УДК 658.8.031.2

ОПТИМИЗАЦИЯ ТОРГОВОЙ НАЦЕНКИ ПРЕДПРИЯТИЯ РОЗНИЧНОЙ ТОРГОВЛИ ПРИ КИБЕРНЕТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ ЕГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Соломаха А.Г.*, **Соломаха Г.М.****, **Туркенич Е.В.****, **Язенин А.В.***

* Кафедра информационных технологий

** Кафедра математической статистики и системного анализа

Поступила в редакцию 23.04.2015, после переработки 05.05.2015.

Приводится экономико-математическая модель торгового предприятия, базирующаяся на использовании кибернетического подхода. Обоснована ее применимость для нахождения размера торговой наценки предприятием.

Ключевые слова: экономико-математическая модель, динамический преобразователь, торговое предприятие, торговая наценка, оптимизация.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2015. № 2. С. 109–118.

Введение

В связи с усложнением экономических процессов и возрастанием конкуренции в торговой сфере актуальными являются разработка и внедрение научно-обоснованных методов принятия решений при управлении торговыми предприятиями. В наибольшей степени разработаны вопросы управления запасами и транспортными затратами, а также оптимизации рекламных затрат и ценообразования.

При этом разработан ряд экономико-математических моделей для определения оптимальной розничной цены в разных условиях. Однако, часть этих моделей [1-3] ориентирована на узкий класс товаров, а другие [4, 5] имеют большое количество параметров, которые сложно оценить, что затрудняет их применение на практике. Дискретные модели ценообразования в большей степени соответствуют реальности, поскольку экономические показатели меняются дискретно, однако эти модели обладают рядом недостатков, в частности, необходимо знать все функции и параметры модели для каждого шага заранее и в них отсутствует обратная связь.

С другой стороны широкое распространение в сфере торговли получил франчайзинг. При этом конечный продавец (франчайзи) выплачивает поставщику (франчайзеру) часть прибыли от реализации товаров в соответствии с величиной коэффициента роялти. Величину коэффициента роялти в [6, 7] предлагается находить на основе преставления отношений франчайзера и франчайзи как иерархической игры. Однако, в современном франчайзинге помимо коэффициента роялти существуют и другие инструменты получения прибыли, которые также нуждаются в обосновании и нахождении оптимальных значений. К тому же на практике в ряде случаев отсутствуют периодические платежи – роялти. Чаще всего такие франшизы присутствуют в оптовой и розничной торговле, где франчайзинговые точки закупают реализуемую продукцию у головной организации, с которой у них заключен договор коммерческой концессии. В торговых франчайзинговых системах конечная наценка складывается из наценки, установленной головной организацией - франчайзером, и наценки предприятия - продавца (франчайзи). Далее в качестве торговой наценки в случае франчайзинговых систем будем рассматривать эту конечную наценку.

В связи с этим разработка непрерывной экономико-математической модели определения торговой наценки торговыми предприятиями или франчайзинговыми торговыми сетями, имеющей небольшое число параметров, оцениваемых по доступным статистическим данным, и свободной от указанных недостатков представляется весьма *актуальной*. А *целью статьи* является разработка метода определения торговой наценки, удовлетворяющего указанным требованиям, который основан на кибернетическом описании процессов функционирования торгового предприятия.

1. Кибернетическая модель торгового предприятия

Торговое предприятие в процессе своей деятельности осуществляет закупку товаров у поставщиков по оптовым ценам и реализует их населению по розничным. При этом формируется валовой доход предприятия, определяемый выручкой от реализации товаров и услуг за вычетом затрат на оплату стоимости полученных от поставщиков товаров. Предприятие стремится максимизировать свою чистую прибыль, которая при прочих фиксированных условиях, в том числе налоговых ставках, зависит от величин торговых наценок на товары. Существуют и другие факторы, например, покупательский спрос, конкурентоспособность товаров и скорость товарооборота, которые также влияют на величину прибыли.

Предлагаемая экономико-математическая модель основана на применении кибернетического подхода к моделированию процессов функционирования предприятия в сфере торговли. Рассмотрим особенности этого подхода для исследуемых процессов. Анализ специфики предприятия сферы торговли позволяет выявить наличие, прежде всего прямой связи, соответствующей процессу реализации товаров предприятием, а также обратной связи, характеризуемой процессом закупки товаров по оптовым ценам предприятием на часть денежных средств, полученных им от реализации товаров. Это показано на Рис. 1.

Для процесса реализации товара торговым предприятием характерно запаздывание, для моделирования которого в кибернетических системах широко используются динамические преобразователи. Поэтому процессу реализации товара при таком подходе ставится в соответствие динамический преобразователь D_1. Его вход $x(t)$ и выход $y(t)$ связаны с помощью дифференциального уравнения вида

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + ... + a_0 y(t) = x(t),$$

где n – порядок динамического преобразователя, а a_i – коэффициенты преобразователя ($i = 0, 1, 2, \ldots, n$), причем a_n отличен от нуля.

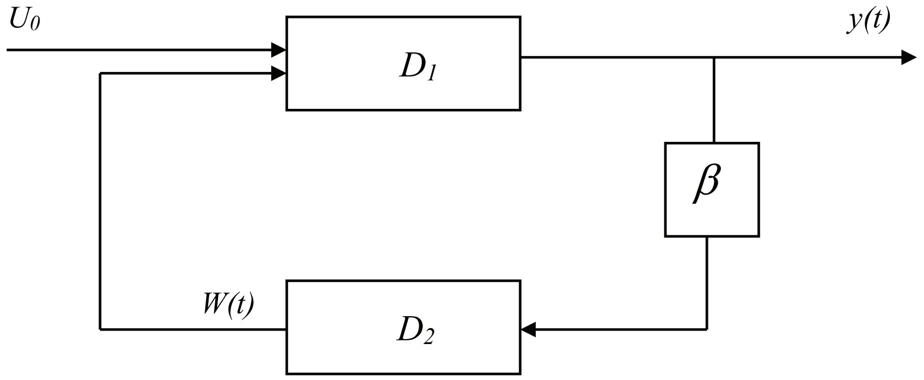

Рис. 1: Кибернетическая схема функционирования торгового предприятия

В дальнейшем при моделировании процесса реализации товара предприятием ограничимся рассмотрением динамического преобразователя первого порядка, соответствующего повышенному спросу на товар, и динамического преобразователя второго порядка, соответствующего случаю «психологической инерции потребителей». На Рис. 2 приведены примерные виды выходов $y_1(t)$ и $y_2(t)$ динамических преобразователей соответственно первого и второго порядков при единичном входе $x(t) = 1,\ t \geqslant 0$.

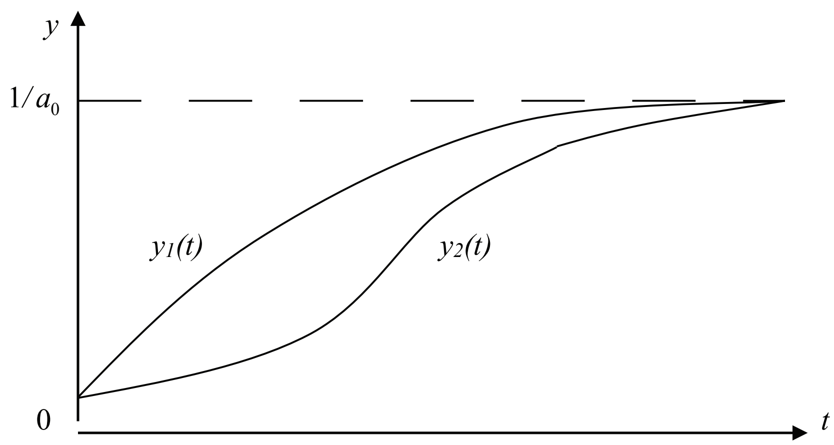

Рис. 2: Примерные графики выходов динамических преобразователей

В принципе могут быть рассмотрены и динамические преобразователи третьего и более высоких порядков при исследовании процессов реализации конкретных видов товаров. При этом общая схема исследований не изменится, хотя возникают определенные вычислительные трудности. Далее ограничимся при моделировании процессов реализации товаров предприятием динамическими преобразователями первого и второго порядков.

Процессу закупок товаров предприятием по оптовым ценам (линия обратной связи на Рис. 1) также характерно запаздывание, поэтому для его кибернетического моделирования воспользуемся динамическим преобразователем. При этом ограничимся случаем преобразователя первого порядка, что соответствует хорошо развитой системе оптовой торговли. Заметим, что как и в случае прямой связи предлагаемый подход применим и при наличии в линии обратной связи преобразователя более высокого порядка.

В соответствии с этим будем рассматривать исследуемое предприятие как динамическую систему, содержащую прямую и обратные связи. На Рис. 1 введены следующие обозначения:

- D_1 – динамический преобразователь, моделирующий запаздывание в реализации товаров населению;
- D_2 – динамический преобразователь, моделирующий запаздывание в процессе оптовых закупок предприятием;
- β – доля вырученных от продажи средств, идущая на оптовые закупки товара;
- $y(t)$ – денежные средства, полученные от продажи товара к моменту времени t;
- $W(t)$ – выход линии обратной связи;
- U_0 – внешнее инвестирование (или кредитование) предприятия, если оно отсутствует, то в начальный момент времени, который считаем равным 0, товарные запасы предприятия исчерпаны, соответственно доход будет нулевым.

Отметим, что элемент, содержащий β на Рис. 1, представляет собой линейный преобразователь, обеспечивающий умножение поступающего на него входного воздействия на константу β.

Рассмотрим случай, когда преобразователь D_1 имеет первый порядок. Это соответствует повышенному спросу населения на товары или дефицитным товарам. То есть при поступлении товара в продажу начинается достаточно быстрая его реализация (случай $y_1(t)$ на Рис. 2). Преобразователь D_1 описывается уравнением

$$a_1 y'(t) + a_0 y(t) = x(t). \tag{1}$$

Выясним смысл коэффициентов a_1 и a_2 для рассматриваемой задачи. Решая уравнение (1) с нулевым начальным условием и $x(t) = 1$, получаем:

$$y(t) = \frac{1}{a_0}\left(1 - \exp\left\{-t\frac{a_0}{a_1}\right\}\right). \tag{2}$$

На единицу вложенных денежных средств при достаточно большом t предприятие должно получить доход от реализации товара, равный $(1-\alpha)$, где α – торговая наценка, а выражение в круглых скобках в правой части формулы (2) при этом близко к 1. Следовательно, в качестве a_0 следует взять

$$a_0 = (1+\alpha)^{-1}\,. \tag{3}$$

Параметр a_1 в (1) характеризует, насколько быстро происходит реализация товара, причем a_1 в общем случае также зависит от α. Из (2), с учетом (3), следует, что $a_1(\alpha)$ определяется величиной интервала времени, за который будет реализована доля товара, равная $1-\exp\{-1/(1+\alpha)\}$. Поэтому далее, вместо a_1, будем использовать обозначение $T=T(\alpha)$.

Найдем условие, которому должно удовлетворять $T(\alpha)$.

Рассмотрим торговые наценки α и $\alpha+\delta$, где $\delta>0$. Очевидным является тот факт, что доля реализованного товара к моменту времени t при торговой наценке $\alpha+\delta$ не превышает доли реализованного товара к этому моменту t при торговой наценке α. Действительно, повышение цены на товар при прочих неизменных условиях не должно привести к увеличению объема продаж. Поэтому выполнено неравенство

$$1-\exp\left\{-\frac{t}{(1+\alpha+\delta)\,T(\alpha+\delta)}\right\} \leqslant 1-\exp\left\{-\frac{t}{(1+\alpha)\,T\,(\alpha)}\right\}.$$

Последнее неравенство после простых преобразований приводится к виду:

$$(1+\alpha)T(\alpha) \leqslant (1+\alpha+\delta)T(\alpha+\delta),$$

что в свою очередь равносильно неравенству

$$\frac{T(\alpha+\delta)-T(\alpha)}{\delta} \geqslant \frac{T(\alpha)}{1+\alpha+\delta}.$$

Переходя к пределу при δ, стремящемуся к нулю, в обеих частях последнего неравенства получаем

$$T'(\alpha) \geqslant -T(\alpha)/(1+\alpha).$$

Данное неравенство в темпах прироста функции $T(\alpha)$ можно переписать в виде:

$$\Omega_T(\alpha) = \frac{1}{T(\alpha)}T'(\alpha) \geqslant -\frac{1}{1+\alpha},$$

то есть темп прироста функции $T(\alpha)$ не должен быть меньше, чем $-1/(1+\alpha)$.

Конкретный вид $T(\alpha)$ выбирается в результате, например, проведения маркетинговых исследований. Для динамического преобразователя D_2 в линии обратной связи на Рис. 1, описываемого при наших предположениях также уравнениями вида (1), a_0 следует взять равным 1, поскольку этот преобразователь моделирует преобразование денежных средств в товар той же суммарной стоимости, но с запаздыванием. Параметр a_1, который обозначим через R, для рассматриваемого преобразователя характеризует запаздывание в оптовой закупке товара предприятием.

2. Формализация описания торгового предприятия как динамической системы

Теперь запишем уравнения, описывающие функционирование рассматриваемой динамической системы (см. Рис. 1). Для линии прямой связи с входом $u_0 + W(t)$ имеем:

$$T(\alpha)y'(t) + \frac{1}{1+\alpha}y(t) = u_0 + W(t). \tag{4}$$

Для линии обратной связи на Рис. 1 получаем:

$$R \cdot W'(t) + W(t) = \beta \cdot y(t), \tag{5}$$

где $\beta \cdot y(t)$ – вход преобразователя D_2.

Итак, функционирование предприятия описывается системой дифференциальных уравнений (4)-(5). Начальными условиями являются

$$y(0) = 0 \text{ и } W(0) = 0, \tag{6}$$

то есть, поскольку в начальный момент времени выручка от реализации товара равна нулю, то и *W(0) = 0*.

Для решения системы (4)-(5) с начальным условием (6) при фиксированном α выразим из (4) $W(t)$ и подставим в уравнение (5). После несложных преобразований имеем:

$$R \cdot T(\alpha) \cdot y'' + \left(\frac{R}{1+\alpha} + T(\alpha)\right) y' + \left(\frac{1}{1+\alpha} - \beta\right) y = u_0. \tag{7}$$

Характеристическое уравнение для соответствующего однородного дифференциального уравнения представляется в виде:

$$R \cdot T(\alpha) \cdot \lambda^2 + \left(\frac{R}{1+\alpha} + T(\alpha)\right) \lambda + \frac{1}{1+\alpha} - \beta = 0. \tag{8}$$

Как несложно показать, дискриминант этого квадратного уравнения равен

$$D = \left(\frac{R}{1+\alpha} - T\right)^2 + 4RT\beta$$

и является положительным. Поэтому уравнение (8) имеет два различных действительных корня λ_1 и λ_2. Тогда уравнение (7) имеет решение:

$$y(t) = c_1 \exp\{\lambda_1 t\} + c_2 \exp\{\lambda_2 t\} + \frac{u_0(\alpha+1)}{1-\alpha\beta-\beta}. \tag{9}$$

Последнее слагаемое в правой части (9) представляет собой частное решение уравнения (7), а c_1 и c_2 – константы, определяемые из начальных условий (6).

Перейдем теперь к случаю, когда динамический преобразователь D_1 имеет второй порядок. Это соответствует эффекту «психологической инерции потребителей», упоминавшемуся ранее. Преобразователь D_1 характеризуется дифференциальным уравнением

$$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(T) = x(t),$$

где a_0, a_1, a_2 оценены для конкретных значений торговой наценки α по зависимостям вида $y_2(t)$ на Рис. 2, полученным на основе маркетинговых исследований.

Запишем уравнения, описывающие функционирование рассматриваемой динамической системы. Они аналогичны (4) и (5) и имеют вид

$$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = u_0 + W(t) \tag{10}$$

и

$$R \cdot W'(t) + W(t) = \beta y(t). \tag{11}$$

Запишем начальные условия для этой системы уравнений:

$$y(0) = 0,\ W(0) = 0,\ y'(t) = y_0,$$

где y_0 – неотрицательная константа, определяющая угол наклона функций вида $y_2(t)$ на Рис. 2 при $t = 0$. Выразим $W(t)$ из уравнения (10) и подставим в (11). Тогда система сводится к дифференциальному уравнению третьего порядка, решаемому стандартным способом, в результате чего получаем $y(t)$.

3. Схема нахождения размера торговой наценки предприятием розничной торговли

Рассматриваемый подход помимо непосредственного нахождения функции $y(t)$, определяющей выручку предприятия, может быть использован для решения задачи выбора торговой наценки α предприятием. Действительно, возьмем в качестве показателя функционирования торгового предприятия его чистую прибыль $V(\alpha, t_0)$ за временной интервал $[0,\ t_0]$ при величине торговой наценки α. Тогда рекомендуемое значение торговой наценки α_0 выбирается из условия

$$V(\alpha_0, t_0) = \max_{\alpha} V(\alpha, t_0). \tag{12}$$

Отметим, что выбор $\alpha = 0$ заведомо невыгоден предприятию, поскольку ликвидирует саму основу для получения прибыли. Выбор же достаточно больших значений α приведет к тому, что товар не будет востребован покупателем в силу его завышенной розничной цены. Поэтому будем полагать, что $0 < \alpha < 1$. Вместе с тем чистая прибыль предприятия определяется функцией y (то есть выручкой от реализации товаров) за вычетом затрат на оплату оптовой стоимости товаров, уплаченных налогов, выданной заработной платы работникам и других расходов за исследуемый временной интервал.

При проведении исследований по нахождению размера торговой наценки использовалась модель торгового предприятия в виде динамической системы, описываемой уравнениями (4)-(5). При этом полагалось, что $U_0 = 1$, $\beta = 0.1$, $R = 1$, $t_0 = 90$, $(0) = 10$, а с возрастанием α имеет место экспоненциальный рост , то есть $T(\alpha) = 10 \times e^{\alpha}$. В результате решения оптимизационной задачи (12) установлено, что максимум в (12) достигается при $\alpha = 0.14$, то есть при торговой наценке, составляющей в процентном выражении 14%.

Заключение

Обоснована целесообразность применения кибернетического подхода к описанию процессов функционирования торгового предприятия. Предложена экономико-математическая модель оптимизации размера торговой наценки предприятия, исходные данные для которой имеют ясный экономический смысл и могут быть получены из статистических исследований рынка и практики функционирования предприятия.

Таким образом, рассмотренную модель целесообразно использовать для обоснования ценовой политики торгового предприятия или франчайзинговой сети. Кроме того, на базе рассмотренного подхода к моделированию торгового предприятия может быть проведено прогнозирование направлений его развития, а также исследованы вопросы конкуренции и оценено влияние ставок налогов и других сборов на показатели функционирования предприятия.

Список литературы

[1] Новицкая Е.В., Терпугов А.Ф. Определение оптимального объема партии товара и розничной цены продажи непрерывно портящейся продукции // Вестник Томского государственного университета. 2004. № 284. С. 67–72.

[2] Степанова Н.В. Математические модели и инновационные методы в системе торговли: метод. пособие для вузов. Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2013. 46 с.

[3] Галажинская О.Н. Продажа товара нетерпеливым продавцом при ступенчатом изменении цены // Вестник Томского государственного университета. 2006. № 293. С. 5–10.

[4] Алексеева Е.Ю., Беседин А.А. Адаптация цен товаров в розничной торговле // Вестник ЮУрГУ. Серия: Экономика и менеджмент. 2010. № 39 (215). С. 91–93.

[5] Сидельников В.И., Языков М.С. Модель динамики основных параметров современного гипермаркета // Экономический вестник РГУ. 2008. Т. 6, № 4, ч. 3. С. 138–141.

[6] Соломаха А.Г., Соломаха Г.М. Теоретико-игровой подход к оптимизации параметров франчайзингового договора // Вестник ТвГУ. Серия: Экономика и управление. 2014. № 4-1. С. 184–190.

[7] Соломаха А.Г. Определение параметров франчайзингового договора при нелинейной функции спроса в условиях неопределенности // Вестник ТвГУ. Серия: Экономика и управление. 2015. № 1-2. С. 129–135.

Библиографическая ссылка

Соломаха А.Г., Соломаха Г.М., Туркенич Е.В., Язенин А.В. Оптимизация торговой наценки предприятия розничной торговли при кибернетическом описании его функционирования // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2015. № 2. С. 109–118.

Сведения об авторах

1. **Соломаха Алексей Геннадьевич**
аспирант кафедры информационных технологий Тверского госуниверситета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ, ПМиК. E-mail: f1shkacool@ya.ru.

2. **Соломаха Геннадий Михайлович**
профессор кафедры математической статистики и системного анализа Тверского госуниверситета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ, ПМиК. E-mail: gsolomakha@ya.ru.

3. **Туркенич Елена Владимировна**
аспирант кафедры математической статистики и системного анализа Тверского госуниверситета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ, ПМиК.

4. **Язенин Александр Васильевич**
декан факультета прикладной математики и кибернетики Тверского госуниверситета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ, ПМиК. E-mail: Yazenin.AV@tversu.ru.

OPTIMIZATION OF THE TRADE MARGIN OF THE ENTERPRISE OF RETAIL TRADE AT THE CYBERNETIC DESCRIPTION OF ITS FUNCTIONING

Solomakha Alexey Gennad'evich
PhD student at Information Technologies department, Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TSU. E-mail: f1shkacool@ya.ru

Solomaha Gennadiy Mikhaylovich
Associate professor at Mathematical Statistics and System Analysis department, Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TSU.

Turkenich Elena Vladimirovna
PhD student at Mathematical Statistics and System Analysis department, Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TSU.

Yazenin Alexander Vasilyevich
Dean of Applied Mathematics and Cybernetics faculty, Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TSU. E-mail: Yazenin.AV@tversu.ru

Received 23.04.2015, revised 05.05.2015.

The economic-mathematical model of trade enterprise which is based on use of cybernetic approach is given. Its applicability for finding of the size of a trade margin by the enterprise is proved.

Keywords: economic-mathematical model, dynamic converter, trade enterprise, trade margin, optimization.

Bibliographic citation

Solomakha A.G., Solomakha G. M., Turkenich E.V., Yazenin A.V. Optimization of the trade margin of the enterprise of retail trade at the cybernetic description of its functioning. *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya matematika* [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2015, no. 2, pp. 109–118. (in Russian)