ЧЕЛОВЕК. НАУКА. КУЛЬТУРА

УДК 1(091)

СИЛА МАТЕМАТИЧЕСКИХ СТРУКТУР

В.В. Ильин, Е.А. Бирюкова, С.Н. Вишневская

ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (Калужский филиал), г. Калуга

В центре внимания авторов – сюжет творческого обновления, продуктивной перестройки корпуса знания в опоре на математические способы мыслительных инновационных действий. Методы математической гипотезы, имитационного эксперимента, абстрактного моделирования с оценкой особенностей возможных миров – эффективные рычаги внутреннего прогресса науки, всестороннее осмысление определенности которых стимулирует становление нового методологического сознания физико-математических отраслей знания.

Ключевые слова: *абстрактное моделирование, мыслительный эксперимент, обследование возможностей.*

Ученых и методологов всегда интересовала удивительная эффективность математики в естествознании. Но в данном вопросе отсутствовала ясность: эффективность математики в естествознании зачастую квалифицировалась непостижимой (Вигнер) [3, с. 192] или непознаваемой (Бурбаки) [2, с. 258]. По-нашему, вполне возможно познать, постичь причины эффективности математики в естествознании. Если отбросить детали частных мнений, они сводятся к следующему:

а) математика, не скованная границами предметной области, обладает большим эвристическим, исследовательским потенциалом. Деятельность математика сопоставимо с деятельностью научного фантаста. Реалистичность, достоверность многих научно-фантастических прогнозов объясняется свободой деятельности: отсутствуют трудности практической реализации идей, имеет место творческое моделирование до известной степени правдоподобных ситуаций, ограничиваемое одним – требованием внутренней непротиворечивости, самосогласованности, когерентности процесса и результата конструирования. Разбирая предмет в «чистом» виде как некоторую логическую возможность, математика способна предвосхитить его потенциальное предметно-содержательное исследование в потенциальных теориях. Геометрия Лобачевского возникает как итог выявления возможности выстраивания геометрии на базе той же аксиоматики, что и евклидова геометрия, с модифицированной аксиомой о параллельных. Новая геометрия, полученная Лобачевским, была «воображаемой», абстрактной математической структурой, но со временем она нашла применение в СТО (пространство скоростей релятивистской механики есть пространство Лобачевского), космологии (во фридмановских открытых моделях геометрия Лобачевского описывает пространственное сечение в сопутствующих материи системах отсчета) и т. д.

Сила математики в особом изучении предмета – абстрактно-универсальном, формальном по своему характеру. Математика анализирует предмет в предельно общем виде, утрируя вопрос логической возможности. Итогом являются конкретно не детализированные структуры, соответствующие критерию непротиворечивости. Ввиду собственной непротиворечивости математические структуры выступают источником естественнонаучных интерпретаций: исходя из потребностей исследования, они онтологически специфицируются разнообразно. Настоящая «безмерность» математических структур, их способность соответствовать потенциальным интерпретациям рождает ощущение, что они «мудрее, чем мы, мудрее, чем их первооткрыватели, что мы получаем из них больше, чем в них было первоначально заложено» (Г. Герц).

Магическая сила математических структур заключается в том, что они содержат истину (выясняемую post festum) как будто раньше, до предметного знания того, чем является формально выраженная истина. Математика заготавливает истины «впрок», ввиду того что они воспринимаются как истины в результате нахождения соответствующей интерпретации. Естественнонаучное познание двусоставно, включает: общий – количественно-формальный (математический) и особенный – качественно-предметный (естествоведческий) компоненты. По времени развертывания они не синхронизированы, чем можно объяснить наличие «ножниц» между моментом зарождения математических структур (положенных в основу естественнонаучной теории) и моментом полного выстраивания последней, подразумевающим нахождение интерпретаций.

Эффективность математики объясняется тем, что утверждения и математики, и естествознания детализируемы количественно, подводимы под категорию «числа» («величины»); если математические структуры толковать в качестве количественных соотношений между величинами, которым отвечают какие-либо реальные свойства, они обретают референты, делаются приложимыми к действительности. Математические структуры переводятся на язык естественнонаучных экспериментальных явлений посредством правил соответствия, которые включают операциональные определения. Существуют два плана изучения «числа» – математический и естественнонаучный. В математике «число» рассматривается формально через призму аксиоматик Цермело, фон Неймана. В естествознании «число» рассматривается предметно через призму операциональных определений. Но планы эти могут совмещаться за счет естественнонаучной трактовки «чисел» через «меру», «величину», «измерение» и т. п. Ясно, что тайна эффективности математики в естествознании спрятана в идентификации формализмов с величинами, единицами измерения. Выражаясь фигурально, все это «гвозди», которыми математические структуры «приколачиваются» к естественнонаучным явлениям [6, с. 36]. Что касается геометрии Лобачевского, такими «гвоздями» в ней выступают количественно детализированные утверждения теории метрики пространства отрицательной кривизны, которая в свою очередь, появившись в абстрактно-математическом, предметно «раскрепощенном» плане, позже реализовалась в СТО, ОТО и т. д., преломляясь в онтологически специфицированный естественнонаучный план;

б) изучение предмета с позиций математики нельзя отделить от перевода проблемы с интуитивно-содержательного на формально-аксиоматический язык, что придает нестрогим качественным представлениям строгость и точность, тем самым расширяя эвристические возможности исследования. Будучи наукой творческой, математика проявляет творческую природу в естествознании посредством использования выработанных в математике идей и конструкций, в числе которых:

1) формальные построения, выступающие фактически архетипами будущих предметно-содержательных конструкций, теорий. Картан развил спинорные представления в качестве сугубо математических. Позже Дирак нашел в них «полевые величины нового вида, простейшие уравнения которых позволили вывести общие свойства электронов» [9, с. 184]; абстрактная математическая схема обратилась в конкретное естественнонаучное представление. В 1961 г. на базе теории групп (которую еще в начале века при ревизии программы в Пристонском университете Джинс советовал исключить из преподавания на том основании, что она якобы «никогда не найдет применения в физике») Гелл-Манн «восьмиричным» путем предсказал существование неизвестной частицы омега-минус. Буквально через три года (в 1964 г.) ее открыли Фаулер и Сеймиос. Теория функций комплексного переменного, разработанная Коши и Риманом, внедрена в теорию электрических цепей. Успешно используются в квантовой механике функциональный анализ (выработанный Гильбертом), теория матриц (оформленная Коши и Эрмитом). Прогресс статистической механики развивался за счет математической теории канонических систем дифференциальных уравнений Гиббса. Подобные примеры не заменяют, но вызывают идеи.

Функция математики состоит в продуцировании неспецифицированных структур в онтологическом плане; функция естествознания – в реализации только тех из них, которые являются осмысленными с его позиций; вероятная переоценка естественнонаучной «неосмысленности» математических структур обыкновенно ведет к проникновению идей в естествознание. Стремясь сформулировать уравнение для частицы со спином, которое удовлетворяло бы требованию релятивистской инвариантности, Дирак опирался на уравнение с двойным решением: $E > E_o = \text{т}_o c^2$ (1) и $E < -E = -\text{т}_o c^2$(2). С физической точки зрения (2) бессмысленно, так же как бессмысленно большинство математически осознанных корней уравнений n-степени. Но Дирак не отказался от такой (физически бессмысленной) возможности отрицательного решения; его поиск интерпретации привел к мысли о существования позитрона, который предсказан в 1931, а открыт в 1932 г.;

2) представления о гармонически изящных отношениях, соответствующих принципам симметрии, с чем связаны осуществленные программы математизации естествознания. Среди них:

– идеи количественной пропорциональности, гармоничности, концепции числа (Пифагор), правильных многогранников (Платон);

– идеи совершенных геометрических фигур (Евдокс, Птолемей) и т. д.

3) наличие формальных точек зрения, ограничивающих разнообразие возможностей.

В науке инструментом упорядочения мира является теория, которая огрубляет, схематизирует, идеализирует и т. д. мир, анализируя его через призму конечного множества основоположений. Последние, как правило, «могут быть получены в соответствии с принципом отыскания математически простейших понятий и связей между ними» [9, с. 185]. Число математически вероятных простых типов соотношений между явлениями природы и простых уравнений, возможных между ними, с одной стороны, ограниченно и именно на этом основано применение математики в качестве инструмента познания мира вглубь. С другой стороны, то, что математика отделена от онтологических областей, дает возможность разрабатывать предметно универсальные формализмы, единообразно описывающие свойства объектов разной природы, – на этом основано применение математики как инструмента познания мира вширь;

в) удобный в обращении язык математики оптимизирует естественнонаучную деятельность. У любой теории есть соответствующий математический язык: для классической механики – язык чисел и векторов; для релятивистской механики – язык четырехмерных векторов и тензоров; для квантовой механики – язык операторов и т. д.

Индикатором стадий роста физики можно считать динамику смены математического языка. Возможность редукции физики к механике способствовала разработке классико-механической программы, принятой в физике до XX в. Но аппарат обыкновенных дифференциальных уравнений, применяемый в ней, не позволял изучать тепловые, электрические явления и т. д. Тогда был предложен (Фурье) более «гибкий» аппарат дифференциальных уравнений в частных производных. Однако и он не стал универсальным: невозможность вписать в рамки дифференциально-аналитического подхода релятивистскую и квантовую механику. Математическая основа физики многообразна: эту основу образуют идеи не только дифференциально-аналитического, но и теоретико-группового (теоретико-инвариантного) (СТО), дифференциально-геометрического (ОТО), функционально-аналитического (квантовая механика) подходов. Синтез их лежит в основе программы построения физики будущего.

Своеобразным ограничением свободы выбора математического аппарата для соответствующих теорий является давление эмпирии, необходимость принимать в расчет присутствие объективной логики предмета, – именно она, но не математический аппарат определяет позитивное содержание теории.

Естествознание представляет ассоциацию опытных наук, связанных с определенными фрагментами действительности; при обращении к тому или другому математическому аппарату следует провести тщательный анализ вопроса его адекватности с точки зрения согласованности с содержанием отвечающего действительности опыта. Ученому-естественнику важно, чтобы математический аппарат идентифицировался с величинами, только в таком случае он способен выполнять описательную, генерализирующую, кодифицирующую, нормативную и другие функции, «утверждать» что-либо об объективной действительности;

г) математика выступает своеобразным «гарантом» объективности естественнонаучных знаний через оформление принципов объективной фиксации результатов в форме требований инвариантности уравнений (формулировок, законов) теории в соотношении групп преобразований. Уравнения абстрактного математизированного естествознания не способны описать непосредственно поведение материальных объектов: они описывают поведение идеальных объектов, математической точки (классическая механика), точки-события (СТО) и т. д., которые обладают модельным статусом в отношении их объективных аналогов. Ясно, что требование инвариантности уравнений, которые описывают поведение идеализаций, не может гарантировать объективность в смысле совпадения естественнонаучных знаний с действительностью. Своего рода гарантом их истинности, достоверности выступает практика, эмпирическая апробация, опыт. В то же время расценивать требование инвариантности уравнений естественнонаучной теории в отношении групп преобразований в качестве гаранта их объективности можно и нужно.

Перечислив основные причины возможности, желательности использования математики в естествознании, отметим факторы, которые препятствуют (или сдерживают) процесс его математизации:

а) математизация (включая квантивизацию, метризацию, логификацию) допустима в случае существования обратной связи, творческого диалога между математикой и естествознанием. Но установить диалог можно не всегда. Математические формулировки бессмысленны в естествоведческом плане, что значит их неадаптированность в опытном, экспериментальном, фактуальном смыслах. Естественнонаучный смысл математических формулирований достижим посредством интерпретации, операциональных определений. В одних случаях наделить математические утверждения естественнонаучным смыслом удается (коэффициент аффинной связности в теории гравитации); в других – нет: естественник не видит смысла аксиомы Архимеда, иррациональных, трансцендентных чисел, несоизмеримостей и т. д., он не может работать с координатой X, имеющей «величину $X = \sqrt{2}$ дюймов или $X = \pi$ сантиметров» [1, с. 64];

б) математизация возможна в том случае, если возможности естественнонаучного спроса и математического предложения совпадают. «Математик, – Эйнштейн упоминает афоризм друга-математика, – на что-то способен, но, разумеется, как раз не на то, что от него хотят получить в данный момент» [8, с. 14].

Следует выделить три случая с точки зрения используемости математического аппарата в естествознании:

1) математический аппарат актуально используется в естествознании;
2) математический аппарат может использоваться потенциально, что, в свою очередь, таит две возможности:

2.1) возможность потенциального применения математического аппарата может иметь материальный характер. Такой вариант отражает хорошо известные факты временно́го несоответствия двух планов естественнонаучной деятельности – получения формализма и его интерпретации. Как отмечает Дирак, «легче открыть математическую формулу, необходимую для какой-нибудь основной физической теории, чем ее интерпретировать. Это потому, что число случаев, среди которых приходится выбирать при открытии формализма, весьма определенно, так как в математике немного основных идей, тогда как при их физической интерпретации могут обнаруживаться чрезвычайно неожиданные вещи» [7, с. 140]. Степень неординарности проблемы нахождения материального носителя электромагнитных процессов в пространстве отражена в том факте, что теория Максвелла, основывающаяся на признании поля объективной реальностью, рассматривалась современниками в качестве чисто феноменологической теории (системы уравнений Максвелла, которые до создания СТО так и не получили удовлетворительного толкования);

2.2) возможность потенциального применения математического аппарата в естествознании может иметь формальный характер. Такой вариант отражает существование реально неиспользуемых в естествознании математических структур, которые не внедрены в теории, исходя из несоответствия требованиям «предметной логики», но которые все же могут быть внедрены в них, исходя из самонепротиворечивости;

3) математический аппарат, востребуемый естествознанием, отсутствует. Причина возникновения «ножниц» в производстве и потреблении естествознанием математических структур объясняется просто. Математика – автономная наука, а не придаток естествознания – в принципе не производит осознанный в естественнонаучном плане продукт. В математике выработка результатов подчинена внутренней логике изменения проблемной области, а не внешним запросам, какими являются, в частности, запросы естествознания. Естествознание обращается к математике тогда, когда может проецировать математические структуры на проблемную область, может передать математические формулировки своим языком и наоборот.

Необходимость разработки математического аппарата актуализировалась ввиду потребностей описания, анализа процессов дискретной природы. Наличие таких потребностей отмечается в физике: устранение «противоречий» между признанием непрерывности распределения тепла и признанием его молекулярно-кинетической природы; между признанием непрерывности поля и его квантуемости; сходные проблемы имеют место в газовой динамике и т. д. Серьезные трудности наблюдаются в квантовой механике, они состоят в том, «что из того математического аппарата, которым она пользуется... вытекают бесконечные значения полевых масс и констант связи («расходимости»)»; трудности «могут быть объяснены несовершенством… математического аппарата и, в первую очередь, несоответствием действительности современного представления о структуре пространства» [5, с. 59].

Усовершенствование математического аппарата востребовано развитием физики в связи с представлениями структуры пространства. Общепринятое представление структуры пространства как множества точек, где «определены предельные точки подмножеств», сформулированное К. Вейерштрассом, Р. Дедекиндом, Г. Кантором, требует переосмысления ввиду необходимости разработки теорий квантованного пространства – таких методов математика «впрок не заготовила». Запрос налицо; его потенциальное удовлетворение, состоящее в получении эффективных результатов в ходе имманентного прогресса математики, составит содержание грядущей математизации естествознания;

в) во многих случаях математика знает, чтó она может и хочет дать естествознанию. На всех уровнях организации материи, не учитывая морфологическую, структурную специфику объектов, их кинетика универсальна, что, в свою очередь, определяет ее хорошее и сравнительно беспрепятственное моделирование; никаких специальных знаний математику здесь не требуется. Но бывает, что проводящему математизацию теории математику требуется соответствующая естественнонаучная подготовка. Причинами отсутствия широкой математизации химии является то, что лишь 5% математиков сведущи в проблематике этой науки.

Аналогичные проблемы появляются в математическом прогнозировании поведения экосистем. Р. Митчелл, Р. Мауэр, Дж. Даунхауэр отрицательно оценивают экомодели, построенные с применением аппарата дифференциальных уравнений [10], подчеркивая, что использование языка математики «хотя и позволило впервые объединить деятельность биологов разной направленности, но это произошло вне какого-либо… глубокого переосмысливания экологических явлений; весьма сомнительной оказалась практическая ценность… исследования» [4, с. 114]. Причина – «предметная неадекватность» математического аппарата.

Язык дифференциальных уравнений не приспособлен для описания неустойчивых, нестационарных биосферных систем. В полиномиальном моделировании предполагается, что «мир устроен так умно, что аргументами всегда оказываются только неслучайные величины. И, более того, предполагается, что в этом хорошем мире зависимых переменных всегда много меньше, чем аргументов. При изучении экосистем эта посылка явно не выполняется» [4, с. 115]. Вероятностно-статистическое описание основывается на допущении устойчивости частот, их регулярности; утверждается существование некоего «неизменного пространства», «над которым может быть построена функция распределения вероятностей» [4, с. 115]. Между тем не проходит допущение «неизменности пространства», устойчивости частот, нет уверенности в их регулярности и т. д.

Для эффективной математизации учет предметных особенностей естественнонаучной теории достигается в рамках так называемой предметной аксиоматики. Математизация биологии, рассматриваемая обще (неконкретно), не позволит сделать выбор между дискретными и континуальными системами мышления. Но при конкретном подходе такой выбор сделать можно. Для математизации морфологии приоритет у континуального стиля мышления, для математизации генетики – у дискретного. Это должно опираться на предметные аксиомы, играющие роль своеобразных посредников между предметно нейтральной математикой и предметно ориентированными естественнонаучными теориями. При осмыслении «уникальности» биологических систем эффективна теория категорий, способная оперировать «локальным временем» систем в случае соответствующего аксиоматико-предметного задания «индивидуальности» и т. п., производящая функторные сопоставления структур и т. д.

Список литературы

1. Бриллюэн Л. Научная неопределенность и информация. М.: Мир, 1966. 272 с.
2. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. М.: Иностранная литература, 1963. 292 с.
3. Вигнер Е. Этюды о симметрии. М.: Мир, 1971. 318 с.
4. Налимов В.В. Анализ оснований экологического прогноза // Вопросы философии. 1983. № 1. С. 98–117.
5. Розенфельд Б.А. Теория относительности и геометрия // Эйнштейн и развитие физико-математической мысли. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 239 с.
6. Смирнов Г. Числа, которые преобразили мир // Техника молодежи. 1981. № 11. С. 35–39.
7. Степин В.С., Елсуков А.К. Методы научного познания. Минск: Вышэйшая школа, 1974. 152 с.
8. Эйнштейн А. Собрание научных трудов: в 4 т. М.: Наука, 1965. Т. II. 702 с.

9. Эйнштейн А. Собрание научных трудов: в 4 т. М.: Наука, 1967. Т. IV. 600 с.
10. Mitchell R., Mauer R., Daunhauer G. An Evolution of Three Bionic programmer // Science. 1976. Vol. 192 (4243).

THE POWER OF MATHEMATICAL STRUCTURES

V.V. Ilyin, E.A. Biryukova, S.N. Vishnevskaya

Bauman Moscow State Technical University (Kaluga branch), Kaluga

In the centre of author's attention is the story of the creative renewal, the productive restructuring of the body of knowledge based on mathematical ways of thinking and innovative action. Methods of mathematical hypothesis, simulation experiment, abstract modeling with the assessment of the features of possible worlds are considered as contributing to the internal progress of science and stimulating the formation of a new methodological consciousness of physical and mathematical branches of knowledge.

Keywords: *abstract modeling, thought experiment, survey of possibilities***.**

Об авторах:

ИЛЬИН Виктор Васильевич – доктор философских наук, профессор, зав. кафедрой Общественных наук ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (Калужский филиал), Калуга. E-mail: vvilin@yandex.ru

БИРЮКОВА Елена Анатольевна – кандидат философских наук, доцент кафедры Общественных наук ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (Калужский филиал), Калуга. E-mail: cek-mgtu@mail.ru

ВИШНЕВСКАЯ Светлана Николаевна – кандидат философских наук, доцент кафедры Общественных наук ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (Калужский филиал), Калуга. E-mail: ce3@bmstu-kaluga.ru

Authors Information:

ILYIN Viktor Vasilievich – PhD, Prof., Head of the Department of Social Sciences of the Bauman Moscow State Technical University (Kaluga branch), Kaluga. E-mail: vvilin@yandex.ru

BIRYUKOVA Elena Anatolyevna – PhD, Assoc. professor of the Department of Social Sciences of the Bauman Moscow State Technical University (Kaluga branch), Kaluga. E-mail: cek-mgtu@mail.ru

VISHNEVSKAYA Svetlana Nikolaevna – PhD, Assoc. professor of the Department of Social Sciences of the Bauman Moscow State Technical University (Kaluga branch), Kaluga. E-mail: ce3@bmstu-kaluga.ru