УДК 519.216

ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О СМЕШАННОМ ТРАФИКЕ[1]

Сидорова О.И.*, **Суслов Л.В.****, **Хохлов Ю.С.****
*Тверской государственный университет, г. Тверь
**МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва

Поступила в редакцию 03.12.2019, после переработки 20.12.2019.

В данной статье предлагается алгоритм проверки гипотезы о наличии в трафике двух разных независимых компонент с одинаковым параметром Хёрста H. В качестве модели для α–компоненты рассматривается α–устойчивое движение Леви, β–трафик моделируется с помощью фрактального броуновского движения. Тестовая статистка основана на сумме по частоте и масштабу логарифмов модулей вейвлет–коэффициентов и имеет в пределе нормальное распределение при нулевой (β–трафик) и альтернативной ($\alpha + \beta$–трафик) гипотезах.

Ключевые слова: долговременная зависимость, распределения с тяжёлыми хвостами, дробный гауссовский шум, α-устойчивое движение Леви, параметр Хёрста, дискретное вейвлет-разложение.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 4. С. 27–38.
https://doi.org/10.26456/vtpmk544

Введение

Анализ сетевого трафика, а также его моделирование играют важную роль в оценке характеристик производительности сети. Такие модели позволяют создавать более совершенные сетевые маршрутизаторы, а также контролировать сетевой поток. Современные исследования показали, что традиционные модели типа марковских процессов оказываются неадекватными реальным данным, поскольку не обладают такими важными свойствами как долговременная зависимость и тяжёлые хвосты, которые присущи трафику в современных системах телекоммуникации. Поэтому были предложены некоторые новые модели [2]. Одной из них является дробное броуновское движение. Но, как выяснилось позднее, данный подход обладает рядом недостатков. В частности, когда стандартные отклонения трафика превышают его среднее значение, значительная часть синтезированного трафика в такой модели является отрицательной. Это привело исследователей к более сложным моделям для агрегированного трафика, таким как мультифракталы и бесконечно делимые каскады [1]. Но, хотя эти модели статистически более точны, им не хватает сетевой значимости в их параметризации. В частности, они не определяют почему возникает всплески сетевой активности (burstiness).

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-07-00678).

Сравнительно недавно была предложена так называемая α/β–модель [3], в которой часть трафика содержит α–компоненту в виде устойчивого движения Леви, а другая часть — β–компоненту в виде дробного броуновского движения. Первая компонента появляется в случае медленного роста числа соединений с сервером, а вторая — в случае быстрого роста. Было отмечено, что за взрывной характер трафика отвечает именно первая компонента, то есть редко появляющаяся, но очень тяжелая нагрузка. Таким образом смешанный трафик обладает всеми необходимыми свойствами, описанными выше.

В рамках такой модели важной задачей является проверка наличия α–компоненты. Следующей задачей является разделение по имеющимся данным трафика на эти две компоненты. Настоящая работа посвящена первой задаче. Вторая задача будет рассмотрена в последующих статьях.

1. Вспомогательные понятия и результаты

1.1. Устойчивые распределения

Определение 1. *Распределение вероятностей F называется* ***устойчивым****, если для любых н.о.р.с.в. X_1, X_2, X_3, имеющих распределение F, и любых положительных a_1 и a_2 существуют $a_3 > 0$ и $c \in R^1$ такие, что*

$$a_1X_1 + a_2X_2 \overset{d}{=} a_3X_3 + c,$$

где символ $\overset{d}{=}$ означает равенство по распределению.

Если $c = 0$ для всех $a_1, a_2 > 0$, то распределение называется ***строго устойчивым****.*

Устойчивые распределения абсолютно непрерывны, но за исключением трех специальных случаев: $\alpha = 2$ (гауссовское распределение), $\alpha = 1$ (распределение Коши), $\alpha = 0.5$, $\beta = 1$ (распределение Леви) у их плотностей нет явного аналитического выражения. Поэтому обычно такие распределения описываются в терминах характеристических функций:

$$M\left(e^{itX}\right)= \begin{cases} \exp\Big\{-\sigma^\alpha|t|^\alpha\Big(1 - i\beta\, sign(t)\ \mathrm{tg}\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\Big) + i\mu t\Big\}, & \text{если} \quad \alpha \neq 1, \\ \exp\Big\{-\sigma|t|\Big(1 + i\beta\frac{2}{\pi}\, sign(t)\ \ln|t|\Big) + i\mu t\Big\}, & \text{если} \quad \alpha = 1, \end{cases}$$

где $0 < \alpha \leqslant 2$ — показатель устойчивости; $\beta \in [-1, 1]$ — параметр асимметрии; $\sigma > 0$ — параметр масштаба; $\mu \in R^1$ — параметр сдвига. Данный 4–х параметрический закон распределения часто обозначают как $S_\alpha(\beta, \sigma, \mu)$.

При $\beta = 0$ имеем симметричное относительно μ устойчивое распределение, характеристическая функция которого при $\mu = 0$ имеет вид

$$M\left(e^{itX}\right)= \exp\{-\sigma^\alpha|t|^\alpha\}.$$

Характеристическая экспонента α отвечает за скорость убывания хвоста распределения. Случай $\alpha = 2$ соответствует **нормальному распределению** —

единственному из устойчивых законов с конечными математическим ожиданием и дисперсией. При $0 < \alpha < 2$ распределение с.в. X имеет **тяжёлый хвост**, поскольку при $x \to \infty$

$$\begin{array}{rcl} P(X > x) & \sim & C_\alpha \, \sigma^\alpha \, (1+\beta) \cdot x^{-\alpha}, \\ P(X < -x) & \sim & C_\alpha \, \sigma^\alpha (1-\beta) \, x^{-\alpha}, \end{array} \qquad C_\alpha = \frac{2\,\Gamma(\alpha)}{\pi} \sin\left(\frac{\pi\,\alpha}{2}\right). \tag{1}$$

Если $0 < \alpha < 1$, $\mu = 0$ и $\beta = 1$, то случайная величина X положительна с вероятностью 1. В дальнейшем будем говорить, что случайная величина X имеет стандартное α–устойчивое распределение, если $\mu = 0$ и $\sigma = 1$.

Для дальнейшего анализа нам понадобится следующий хорошо известный результат.

Теорема 1. *Положим $\alpha_1 = 2$ и $\alpha_2 = \alpha/2$. Тогда любая случайная величина X с α–устойчивым симметричным распределением представима в виде:*

$$X = Y_1 \cdot \sqrt{Y_2}, \tag{2}$$

где Y_2 — односторонняя $\frac{\alpha}{2}$–устойчивая с.в., а с.в. Y_1 имеет стандартное нормальное распределение.

1.2. Фрактальное броуновское движение и устойчивый процесс Леви

Определение 2. *Случайный процесс $X = \big(X(t),\ t \geqslant 0\big)$ называется* ***процессом Леви****, если выполнены условия:*

1. *$X(0) = 0$ почти наверное;*
2. *X имеет независимые и однородные (по времени) приращения;*
3. *X является стохастически непрерывным;*
4. *траектории X непрерывны справа и имеют конечные пределы слева при $t > 0$.*

В силу независимости и однородности приращений, распределение процесса X полностью и единственным образом определяется распределением с.в. $X(1)$, которое обладает свойством безграничной делимости.

Определение 3. *Случайный процесс $X = (X(t),\ t \geqslant 0)$ называется самоподобным с параметром Хёрста $H > 0$, если он удовлетворяет условию*

$$X(t) \stackrel{d}{=} c^{-H} X(ct),\ \forall t \geqslant 0,\ \forall c > 0.$$

где символ $\stackrel{d}{=}$ означает равенство конечномерных распределений.

Дробное броуновское движение — один из наиболее известных примеров такого процесса.

Определение 4. *Дробным броуновским движением (fractal brownian motion, FBM) с параметром Хёрста H называется гауссовский процесс $(B_H(t), t \geqslant 0)$ с нулевым средним и ковариационной функцией*

$$\gamma_H(t,s) = \frac{1}{2}\big[|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t-s|^{2H}\big]. \tag{3}$$

При $H = 1/2$ имеем обычное броуновское движение.

Однородность ковариационной функции, с одной стороны, обуславливает самоподобие дробного броуновского движения

$$B_H(at) \sim |a|^H \cdot B_H(t).$$

Из (3) следует, что при $H = 0.5$ приращения процесса независимы (обычное броуновское движение); при $0.5 < H < 1$ — приращения процесса положительно коррелированы; при $0 < H < 0.5$ — приращения процесса отрицательно коррелированы.

С другой стороны, асимптотически

$$\gamma_H(k) \sim k^{-\beta} \cdot L(k), \quad 0 < \beta = 2 - 2H < 1, \quad k \to \infty,$$

где $L(k)$ есть медленно меняющаяся на бесконечности функция, что даёт несуммируемую корреляционную функцию

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho(n) = \infty,$$

характеризующую свойство **долгой памяти**.

Другим популярным примером является α–устойчивое движение Леви.

Определение 5. *Случайный процесс $L_\alpha = (L_\alpha(t),\ t \geqslant 0)$ называется α–устойчивым процессом Леви, если это процесс Леви такой, что $L_\alpha(1)$ имеет заданное α–устойчивое распределение.*

Поскольку

$$P\big(L_\alpha(t) > x\big) = P\big(t^{1/\alpha} L_\alpha(1) > x\big) \sim c_\alpha \cdot t \cdot x^{-\alpha}, \quad x \to \infty$$

имеем самоподобный процесс с параметром $H = 1/\alpha$.

Устойчивый процесс Леви самоподобен и имеет независимые приращения с тяжёлыми хвостами. Фрактальное броуновское движение при $0.5 < H < 1$ — самоподобный процесс с долгой памятью, приращения которого характеризуются лёгкими хвостами. Таким образом модель

$$X(t) = \sigma_B\, B_H(t) + \sigma_L\, L_\alpha(t),$$

объединяющая оба этих процесса, позволяет отразить все характерные особенности современного сетевого трафика: самоподобие, долгую память и тяжёлые хвосты.

1.3. Дискретное вейвлет–преобразование

Вейвлет–анализ является разновидностью гармонического анализа. Вейвлеты представляют собой систему базисных функций, ограниченных по времени/пространству и частоте для сигналов/изображений. Это позволяет получить одновременно как временные/пространственные так и частотные характеристики изучаемого сигнала/изображения, при гораздо меньшем числе коэффициентов по сравнению с анализом Фурье.

Существуют непрерывное и дискретное вейвлет–преобразования. В рамках нашего исследования мы будем работать с **дискретным вейвлет–преобразованием (ДВП)** поскольку для него существуют быстрые алгоритмы вычислений, экономные как по числу операций так и по требуемой памяти.

Дискретное вейвлет–преобразование (ДВП) опирается на ортонормированный базис функций вида

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2}\psi_0(2^{-j}t - k), \quad j,k \in \mathrm{Z},$$

где $\psi_0(t)$ и $\psi_{j,k}(t)$ есть материнский и дочерний вейвлеты, $1 \leqslant j \leqslant J$ отвечает за глубину разложения или уровень декомпозиции сигнала, причём за нулевой уровень $j = 0$ обычно принимается уровень максимального временного разрешения сигнала, т.е. сам сигнал, $J = \lfloor \log_2 N \rfloor$ — число октав, $k = \overline{1, n_j}$ — номер коэффициента, а $n_j = \lfloor 2^{-j} \cdot N \rfloor$ — число доступных вейвлет–коэффициентов на шкале j.

Для локализации спектра на материнский вейвлет обычно накладывают требование равенства нулю первых M моментов:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} t^m \cdot \psi_0(t)\, dt = 0, \tag{4}$$

где $m = 0, \ldots, M-1, M$.

В этом случае любая функция $f(t) \in L^2(\mathrm{R})$ разложима по этому базису

$$f(t) = \sum_{j \in \mathrm{Z}} \sum_{k \in \mathrm{Z}} d_{j,k} \cdot \psi_{j,k}(t), \quad d_{j,k} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \psi_{j,k}(t)\, dt, \tag{5}$$

где коэффициенты коэффициенты $d_{j,k}$ определяют проекции сигнала на новый ортогональный базис.

2. Гипотеза о наличии в трафике α– и β–компонент

2.1. Постановка задачи

Пусть $X(t),\ t \geqslant 0$ есть самоподобный процесс с параметром Хёрста H. Нас интересует возможность одновременного присутствия в анализируемом трафике независимых α– и β–компонент с одинаковым параметром Хёрста H. Если рассматривать фрактальное броуновское движение как шум, а устойчивый процесс Леви как полезный сигнал, то нулевая и альтернативная гипотезы примут вид

$$\begin{aligned} H_0 :\ & X(t) = \sigma_B\, B_H(t), \\ H_1 :\ & X(t) = \sigma_B\, B_H(t) + \sigma_L\, L_\alpha(t), \end{aligned} \tag{6}$$

где $\sigma_B,\ \sigma_L > 0$ — масштабные параметры, $\alpha = H^{-1}$.

В силу самоподобия процесса $X(t)$ справедливо

$$X(ct) \overset{d}{=} c^H X(t)$$

и частотно–временная декомпозиция его приращений с помощью вейвлетов приводит к эргодичной и стационарной последовательностям коэффициентов $\{d_{j,k},\, k \in Z\}$ вида

$$d_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{j,k}(t)\, dX(t) = \int_{-\infty}^{\infty} 2^{-0.5\cdot j} \cdot \psi_{0,k}(2^{-j} \cdot t - k)\, dX(t) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} 2^{-0.5\cdot j} \cdot \psi_{0,k}(u-k)\, dX(2^j \cdot u) = \int_{-\infty}^{\infty} 2^{j\cdot(H-0.5)} \cdot \psi_{0,k}(u-k)\, dX(u) =$$

$$= 2^{j\cdot(H-0.5)} \cdot d_{0,k} = 2^{j\cdot\nu} \cdot d_{0,k}, \tag{7}$$

где $\nu = H - 0.5$.

В рамках проверяемой гипотезы структура вейвлет–коэффициентов принимает вид

$$\begin{aligned} H_0 :\ & d_{j,k} = \theta_j \cdot B(1), \\ H_1 :\ & d_{j,k} = \theta_j \cdot B(1) + \widetilde{\theta}_j \cdot L(1), \end{aligned} \tag{8}$$

где $B(1) \sim N(0,1)$, $L(1) = L_\alpha(1)$ — устойчивая симметричная с.в. с нулевым средним, а θ_j, $\widetilde{\theta}_j > 0$ — масштабные параметры, подчиняющиеся условию

$$\theta_j = 2^{j\cdot\nu} \cdot c, \quad \widetilde{\theta}_j = 2^{j\cdot\nu} \cdot \widetilde{c}. \tag{9}$$

Декоррелирующие свойства ортогонального ДВП позволяют полагать, что:

1. для фиксированного j с.в. $\big\{d(j,k)\big\}_{k\in Z}$ независимы и одинаково распределены;
2. последовательности $\big\{d(j,k)\big\}_{k\in Z}$ независимы при разных j.

Пусть $Y_1 = \big\{Y_{1,k}\big\}$ и $Y_2 = \big\{Y_{2,k}\big\}$ — взаимонезависимые последовательности н.о.р.с.в, такие что

$$Y_{1,k} \sim N(0,1), \quad Y_{2,k} \sim S_\alpha(0,1,0),$$

где обобщённые обозначения Y_1 и Y_2 будут использоваться в дальнейшем для упрощения записи.

Заметим, что для с.в. $L(1)$ справедливо представление

$$L_\alpha(1) \stackrel{d}{=} Y_1\sqrt{Y_2}, \quad Y_1 \sim B(0,1), \quad Y_2 \sim S_{\frac{\alpha}{2}}(1,1,0),$$

которое будет полезно при выводе распределения статистики критерия при альтернативной гипотезе.

Тогда справедливо

$$|d_{j,k}| \stackrel{d}{=} \begin{cases} \theta_j \cdot |Y_{1,k}|, & \text{верна } H_0 \\ \theta_j \cdot |Y_{1,k}| \cdot \sqrt{1+\lambda \cdot Y_{2,k}}, & \text{верна } H_1 \end{cases}, \quad \lambda = \left(\frac{\widetilde{c}}{c}\right)^2, \tag{10}$$

где $\lambda > 0$ есть отношение «сигнал–шум» (signal–to–noise ratio).

2.2. Анализ тестовой статистики

Определим **тестовую статистику**

$$T_F = \frac{1}{J_0}\sum_{j=1}^{J_0} T_j = \frac{1}{J_0}\sum_{j=1}^{J_0}\left(\frac{1}{n_j}\sum_{k=1}^{n_j}\log_2\bigl|d_{j,k}\bigr|\right). \tag{11}$$

Рассмотрим величину

$$T_j = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n_j}\log_2\bigl|d_{j,k}\bigr|}{n_j} = \begin{cases} \log_2\theta_j + \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n_j}\ln|Y_{1,k}|}{n_j\cdot\ln 2}, & \text{верна } H_0, \\ \log_2\theta_j + \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n_j}\ln|Y_{1,k}| + 0.5\ln(1+\lambda\cdot Y_{2,k})}{n_j\cdot\ln 2}, & \text{верна } H_1 \end{cases} \tag{12}$$

и найдём её характеристики.

Для с.в. $\ln|Y_1|$ справедливо

$$M\bigl(\ln|Y_1|\bigr) = -\frac{\gamma+\ln 2}{2}, \qquad D\bigl(\ln|Y_1|\bigr) = \frac{\pi^2}{8}, \tag{13}$$

где $\gamma = \lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k} - \ln n \approx 0.5772$ есть постоянная Эйлера.

В силу независимости $d_{j,k}$ для разных k, **при верной гипотезе** H_0, мы получаем

$$\mu_{0,j} = M\bigl(T_j|H_0\bigr) = \log_2\theta_j - \frac{\gamma+\ln 2}{2\cdot\ln 2} = j\cdot\nu + \log_2 c - \frac{\gamma+\ln 2}{2\cdot\ln 2} = j\cdot\nu + c_0,$$
$$\sigma_{0,j}^2 = D\bigl(T_j|H_0\bigr) = \frac{\pi^2}{8\cdot n_j\cdot\ln^2 2},$$

где c_0 — константа независящая от j.

Поскольку $\mu_{0,j} < \infty$ и $\sigma_{0,j} < \infty$ в силу центральной предельной теоремы

$$T_j|H_0 \sim N(\mu_{0,j},\, \sigma_{0,j}^2), \quad n_j \to \infty.$$

Таким образом по крайней мере на уровнях декомпозиции $1 \leqslant j \leqslant J_0 < J$ с числом коэффициентов $n_j \geqslant 30$ можно ожидать нормального распределения для T_j.

В силу независимости $d_{j,k}$ при разных j для статистики T_F при верной H_0 справедливо

$$T_F \sim N(\mu_0, \sigma_0^2), \tag{14}$$

где

$$\begin{aligned}\mu_0 = M\big(T_F|H_0\big) = \frac{1}{J_0}\sum_{j=1}^{J_0}\mu_{0,j} = \log_2 c - \frac{\gamma+\ln 2}{2\cdot\ln 2} + \frac{\nu}{J_0}\sum_{j=1}^{J_0} j = \\ = \log_2 c - \frac{\gamma+\ln 2}{2\cdot\ln 2} + \frac{\nu\cdot(J_0+1)}{2}.\end{aligned} \tag{15}$$

В силу равенства $n_j = 2^{J_0-j}$, $1 \leqslant j \leqslant J_0$, имеем бесконечно убывающую геометрическую прогрессию с $b_1 = 1$ и $q = 0.5$, т.е.

$$\sum_{j=1}^{J_0}\frac{1}{2^{J_0-j}} \to 2, \quad J_0 \to \infty$$

и, следовательно,

$$\sigma_0^2 = D\big(T_F|H_0\big) = \frac{\pi^2}{8\cdot J_0^2\cdot\ln^2 2}\cdot\sum_{k=1}^{J_0}\frac{1}{2^{J_0-j}} \approx \frac{\pi^2}{4\cdot J_0^2\cdot\ln^2 2}. \tag{16}$$

Далее обозначим через $Z = \ln(1+\lambda\cdot Y_2)$ и положим

$$m(H,\lambda) = M(Z), \quad d^2(H,\lambda) = D(Z). \tag{17}$$

Следовательно, при верной H_1 имеем

$$T_j|H_1 \sim N(\mu_{1,j},\, \sigma_{1,j}^2), \quad n_j \to \infty,$$

где

$$\mu_{1,j} = M\big(T_j|H_1\big) = \mu_{0,j} + \frac{m(H,\lambda)}{2\,n_j\,\ln 2} = j\cdot\nu + \log_2 c - \frac{\gamma+\ln 2}{2\cdot\ln 2} + \frac{m(H,\lambda)}{2\cdot\ln 2} =$$

$$= j\cdot\nu + c_1(H,\lambda),$$

$$\sigma_{1,j}^2 = D\big(T_j|H_1\big) = \sigma_{0,j}^2 + \frac{d^2(H,\lambda)}{4\cdot n_j\cdot\ln^2 2} = \frac{\pi^2+2\cdot d^2(H,\lambda)}{8\cdot n_j\cdot\ln^2 2} = \frac{c_2(H,\lambda)}{n_j}.$$

Здесь $c_1(H,\lambda)$ и $c_2(H,\lambda)$ — константы, зависящие от H и λ, и не зависящие от j.

При $n_j \to \infty$ справедливо

$$T_F|H_1 \sim N(\mu_1,\, \sigma_1^2), \tag{18}$$

где

$$\mu_1 = M(T_F|H_1) = \mu_0 + \frac{0.5\,m(H,\lambda)}{\ln(2)}. \tag{19}$$

$$\sigma_1^2 = D(T_F|H_1) = \sigma_0^2 + \frac{d^2(H,\lambda)}{2\,\ln^2(2)\cdot J_0^2}. \tag{20}$$

Задав допустимое значение **вероятности «ложной тревоги»** (ошибки первого рода)

$$p_0 = P\big(H_1|H_0\big) = P\big(T_F > \eta|H_0\big) = 1 - \Phi\left(\frac{\eta-\mu_0}{\sigma_0}\right),$$

можно определить **значение соответствующего порога**

$$\eta = \Phi^{-1}(1-p_0)\cdot\sigma_0 + \mu_0 = \mu_0 + u_{p_0}\cdot\sigma_0, \tag{21}$$

где u_{p_0} — верхняя квантиль порядка p_0 для стандартного нормального закона. Следовательно, решение на уровне значимости p_0 принимает вид

$$H_0:\ T_F < \eta, \quad H_1:\ T_F > \eta. \tag{22}$$

Вероятность «правильного решения» (мощность критерия) при этом будет равна

$$P\big(H_1|H_1\big) = P\big(T_F > \eta|H_1\big) = 1 - \Phi\left(\frac{\eta-\mu_1}{\sigma_1}\right). \tag{23}$$

Для оценки параметра H в случае смешанного трафика можно использовать регрессионный метод, описанный в [4]. Далее, при известном H, численными методами можно получить оценки для $m(H,\lambda)$ и $d^2(H,\lambda)$.

Заключение

В настоящей статье описан метод тестирования самоподобного трафика на присутствие независимых компонент с разными свойствами. Процедура проверки основана на вейвлет–декомпозиции сигнала с помощью ортогонального ДВП. С одной стороны, это позволит оценить по известным алгоритмам (см. выше) параметр Хёрста H и отношение «сигнал–шум» λ, необходимые для построения критерия. С другой стороны, сама статистика T_F является суммой по частоте и масштабу логарифмов модулей вейвлет–коэффициентов. Случайная величина T_F имеет асимптотически нормальное распределение, что позволяет легко проверять соответствующую гипотезу.

Список литературы

[1] Feldmann A., Gilbert A.C., Willinger W. Data Networks as Cascades: Investigating the multifractal nature of Internet WAN traffic // Proc. 1998 ACM SIGCOMM. Pp. 42–55.

[2] Mikosch Th., Resnick S., Rootzen H., Stegeman A. Is network traffic approximated by stable Levy motion or fractional Brownian motion? // Annals of Applied Probability. 2002. Vol. 12, № 1. Pp. 23–68.

[3] Sarvotham S., Riedi R., Baraniuk R. Connection-level Analysis and Modeling of Network Traffic // Proceedings of the 1st ACM SIGCOMM Workshop on Internet measurement, IMW '01 (San Francisco, California, USA). 2001. Pp. 99–103. http://dx.doi.org/10.1145/505202.505215

[4] Сидорова О.И., Хохлов Ю.С. Оценка параметра Хёрста для смешанного трафика // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 3. С. 20–39. https://doi.org/10.26456/vtpmk537

Образец цитирования

Сидорова О.И., Суслов Л.В., Хохлов Ю.С. Проверка гипотезы о смешанном трафике // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 4. С. 27–38. https://doi.org/10.26456/vtpmk544

Сведения об авторах

1. **Сидорова Оксана Игоревна**
доцент кафедры математической статистики и системного анализа Тверского государственного университета.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, д. 33, ТвГУ.
E-mail: oksana.i.sidorova@yandex.ru

2. **Суслов Лев Владимирович**
магистрант кафедры математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Россия, 119992, г. Москва, ГСП-1, Воробьевы горы, МГУ им. М.В. Ломоносова.

3. **Хохлов Юрий Степанович**
профессор кафедры математической статистики факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Россия, 119992, г. Москва, ГСП-1, Воробьевы горы, МГУ им. М.В. Ломоносова.
E-mail: yskhokhlov@yandex.ru

ABOUT TESTING OF MIXED TRAFFIC HYPOTHESIS

Sidorova Oksana Igorevna
Associate Professor in the Department of Mathematical Statistics and System Analysis, Tver State University
Russia, 170100, Tver, 33 Zhelyabova str., TverSU.
E-mail: oksana.i.sidorova@yandex.ru

Syslov Lev Vladimirovich
Master student in the Department of Mathematical Statistics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Lomonosov Moscow State University
Russia, 119992, Moscow, GSP-1, Vorobyovi gory, Lomonosov MSU.

Khokhlov Yury Stepanovich
Professor in the Department of Mathematical Statistics, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Lomonosov Moscow State University
Russia, 119992, Moscow, GSP-1, Vorobyovi gory, Lomonosov MSU.
E-mail: yskhokhlov@yandex.ru

Received 03.12.2019, revised 20.12.2019.

This article proposes some test for presence in traffic two different independent components with a single Hurst parameter H. We use α–stable Levy motion and fractal Brownian motion as models for α– and β–components respectively. The test statistic is based on frequency–scale sum of logarithms of the wavelet–coefficients absolute values and asymptotically converge to a normal distribution under null (β–traffic) and alternative ($\alpha+\beta$–traffic) hypothesis.

Keywords: long-range dependence, heavy-tailed distributions, fractal brownian noise, α-stable Lévy motion, Hurst parameter, wavelet decomposition.

Citation

Sidorova O.I., Syslov L.V., Khokhlov Yu.S., "About testing of mixed traffic hypothesis", *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2019, № 4, 27–38 (in Russian). https://doi.org/10.26456/vtpmk544

References

[1] Feldmann A., Gilbert A.C., Willinger W., "Data Networks as Cascades: Investigating the multifractal nature of Internet WAN traffic", *Proc. 1998 ACM SIGCOMM*, 42–55.

[2] Mikosch Th., Resnick S., Rootzen H., Stegeman A., "Is network traffic approximated by stable Levy motion or fractional Brownian motion?", *Annals of Applied Probability*, **12**:1 (2002), 23–68.

[3] Sarvotham S., Riedi R., Baraniuk R., "Connection-level Analysis and Modeling of Network Traffic", *Proceedings of the 1st ACM SIGCOMM Workshop on Internet measurement*, IMW '01 (San Francisco, California, USA), 2001, 99–103, http://dx.doi.org/10.1145/505202.505215.

[4] Sidorova O.I., Khokhlov Yu.S., "Estimation of the Hurst exponent in the mixed traffic models", *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2019, № 3, 20–39 (in Russian), https://doi.org/10.26456/vtpmk537.