного на Рис. 11.

Для различных периодов заказа OF вычисляется функция суммарных потерь $AC(OF)$. Строка, содержащая оптимальный период заказа, выделяется синим цветом. В примере на Рис. 12 оптимальной периодичностью заказов для поставщика Гамми и четырех его товаров является периодичность в 2 дня.

Реализация математической модели 3.5 представлена в программном продукте в отдельной вкладке Анализ – Оптимальный поставщик (см. Рис. 13). Пользователь добавляет товары по которым хочет выполнить расчет в левую табличную часть. Затем выбирает поставщиков среди которых необходимо произвести поиск оптимального с помощью кнопки «Указать поставщиков». Кнопка «Список поставщиков» позволяет просмотреть имеющихся поставщиков и их параметры (см. Рис. 14). Для каждого поставщика производится поиск оптимального периода заказа OF . Для каждого оптимального периода заказа OF производится поиск оптимальных уровней сервиса для каждой позиции. Оптимальный поставщик, который имеет минимальные суммарные потери выделяется зеленым цветом в правой таблице.

Заключение

Разработанная модель показала высокую эффективность и применимость в решении практических задач. В настоящий момент программный продукт Forecast NOW! внедрен более чем на 50 предприятиях России (Тверь, Москва, Владивосток, Новосибирск и др.), Казахстана (Петропавловск), Украины (Киев) и Беларуси (Минск), общее число складов, которые используют программный продукт в своей работе превышает 1000 структурных единиц. Экономический эффект составляет порядка 10-30% дополнительной прибыли для предприятия за счет увеличения уровня сервиса на 7-15%, сокращения уровня запасов на 15-34%, а также снижения числа неликвидов. Имеются положительные отзывы от клиентов по резуль-

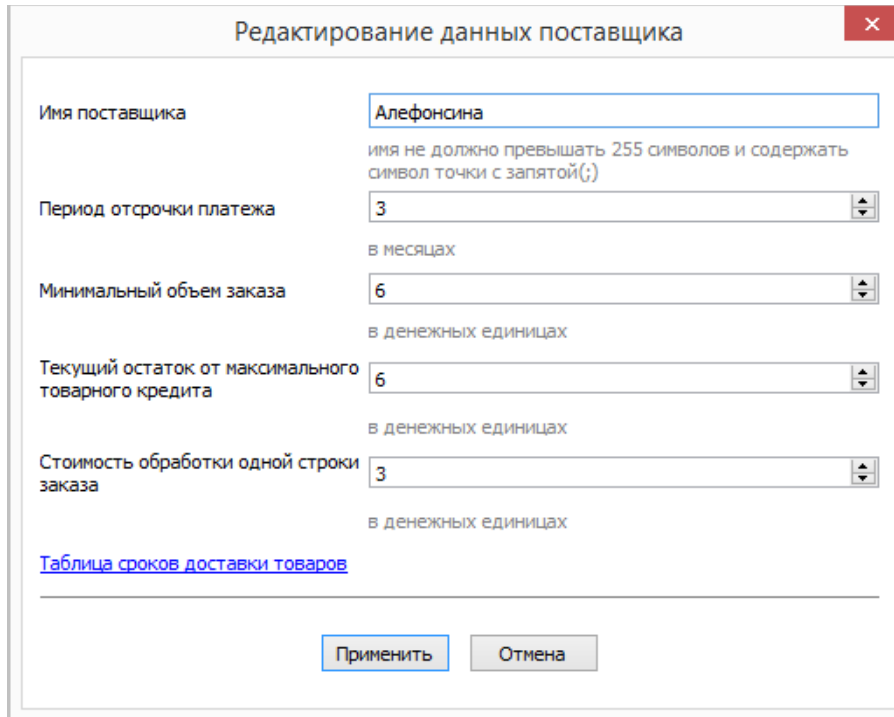


Рис. 11: Интерфейс редактирования параметров поставщика

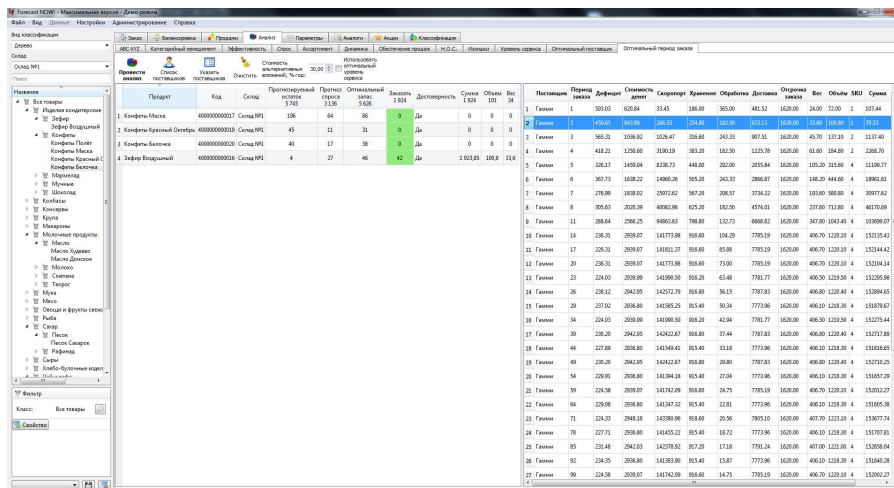


Рис. 12: Интерфейс модуля расчета оптимального периода заказа

Forecast NOW! - Максимальная версия - Демо режим

Файл Вид Данные Настройки Администрирование Справка

Вид классификации: Дерево

Склад: Денгосклад 1

Провести анализ

Продукт	Код	Поставщик	Суммарные потери	Стоимость обработки заказа	Стоимость доставки заказа	Сумма
1 Шоколад Фадор Достоевский	400000000023	1 Алефсонина	4435,11	1533	3155,82	9123,93
2 Шоколад Настенка	400000000022	2 Бальтазар	7329,34	1216,67	5309,45	13855,5
3 Торт Сметанник	400000000034	3 Гамма	8027,8	521,429	6173,88	14723,1
4 Торт Прага	400000000035					
5 Торт Наполеон	400000000031					
6 Торт Мареник	400000000032					
7 Торт Диетический	400000000030					
8 Прямик Маршмелотик	400000000029					
9 Печенье Курабье	400000000025					
10 Печенье Для Запеканки	400000000026					
11 Печенье Голландское	400000000024					
12 Маленькая принцесса	400000000021					
13 Конфеты Полюг	400000000018					
14 Конфеты Маска	400000000017					
15 Конфеты Красный Октябрь	400000000019					
16 Конфеты Белочка	400000000020					
17 Зефир Воздушный	400000000016					
18 Вифли Шоколадные	400000000028					
19 Вафли Нежные	400000000027					

Фильтр: Класс: Все товары

Рис. 13: Интерфейс модуля выбора оптимального поставщика

Список поставщиков

Добавить Редактировать Удалить

Имя поставщика	Период отсрочки платежа, месяцев	Минимальный объем заказа, ден. ед.	Текущий остаток от максимального товарного кредита, ден. ед.	Стоимость обработки одной строки заказа, ден. ед.
1 Алефсонина	3	600000	60000	3
2 Бальтазар	6	80000	30000	2
3 Гамма	6	90000	0	1
4 Дана	6	80000	0	3
5 Дедушка Эйб	3	7	5	3
6 Ева И Адам	4	9	9	3
7 Зодиак	2	9	3	3
8 Карабас Барабас	5	1	7	1
9 Карусель	5	1	3	1
10 Кентавр	3	10	7	1

Применить Отмена

Рис. 14: Интерфейс списка поставщиков и их параметров

татам работы с программным продуктом, а также от экспертов в области управления запасами и цепочками поставок. Программный продукт применяется в учебном процессе университетов по направлению подготовки «Бизнес-информатика». Работа представлена на различных профильных и научных конференциях.

Список литературы

- [1] Бродецкий Г.Л. Управление запасами. М.: Эксмо, 2007. 352 с.
- [2] Уровень сервиса [Электронный ресурс] // <https://ru.wikipedia.org>. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Уровень_сервиса (дата обращения: 18.11.2015).
- [3] Гаджинский А.М. Логистика. М.: Дашков и Ко, 2013. 420 с.
- [4] Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. 2-е изд., испр. и доп.-е. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 320 с.
- [5] Грицай А.А. и др. Программа оптимизации складских запасов Forecast NOW! // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2012613236 от 05.04.2012 г.
- [6] Грицай А.А., Варанкин Д.А. Система управления товарными запасами Forecast NOW! Версия 3.0 // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2013619454 от 04.10.2013 г.
- [7] Грицай А.А. Расчет оптимального запаса товаров частого спроса с использованием нейронных сетей // Сборник трудов III Международной научно-практической конференции «Математика, статистика и информационные технологии в экономике, управлении и образовании». Тверь, 4 июня 2014 года.
- [8] Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. 2-е изд. М.: Вильямс, 2006. 114 с.

Образец цитирования

Грицай А.А. О многономенклатурной модели управления запасами с недетерминированным дискретным нестационарным видом спроса // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2018. № 2. С. 99–123. <https://doi.org/10.26456/vtprmk498>

Сведения об авторах

1. **Грицай Александр Александрович**
аспирант кафедры информационных технологий Тверского государственного университета.

*Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ.
E-mail: allgrit@forecastnow.ru.*

MODELS OF MULTIPRODUCT INVENTORY CONTROL WITH DISCRETE NON-DETERMINISTIC NON-STATIONARY DEMAND

Gritsay Alexander Alexandrovich

PhD student at Introduction Technologies department,
Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TverSU.
E-mail: allgrit@forecastnow.ru

Received 28.04.2018, revised 19.06.2018.

In the paper described a model of multiproduct inventory control with discrete non-deterministic time-varying demand and fixed order period taking into account best before dates, shortages, cost of holding inventory, cost of funds and gap in purchase prices. Also, the model takes into account the multiplicity of delivery, the minimum possible order quantity in monetary units, delivery time of item, shipping cost and order processing. With the use of the developed model there is solved three tasks inventory management: calculating the optimal inventory, the choice of the optimal period of ordering, the selection of the best supplier. The numerical example of solving the problem of calculating the optimal inventory is described. All three models are implemented in a developed computer system for stocks control and optimization of trade enterprises Forecast NOW! The system is aimed at small and medium-sized commercial enterprises. It allows you to release funds in the amount of 20-30% of the volume of reserves and to increase the level of satisfied demand by 5-7%. This is achieved by accurate forecasting of inventory based on the optimum level of service for each item. Software implementation system support of inventory models discussed in Chapter 5.

Keywords: inventory management, inventory optimization, inventory management, demand forecasting, optimal service level, optimal inventory, optimal period of the order, the optimum supplier, level of service, software product.

Citation

Gritsay A.A. Models of multiproduct inventory control with discrete non-deterministic non-stationary demand. *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika* [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2018, no. 2, pp. 99–123. (in Russian). <https://doi.org/10.26456/vtprm498>

References

- [1] Brodetskij G.L. *Upravlenie Zapasami* [Inventory Management]. Ehksmo Publ., Moscow, 2007. 352 p. (in Russian)
- [2] Service Level. <https://en.wikipedia.org>. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Service_level (accessed 18.11.2015).
- [3] Gadzhinskij A.M. *Logistika* [Logistics]. Dashkov i Ko Publ., Moscow, 2013. 420 p. (in Russian)
- [4] Gladkov L.A., Kurejchik V.V., Kurejchik V.M. *Geneticheskie Algoritmy* [Genetic Algorithms]. 2nd edition. FIZMATLIT Publ., Moscow, 2006. 320 p. (in Russian)
- [5] Gritsay A.A. et al. The program of optimization of warehouse stocks Forecast NOW! *Certificate of state registration of the computer program no. 2012613236 dated 05.04.2012.*
- [6] Gritsay A.A., Varankin D.A. Inventory Management System Forecast NOW! Version 3.0 *Certificate of state registration of the computer program no. 2013619454 dated 04.10.2013.*
- [7] Gritsay A.A. Calculation of the optimal stock of goods of frequent demand using neural networks. *Sbornik Trudov III Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferentsii «Matematika, statistika i informatsionnye tekhnologii v ehkonomie, upravlenii i obrazovanii»* [Proceedings of the III International Scientific and Practical Conference «Mathematics, Statistics and Information Technologies in Economics, Management and Education»]. Tver, 04.06.2014.
- [8] Khajkin S. *Nejronnye Seti. Polnyj Kurs* [Neural Networks. Full Course]. 2nd edition. Williams Publ., Moscow, 2006. 114 p.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Для публикации статьи в журнале «Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика» необходимо оформить свою статью согласно правилам, перечисленным ниже, и загрузить в редакционную систему по адресу <http://pmk-vestnik.tversu.ru>. Статьи принимаются как на русском, так и на английском языках.

После получения извещения от редакции, что ваша статья принята к публикации, необходимо внести аванс за выкуп авторских экземпляров формируемого номера журнала. Если автор публикуется один, то необходимо выкупить два номера журнала, если авторов статьи несколько, то каждый из авторов выкупает по одному экземпляру. Публикация статьи производится только в том случае, если на счет редакции поступили деньги за выкуп авторских экземпляров. После выхода номера журнала, автор получает в редакции соответствующее количество оплаченных им номеров журнала.

Плата с аспирантов за публикацию их статей не взимается, то есть аспиранты имеют право не выкупать «авторские номера» журнала.

Стоимость одного номера журнала, способы оплаты (а также условия подписки) указаны на сайте <http://pmk-vestnik.tversu.ru>.

После этого необходимо заполнить, подписать и передать в редакцию в двух экземплярах лицензионный договор на передачу права пользования произведением. Бланк договора также можно найти на сайте <http://pmk-vestnik.tversu.ru>.

Редколлегия журнала «Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика» просит авторов придерживаться следующих правил при предоставлении статей.

- Статьи предоставляются в электронном варианте, выполненные с использованием системы LaTeX. Автор обязательно должен использовать шаблон, который можно загрузить по адресу <http://pmk-vestnik.tversu.ru/rules/template.tex>. Обращаем внимание авторов, что формат журнала не совпадает со стандартными размерами А4 – поэтому автор должен, используя указанный выше шаблон, отредактировать все большие формулы и таблицы так, чтобы они умещались на страницах журнала.
- В файле, содержащем статью, в самом верху должна быть обязательно предоставлена следующая информация (без этой информации статья к публикации не принимается).
 - Код УДК.
 - Название статьи на русском и английском языках.
 - Абстракт на русском и английском языках.
 - Ключевые слова на русском и английском языках.
 - Для каждого автора статьи:
 - * Фамилия имя отчество (полностью, без сокращений!).
 - * Полное название места работы автора, полный почтовый адрес и занимаемая должность.