

ПОСТРОЕНИЕ КРИВОЛИНЕЙНОГО СКЕЛЕТА ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ПО ПЛОСКИМ ПРОЕКЦИЯМ

Зимовнов А.В., Местецкий Л.М.

Факультет вычислительной математики и кибернетики,
МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва

Поступила в редакцию 22.03.2016, после переработки 18.08.2016.

В данной работе предложен новый алгоритм построения криволинейного скелета для широкого класса объектов. Алгоритм использует аппроксимацию объекта его визуальной оболочкой, что дает нам возможность работать с моделью, используя только ее силуэты. Предлагается эффективный алгоритм для вычисления 3D карты расстояний для внутренних вокселей визуальной оболочки. Используя эту 3D карту расстояний, организуется обратное проецирование непрерывных скелетов плоских проекций, формирующих визуальную оболочку. Полученное облако точек является первой аппроксимацией криволинейного скелета. Затем используется набор техник фильтрации и кластеризации полученного облака с целью получения менее шумной аппроксимации. Полученная аппроксимация уже может использоваться для приложений. Далее организуется итерационный процесс для уточнения криволинейного скелета. Описываемый метод показал существенное улучшение времени вычисления по сравнению с существующими методами. Метод показал хорошие результаты построения криволинейного скелета для моделей со сложной геометрией и топологией. Получаемые криволинейные скелеты удовлетворяют большинству требований, предъявляемым к универсальным криволинейным скелетам.

Ключевые слова: криволинейный скелет, визуальная оболочка, срединная ось, дескриптор формы, сдвиг среднего.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2016. № 3. С. 67-83.

1. Введение

Криволинейный скелет (curve-skeleton) – это пространственный, геометрический граф, который хорошо описывает геометрию и топологию исходной трехмерной модели. Криволинейный скелет можно представить себе как проволочную модель объекта. С каждой вершиной этого графа связана вписанная сфера. С каждым ребром связано бесконечное число сфер с линейно изменяющимся радиусом от одной соединяемой вершины к другой. Огибающая всех вписанных сфер должна приближать форму исходного трехмерного объекта.

Криволинейные скелеты находят множество применений в задачах, где необходим анализ формы объектов, таких как распознавание объектов, классификация формы, скелетная анимация объектов, сегментация объектов, нахождение визуально похожих объектов в базах данных и других [2].

Большинство существующих методов основаны либо на воксельном уточнении объектов, либо на алгоритмах сжатия полигональных моделей. Алгоритмы воксельного уточнения очень затратны по времени выполнения, хотя показывают хорошие результаты с большим количеством желаемых свойств [11]. Алгоритмы полигонального сжатия на порядки быстрее, хотя сложны в реализации и обладают своими недостатками, такими как отсутствие теоретических гарантий [12]. Методы полигонального сжатия считаются самыми современными на сегодняшний день.

В последних исследованиях [6, 8] описывается новый подход к извлечению криволинейного скелета на основе плоских проекций и понятия визуальной оболочки (visual hull) [7]. В статье [10] авторы заметили, что в случае отсутствия окклюзий на проекции объекта скелет плоской проекции является проекцией пространственного криволинейного скелета. Скелетом плоской области называется множество центров максимальных вписанных кругов. Хотя окклюзии на проекциях приводят к возникновению ложных ветвей скелета, эксперименты [8] показывают, что даже с окклюзиями в проекциях содержится достаточно информации для восстановления криволинейного скелета.

В данной статье предлагается новый подход к извлечению криволинейного скелета с использованием визуальной оболочки. Наш метод использует непрерывные скелеты [9] плоских проекций для того, чтобы организовать эффективный итерационный процесс уточнения модели, схожий с [1].

2. Предлагаемый метод

Предлагается организовать итеративный процесс. Одна итерация может быть разделена на следующие шаги:

- Приближение криволинейного скелета облаком точек, полученным анализом скелетов плоских проекций.
- Утончение модели на основе полученного приближения криволинейного скелета. С каждой точкой облака связана вписанная сфера, уменьшая радиус каждой сферы, мы организуем утончение.

Предлагаемый метод основан на гипотезе, что скелет плоской проекции без окклюзий является проекцией криволинейного скелета. Предполагая отсутствие окклюзий на проекциях, криволинейный скелет можно восстановить при помощи обратного проецирования скелетов плоских проекций. Чтобы исключить влияние окклюзий предлагается использовать набор проекций с разных ракурсов. Идея метода заключается в том, чтобы зафиксировать части объекта, видимые на разных проекциях без окклюзий, и отфильтровать части, полученные в результате окклюзий.

В такой постановке мы по сути извлекаем криволинейный скелет из приближения модели ее визуальной оболочкой. Визуальной оболочкой объекта для заданного набора проекций называют пересечение прямых призм с проекциями в качестве

оснований. Сформулируем строгое определение визуальной оболочки (visual hull, VH):

$$VH = \{x \in \mathbb{R}^3 : \forall i \text{ Pr}_i(x) \in S_i\},$$

где $\{S_i\}$ — набор силуэтов проекций, $\text{Pr}_i(x)$ — оператор ортогонального проектирования точки $x \in \mathbb{R}^3$ на плоскость силуэта S_i . Ортогональные проекции, задающие визуальную оболочку, получаются с равномерно распределенных камер на полусфере, описывающей модель (Рис. 1). Равномерные точки на полусфере генерируются, используя алгоритм подразбиения граней октаэдра. Необходимы только камеры на одной из полусфер, так как проекции, полученные от второй полусферы, не изменят визуальную оболочку в силу симметрии. Отфильтрованные части, полученные от разных проекций, объединяются в один граф и выравниваются при помощи алгоритма сдвига среднего (mean-shift), который по сути является алгоритмом сегментации, удаляющим шумы.

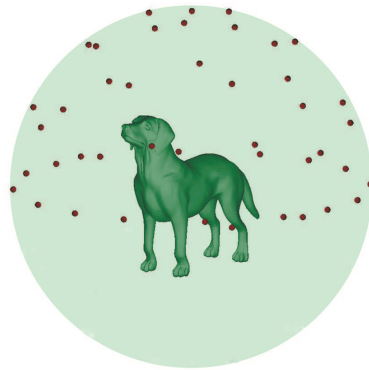


Рис. 1: Равномерно распределенные камеры на полусфере, описывающей объект, задают визуальную оболочку

Таким образом, процесс аппроксимации криволинейного скелета облаком точек заключается в следующих шагах:

- Обратное проецирование скелетов плоских проекций.
- Выравнивание вершин скелета, полученных от разных скелетов плоских проекций.

2.1 Обратное проецирование скелетов плоских проекций

Для каждого силуэта, формирующего визуальную оболочку, мы извлекаем непрерывную серединную ось (скелет), который представляет собой граф [9] с ребрами и вершинами (Рис. 2).

Для обратного проецирования вершины плоского скелета необходимо определить глубину вдоль луча, выпущенного из вершины в направлении оси визирования камеры. Для этого сначала извлекается 3D карта расстояний для внутренних вокселей визуальной оболочки. 3D карта расстояний $DT_3(v)$ определяется для



Рис. 2: Проекция объекта, силуэт проекции и середина ось силуэта

каждого вокселя $v \in \mathbb{R}^3$ внутри объекта O и его поверхности ∂O следующим образом:

$$DT_3(v) = \min_u \{\rho(v, u) | u \in \partial O\}.$$

Мы предлагаем новый алгоритм для вычисления 3D карты расстояний для визуальной оболочки. 2D карту расстояний для i -го силуэта визуальной оболочки обозначим $DT_{2,i}(p)$. Тогда значения $DT_3(v)$ для внутренних вокселей визуальной оболочки можно рассчитать по следующей формуле:

$$DT_3(v) = \min_i \{DT_{2,i}(Pr_i(v))\}.$$

На Рис. 3 изображены воксели модели с разными значениями DT_3 . Можно видеть, что вычисление карты расстояний DT_3 визуально корректно.

Теперь, имея значения DT_3 для каждого внутреннего вокселя визуальной оболочки, мы можем найти оптимальные значения глубины для вершин плоского скелета. Для каждой вершины плоского скелета каждого силуэта мы пускаем луч в направлении оси визирования соответствующей камеры. Все пересечения луча с внутренними вокселями визуальной оболочки сохраняются в список. На пересечении проверяются все точки луча с шагом, равным размеру одного вокселя в системе координат объекта. В полученном списке оставим только координаты вокселей с максимальным значением DT_3 . В качестве оптимальной глубины для вершины плоского скелета возьмем серединный элемент этого списка. Соответствующее максимальное значение DT_3 берется в качестве оценки радиуса вписанной сферы для найденной вершины криволинейного скелета. Такая процедура гарантирует, что все найденные вершины криволинейного скелета и их сферы будут строго внутри визуальной оболочки.

Отметим, что нет необходимости в вычислении значений DT_3 для всех внутренних вокселей визуальной оболочки. Необходимые значения DT_3 рассчитываются на лету и кэшируются для последующего использования. Оказывается, что в среднем около 50% вокселей никогда не будут рассмотрены, что сокращает время вычислений.

На Рис. 4 изображен пример аппроксимации криволинейного скелета облаком точек и соответствующее множество вписанных сфер для модели слона.

Окклюзии приводят к появлению ложных ветвей в скелетах плоских проекций (Рис. 5). Такие ветви не описывают геометрию объекта и не центрированы внут-

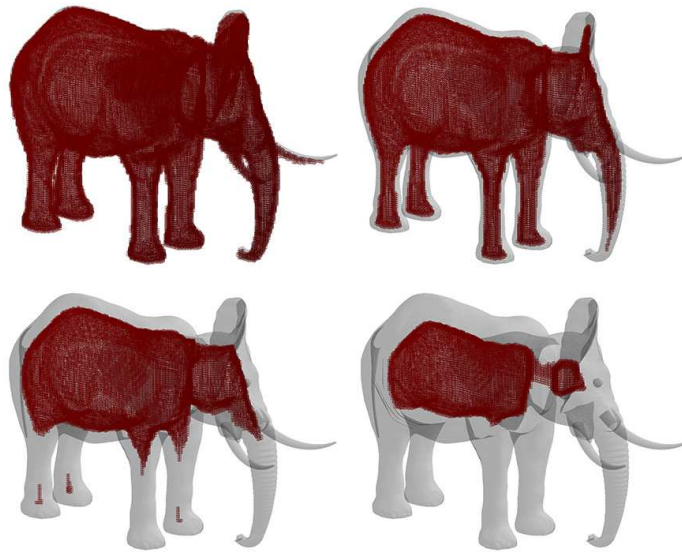


Рис. 3: Слева направо, сверху вниз: воксели со значениями DT_3 0, 3, 6 и 12, соответственно

ри модели, поэтому не должны входить в криволинейный скелет. Предлагается находить такие ветви, сравнивая глубину соединяемых ею вершин: если разность глубин большая по сравнению с длиной ветви на плоской проекции, то, скорее всего, это означает, что ветвь ложная. Таким образом, будем удалять ветвь, если угол между нею и осью визирования соответствующей камеры меньше некоторого порога ϕ_0 . Такой подход может удалить правильные ветви криволинейного скелета, но благодаря использованию набора плоских проекций эта ветвь, скорее всего, будет обнаружена на другой проекции. Пример фильтрации ветвей изображен на Рис. 6.

2.2 Выравнивание вершин и ребер, полученных от разных проекций

Даже в случае отсутствия окклюзий, одинаковые части объекта на разных проекциях при обратном проецировании могут превратиться в центрированные, но разные пространственные кривые (Рис. 7). Это связано с тем, что в этой части объект плохо описывается трубчатой моделью. Чтобы справиться с этой проблемой и минимизировать шум, предлагается организовать процесс выравнивания, целью которого является объединение вершин и ребер одинаковых частей объекта, полученных от разных проекций.

На данном этапе вершины и ребра, полученные обратным проецированием, центрированы внутри модели и выглядят как очень шумный криволинейный скелет. Основная идея выравнивания вершин и ребер заключается в удалении шумов путем поиска новых положений для вершин в их окрестности с максимальной плотностью соседей. Для этой цели используется алгоритм сдвига среднего (Mean-Shift) [5], который итеративно сдвигает каждую вершину от текущего положения

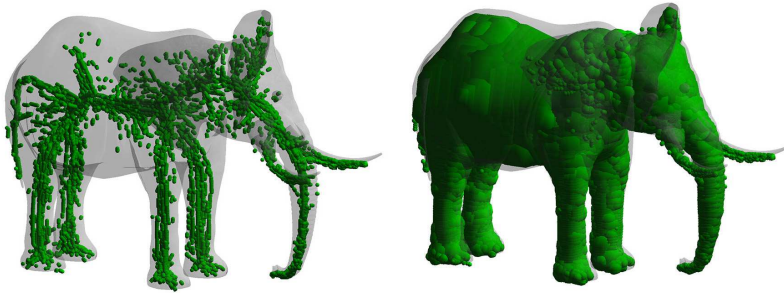


Рис. 4: Слева направо: аппроксимация криволинейного скелета облаком точек и соответствующий набор вписанных сфер

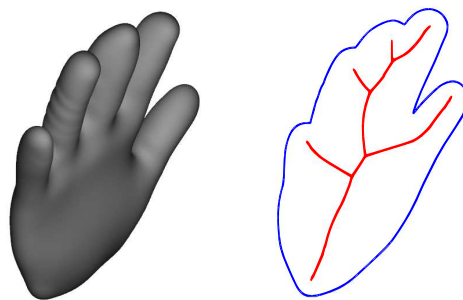


Рис. 5: Проекция с окклюзиями и ее плоский скелет. Скелет плохо описывает истинную геометрию объекта из-за окклюзий

к средне-взвешенной позиции ближайших соседей. Когда координаты вершины перестают значительно изменяться, алгоритм заканчивает свою работу. Алгоритм не использует информацию о ребрах, они сдвигаются автоматически вместе с соответственными вершинами. Детально процесс выравнивания вершин описан в Алгоритме 1.

На Рис. 8 изображен результат работы Алгоритма 1 для множества точек на плоскости. Как видно из рисунка, начальное облако точек выравнивается в гладкую линию. Заметен недостаток метода, заключающийся в краевых эффектах: концы получаемой кривой сдвигаются в направлении остальных точек. Для минимизации краевых эффектов предлагается использовать эвристику, заключающуюся в запрете сильного изменения положения для концевых вершин (концевой вершиной считается вершина, имеющая степень 1 на соответствующем плоском скелете).

Пример результата выравнивания приведен на Рис. 9. Результирующее множество вершин и ребер менее шумное и представляет собой хорошую аппроксимацию криволинейного скелета.

2.3 Итерационный процесс сужения объекта

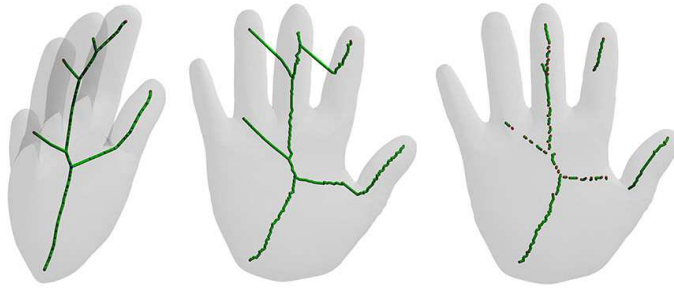


Рис. 6: Слева направо: результат обратного проецирования плоского скелета проекции, повернутый в 3D результат обратного проецирования, результат после фильтрации ребер

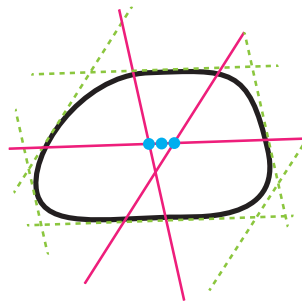


Рис. 7: Обратное проецирование осей трех различных проекций для части объекта, имеющей овальное сечение. Видно, что результирующие точки пространственной кривой не совпадают, образуя шумное облако

Описанные выше шаги на выходе дают облако точек, приближающее криволинейный скелет. Это облако и соответствующие вписанные сферы хорошо описывают форму исходного объекта. Для некоторых приложений такого представления криволинейного скелета будет достаточно (например для извлечения некоторых признаков для анализа формы). Для извлечения структуры, близкой к графовой, предлагается организовать итерационный процесс, описанный в Алгоритме 2.

Этот алгоритм оценивает криволинейный скелет модели M облаком точек S , этого оказывается достаточно для правильного утончения модели. Затем в качестве новой модели M используется циркуляр (оггибающая множества вписанных сфер) с уменьшенной шириной, полученный по скелету S . Этот процесс повторяется до желаемого утончения модели. Алгоритм использует известный подход к построению криволинейного скелета через итерационное утончение объекта, эффективно организовав утончение через оценку криволинейного скелета по плоским проекциям. На Рис. 10 приведено несколько итераций Алгоритма 2.

3. Эксперименты

Эксперименты проводились на компьютере с процессором Intel Core i7 2.2 ГГц,

Алгоритм 1 Выравнивание вершин

Вход: X – входные вершины, ε – критерий останова алгоритма Mean-Shift, α – минимальная допустимая плотность вершин в окрестности результирующей вершины, $K(x)$ – функция ядра;

Выход: Y – выровненные вершины;

- 1: $Y := \emptyset$;
- 2: **для** $x_i \in X$
- 3: $m := x_i$; // старт алгоритма Mean-Shift из x_i
- 4: **повторять**
- 5: $m_{old} := m$;
- 6: $m := \frac{\sum_{x_j \in X} K(x_j - m_{old}) x_j}{\sum_{x_j \in X} K(x_j - m_{old})}$;
- 7: **пока** $\|m - m_{old}\| \geq \varepsilon$
- 8: **если** $\sum_{x_j \in X} K(x_j - m) > \alpha$ **то**
- 9: $Y := Y \cup \{m\}$;

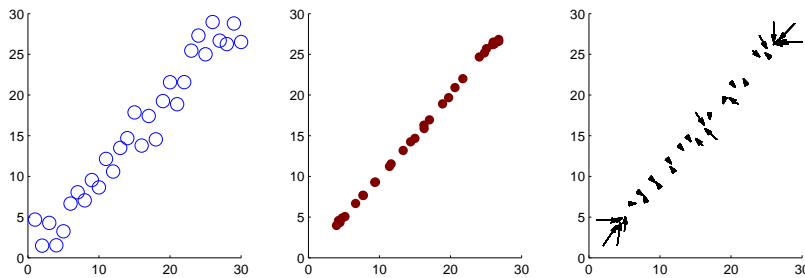


Рис. 8: Алгоритм 1 для точек на плоскости. Слева направо: исходное множество точек, выровненное множество точек на выходе алгоритма, векторы перемещения точек

16 Гб ОЗУ, видеокартой Intel HD Graphics 5200. Для построения плоских скелетов применялась библиотека непрерывной скелетизации [9]. 2D карты расстояний вычислялись за линейное время методом, описанным в [4].

Для построения пространственного геометрического графа было использовано 33 проекции. Модель проецировалась на растр с разрешением 300×300 . В фильтре ребер использовалось значение порога $\phi_0 = 45^\circ$. На шаге выравнивания параметр ε был взят равным высоте двух пикселей в масштабе модели, параметр α определялся таким образом, чтобы отсечь 5%–10% вершин с минимальной плотностью в окрестности, в качестве ядра была взята функция $K(x) = \exp(-C\|x\|^2)$ с параметром $C = 100$. Итерационный процесс утончения объекта останавливался по завершении 4 итераций.

В Таблице приведены длительности работы разных стадий одной итерации алгоритма в миллисекундах. Так как алгоритм не анализирует полигоны модели напрямую, сложность модели в смысле количества полигонов в ее описании не

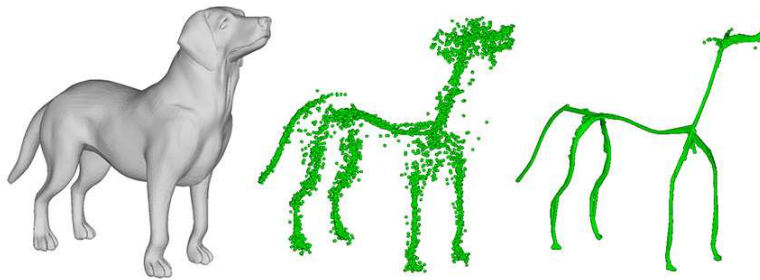


Рис. 9: Исходная модель, результат обратного проецирования и фильтрации, выровненные вершины и ребра

Алгоритм 2 Итерационное уточнение объекта.

Вход: M — полигональная модель, ε — критерий останова итераций уточнения;

Выход: S — криволинейный скелет;

1: **повторять**

2: $S =$ Построить приближение скелета(M); // шаги, описанные в разделах 2.1 – 2.2 метода

3: **для** $r_i \in S$

4: $r_i = \frac{r_i}{2}$; // уменьшаем радиус сфер в скелете S

5: $M =$ Получить циркуляр(S);

6: **пока** $\max_{r_i \in S} r_i > \varepsilon$ // простой критерий останова

влияет на время расчета криволинейного скелета.

Таблица 1: Длительности работы разных стадий одной итерации алгоритма в миллисекундах

Модель	Кол-во полигонов	Серединные оси	Вписывание	Mean-Shift	Всего
Fertility	50000	44	1.229	496	1.769
Memento	52550	62	1.426	1.056	2.544
Elk	48026	61	1.754	1.130	2.954

Примеры получаемых криволинейных скелетов приведены на Рис. 11. Результирующие скелеты хорошо описывают геометрию и топологию моделей.

4. Анализ метода

Результирующие криволинейные скелеты удовлетворяют большинству требований, предъявляемых к универсальным криволинейным скелетам [2]. Это достигается использованием фильтров, алгоритма mean-shift и унаследованных свойств

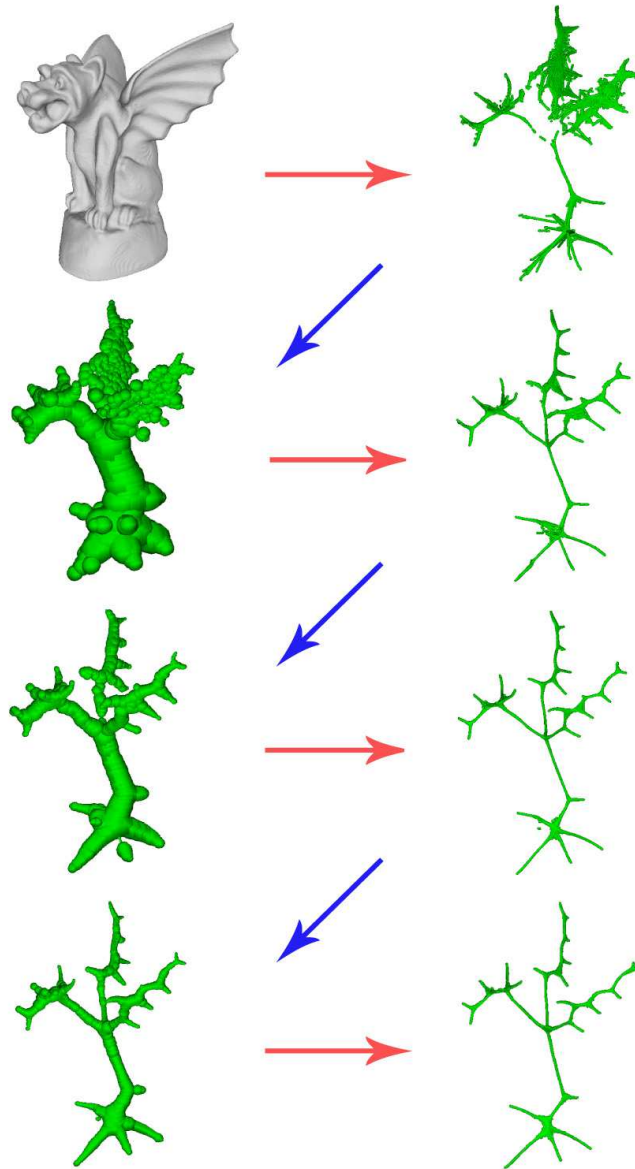


Рис. 10: Иллюстрация 4 итераций Алгоритма 2. Левый столбец — модели (M), правый столбец — криволинейные скелеты (S)

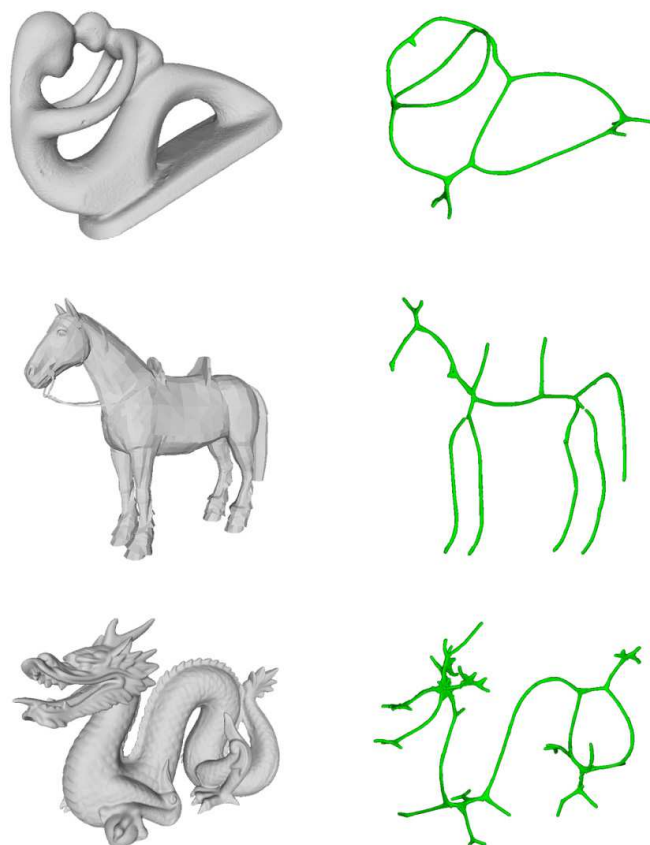


Рис. 11: Примеры получаемых криволинейных скелетов для моделей Fertility, Horse и Dragon

плоских скелетов, таких как центрированность и инвариантность к изометрическим преобразованиям.

В сравнении с подходом [1], который считается наиболее современным, предлагаемый метод показывает увеличение скорости построения (в среднем 12 сек. против 19 сек.). Задача извлечения криволинейного скелета плохо формализована [3, 14], наиболее успешным подходом к формализации считается статья [3], где авторы предлагают считать криволинейным скелетом результат работы их алгоритма. К сожалению, алгоритм, описанный в [3], не применим на практике из-за огромных вычислительных затрат.

Оценка качества получаемых скелетов произведена визуально в сравнении с [1]. Из Рис. 12 видно, что получаемые скелеты близки к результатам наиболее современного метода.

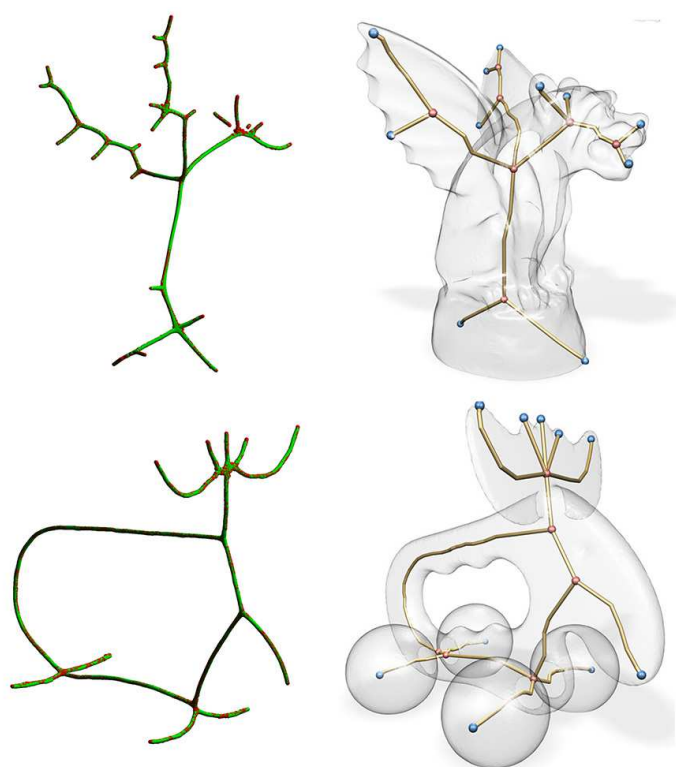


Рис. 12: Визуальное сравнение получаемых скелетов (слева) с результатами работы метода [1] (справа)

Метод извлекает неполные криволинейные скелеты для моделей с большим количеством окклюзий. Например, на Рис. 13 видно, что метод не сохраняет топологию для модели Memento. Однако это не является большой проблемой, так как криволинейные скелеты обычно вычисляют для моделей, похожих на персонажей, где видны явные отличительные части (такие как ноги и руки).

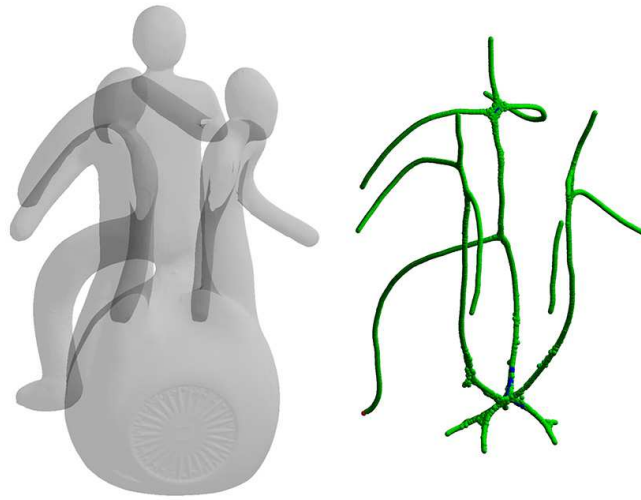


Рис. 13: Результирующий скелет для модели Memento, метод не сохраняет топологию

Заключение

В данной статье рассмотрен подход к построению криволинейного скелета используя скелеты плоских проекций. В работе предложен алгоритм для эффективного вычисления 3D карты расстояний, которая используется для вписывания плоских скелетов в визуальную оболочку объекта. Для уменьшения шума в получаемом скелете предложена итерационная процедура по утончению криволинейного скелета. Получаемые скелеты для протестированных моделей с разной топологией визуально похожи на результаты самых современных методов при меньшем времени работы.

На данный момент метод использует простой критерий останова по достижению заданного радиуса, что не является самым эффективным способом и требует дополнительного изучения. В будущем мы хотели бы исследовать возможность отказа от итерационной природы алгоритма, так как это поможет избежать разработки сложных критериев останова и позволит сильно сократить время работы. Также неизвестны ограничения использования аппроксимации визуальной оболочкой в применении к реальным задачам. Одним из источников улучшений, на наш взгляд, могло бы послужить использование дополнительной информации, проводя анализ не только вершин, но и ребер скелетов, в текущем подходе информацией о ребрах мы пренебрегаем.

Список литературы

- [1] Au O. K.-C., Tai C.-L., Chu H.-K., Cohen-Or D., Lee T.-Y. Skeleton extraction by mesh contraction // Proceedings of the ACM SIGGRAPH Conference on Computer Graphics. Los Angeles, USA, 11-15 August 2013. Pp. 44:1–44:10.
- [2] Cornea N.D., Silver D., Min P. Curve-Skeleton Applications // IEEE Visualization. 2005. P. 13.
- [3] Dey T.K., Sun J. Defining and computing curve-skeletons with medial geodesic function // Proceedings of the Fourth Eurographics Symposium on Geometry Processing. Cagliari, Sardinia, 26-28 June 2006. Pp. 143–152.
- [4] Felzenszwalb P.F., Huttenlocher D.P. Distance transforms of sampled functions. Technical report, Cornell Computing and Information Science, 2004.
- [5] Huang H., Wu S., Cohen-Or D., Gong M., Zhang H., Li G., Chen B. L1-medial Skeleton of Point Cloud // ACM Transactions on Graphics. 2013. Vol. 65. Pp. 1–8.
- [6] Kustra J., Jalba A., Telea A. Probabilistic view-based 3d curve skeleton computation on the gpu // Proceedings of the International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP 2012). Barcelona, Spain, 21-24 February 2013. Pp. 237–246.
- [7] Laurentini A. The visual hull concept for silhouette-based image understanding // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1994. Vol. 16. Pp. 150–162.
- [8] Livesu M., Guggeri F., Scateni R. Reconstructing the curve-skeletons of 3d shapes using the visual hull // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2012. Pp. 1891–1901.
- [9] Mestetskiy L., Semenov A. Binary image skeleton - continuous approach // Proceedings of the International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP 2008). Funchal, Madeira, Portugal, 21-25 January 2008. Pp. 251–258.
- [10] Mestetskiy L., Tsiskaridze A. Spatial reconstruction of locally symmetric objects based on stereo mate images // Proceedings of the International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP 2009). Lisboa, Portugal, 5-8 February 2009. Pp. 443–448.
- [11] Sobiecki A., Jalba A., Telea A. Comparison of curve and surface skeletonization methods for voxel shapes // Pattern Recognition Letters. 2014. Vol. 47. Pp. 147–156.
- [12] Sobiecki A., Yasan H.C., Jalba A.C., Telea A. Qualitative Comparison of Contraction-Based Curve Skeletonization Methods // Proceedings of the 2013 ACM SIGPLAN International Symposium on Memory Management (ISMM 2013). Seattle, Washington, June 20th 2013. Pp. 425–439.

- [13] Zimovnov A., Mestetskiy L. Curve-skeleton extraction from visual hull // Proceedings of the International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP 2015). Berlin, Germany, 11-14 March 2015. Pp. 666–671.
- [14] Khromov D., Mestetskiy L. 3D Skeletonization as an optimization problem // Proceedings of the 24th Canadian Conference on Computational Geometry (CCCG 2012). Charlottetown, Canada, 7-10 August 2012.

Библиографическая ссылка

Зимовнов А.В., Местецкий Л.М. Построение криволинейного скелета трехмерной модели по плоским проекциям // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2016. № 3. С. 67-83.

Сведения об авторах

1. **Зимовнов Андрей Вадимович**

аспирант кафедры математических методов прогнозирования факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова.

Россия, 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 52, факультет ВМК.

2. **Местецкий Леонид Моисеевич**

профессор кафедры математических методов прогнозирования факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова.

Россия, 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 52, факультет ВМК.

ON ALGORITHM OF CURVE-SKELETON EXTRACTION FOR 3D MODEL BASED ON PLANAR PROJECTIONS

Zimovnov Andrey Vadimovich

PhD student at Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics,
Lomonosov Moscow State University
Russia, 119991, Moscow, GSP-1, 1-52 Leninskiye gory, Lomonosov MSU.

Mestetskiy Leonid Moiseevich

Professor at Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics,
Lomonosov Moscow State University
Russia, 119991, Moscow, GSP-1, 1-52 Leninskiye gory, Lomonosov MSU.

Received 22.03.2016, revised 18.08.2016.

We present a new algorithm of curve-skeleton extraction from a wide variety of objects. The algorithm uses visual hull object approximation, which gives us an ability to work with the model in its silhouettes domain. We propose an efficient algorithm for 3D distance transform computation for the inner voxels of visual hull. Using that 3D distance transform we back-project continuous medial axes of visual hull silhouettes that form a first approximation for a curve-skeleton. Then we use a set of filtering techniques to de-noise that point cloud to form a thinner approximation. We believe that a resulting approximation is useful in its own. We also present an iterative algorithm for skeleton enhancement. The described method shows a great improvement in computational time comparing to existing ones. The method shows good extraction results for models with complex geometry and topology. Resulting curve-skeletons conform with most requirements to universal curve-skeletons.

Keywords: curve-skeleton, visual hull, medial axis, shape descriptor, mean-shift.

Bibliographic citation

Zimovnov A.V., Mestetskiy L.M. On algorithm of curve-skeleton extraction for 3D model based on planar projections. *Vestnik TverGU. Seriya: Prikladnaya Matematika* [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2016, no. 3, pp. 67-83. (in Russian)

References

- [1] Au O. K.-C., Tai C.-L., Chu H.-K., Cohen-Or D., Lee T.-Y. Skeleton extraction by mesh contraction. *Proceedings of the ACM SIGGRAPH Conference on Computer Graphics*. Los Angeles, USA, 11-15 August 2013. Pp. 44:1–44:10.

- [2] Cornea N.D., Silver D., Min P. Curve-Skeleton Applications. *IEEE Visualization*, 2005. P. 13.
- [3] Dey T.K., Sun J. Defining and computing curve-skeletons with medial geodesic function. *Proceedings of the Fourth Eurographics Symposium on Geometry Processing*. Cagliari, Sardinia, 26-28 June 2006. Pp. 143–152.
- [4] Felzenszwalb P.F., Huttenlocher D.P. *Distance transforms of sampled functions*. Technical report, Cornell Computing and Information Science, 2004.
- [5] Huang H., Wu S., Cohen-Or D., Gong M., Zhang H., Li G., Chen B. L1-medial Skeleton of Point Cloud. *ACM Transactions on Graphics*, 2013, vol. 65, pp. 1–8.
- [6] Kustra J., Jalba A., Telea A. Probabilistic view-based 3d curve skeleton computation on the gpu. *Proceedings of the International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP 2012)*. Barcelona, Spain, 21-24 February 2013. Pp. 237–246.
- [7] Laurentini A. The visual hull concept for silhouette-based image understanding. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1994, vol. 16, pp. 150–162.
- [8] Livesu M., Guggeri F., Scateni R. Reconstructing the curve-skeletons of 3d shapes using the visual hull. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2012, pp. 1891–1901.
- [9] Mestetskiy L., Semenov A. Binary image skeleton - continuous approach. *Proceedings of the International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP 2008)*. Funchal, Madeira, Portugal, 21-25 January 2008. Pp. 251–258.
- [10] Mestetskiy L., Tsiskaridze A. Spatial reconstruction of locally symmetric objects based on stereo mate images. *Proceedings of the International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP 2009)*. Lisboa, Portugal, 5-8 February 2009. Pp. 443–448.
- [11] Sobiecki A., Jalba A., Telea A. Comparison of curve and surface skeletonization methods for voxel shapes. *Pattern Recognition Letters*, 2014, vol. 47, pp. 147–156.
- [12] Sobiecki A., Yasan H.C., Jalba A.C., Telea A. Qualitative Comparison of Contraction-Based Curve Skeletonization Methods. *Proceedings of the 2013 ACM SIGPLAN International Symposium on Memory Management (ISMM 2013)*. Seattle, Washington, June 20th 2013. Pp. 425–439.
- [13] Zimovnov A., Mestetskiy L. Curve-skeleton extraction from visual hull. *Proceedings of the International Conference on Computer Vision Theory and Applications (VISAPP 2015)*. Berlin, Germany, 11-14 March 2015. Pp. 666–671.
- [14] Khromov D., Mestetskiy L. 3D Skeletonization as an optimization problem. *Proceedings of the 24th Canadian Conference on Computational Geometry (CCCG 2012)*. Charlottetown, Canada, 7-10 August 2012.