

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАВЕДЕНИЯ РАКЕТЫ КЛАССА
«ВОЗДУХ-ВОЗДУХ» НА ВОЗДУШНУЮ ЦЕЛЬ КЛАССА
«ВЕРТОЛЕТ» ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ ЕГО ПОЛЕТА**

**Богданов А.В.* , Гамов М.В.* , Горбунов С.А.* , Кучин А.А.* ,
Лобанов А.А.* , Филонова П.А.****

*Военная академия воздушно-космической обороны
имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова, г. Тверь

**Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
г. Красногорск

Поступила в редакцию 10.09.2019, после переработки 24.11.2019.

Расширение функций и областей применения вертолетов различного назначения определяет востребованность и актуальность разработки новых способов и средств их поражения. Одним из перспективных способов борьбы с воздушными целями класса «вертолет» является применение авиационных управляемых ракет класса «воздух-воздух». Наведение управляемых ракет на воздушные цели осуществляется за счет реализации соответствующих алгоритмов наведения в вычислителе ракеты. Анализ существующих алгоритмов наведения управляемых авиационных ракет на воздушные цели показал их недостаточную эффективность при наведении на вертолет при различном характере его полета. Поэтому объективно существует необходимость разработки новых алгоритмов, учитывающих особенности полета вертолета, и обеспечивающих оптимальное управление полетом ракеты при ее наведении на вертолет. В качестве подхода для получения оптимальных алгоритмов управления ракетой при наведении на вертолет предлагается использование математического аппарата статистической теории оптимального управления в пространстве состояний. В соответствии с указанным подходом в основе синтеза алгоритмов лежит математическая модель взаимного перемещения ракеты и вертолета в процессе наведения. Существующие модели не учитывают особенности динамики изменения основных параметров движения вертолета при различном характере его полета. В связи с этим целью данной статьи является разработка математической модели взаимного перемещения управляемой ракеты и воздушной цели класса «вертолет». Для определенности в данной работе рассмотрен один из режимов полета вертолета – стационарный.

Ключевые слова: вертолёт, управляемая ракета, активная головка самонаведения, радиоэлектронная система управления, пространство состояний.

Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 4. С. 88–97.
<https://doi.org/10.26456/vtpmk548>

Введение

Опыт применения армейской авиации показал, что вертолеты являются мощным средством борьбы с артиллерией, бронетанковой и автотранспортной техникой [1, 2]. К специальным задачам армейской авиации относятся минирование и разминирование участков местности с воздуха, обеспечение управления и связи, корректирование огня артиллерии, радиоэлектронное противодействие, охрана тыловых районов войск, поисково-спасательное обеспечение.

Расширение функций и областей применения вертолетов различного назначения предопределяет востребованность и актуальность разработки средств их поражения при решении тактических и оперативных задач. Одним из эффективных путей поражения воздушных целей (ВЦ) класса «вертолет» является применение управляемых ракет (УР) класса «воздух-воздух» с активной радиолокационной головкой самонаведения (АРГС) [3, 4].

Наведение ракеты на воздушную цель заключается в реализации соответствующего алгоритма наведения, выражающегося в законе изменения требуемого значения бокового ускорения ракеты j_p , которое в данном случае является управляющим сигналом.

Поражение ВЦ класса «вертолет» требует применения специальных алгоритмов управления боковым ускорением ракеты и, соответственно, реализации отдельного режима функционирования АРГС – режима «вертолет» [4].

Анализ существующих алгоритмов наведения управляемых авиационных ракет на воздушные цели показал их недостаточную эффективность при наведении на вертолет при различном характере его полета [3].

Отсюда возникает необходимость синтеза оптимальных алгоритмов наведения (управления боковым ускорением) ракеты класса «воздух-воздух» с АРГС в интересах повышения эффективности поражения ВЦ класса «вертолет» при различном характере его полета.

В качестве подхода для получения оптимальных алгоритмов управления ракетой при наведении на вертолет предлагается использование математического аппарата статистической теории оптимального управления в пространстве состояний [4, 5]. В соответствии с указанным подходом в основе синтеза алгоритмов лежит математическая модель взаимного перемещения ракеты и вертолета в процессе наведения. Существующие модели не учитывают особенности динамики изменения основных параметров движения вертолета при различном характере его полета.

В связи с этим целью данной статьи является разработка математической модели взаимного перемещения управляемой ракеты и воздушной цели класса «вертолет».

1. Разработка математической модели

При получении математической модели будем предполагать, что выполняются следующие допущения:

- каналы управления в горизонтальной и вертикальной плоскостях не влияют друг на друга, поэтому ниже будет рассматриваться только горизонтальная плоскость;

- при самонаведении на борту ракеты формируются значения требуемого поперечного ускорения;
- под стационарным полетом понимается горизонтальный полет вертолета, при котором скорость V_B , высота H , и курс не изменяются во времени, при этом $V_B \neq 0$.

При принятом условии, что управление ракетой в горизонтальной и вертикальной плоскостях идентично и независимо, будем рассматривать динамику взаимного перемещения цели и УР в горизонтальной плоскости. Результаты такого рассмотрения могут быть приведены и для вертикальной плоскости.

Проанализируем динамику взаимного перемещения одной ракеты относительно ВЦ класса «вертолет». На рисунке 1 в системе координат ХОУ показаны геометрические соотношения между УР и ВЦ класса «вертолет» при наведении УР по методу пропорционального наведения (МНП), который, в свою очередь, является разновидностью метода наведения в упрежденную точку встречи (УТВ) [6].

На рисунке 1 обозначены D - расстояние между УР и ВЦ класса «вертолет»; ω - угловая скорость линии визирования «УР-ВЦ»; V_p, V_c - текущие скорости УР и ВЦ класса «вертолет» соответственно; j_p, j_c - поперечные к линии визирования ускорения УР и ВЦ класса «вертолет» соответственно; ϵ_{pc} - углы визирования в системе «УР-ВЦ»; ϕ, ϕ_t - текущее и требуемое значения бортового пеленга пеленга ВЦ класса «вертолет» с УР; φ_c - текущие значения курсов полета УР и ВЦ класса «вертолет» соответственно; φ_t - требуемое значение курса полета УР; ϕ_y - угол упреждения; q - угол между линией визирования «УР-ВЦ» и линией пути ВЦ класса «вертолет»; (x_c, y_c) - координаты ВЦ класса «вертолет»; (x_p, y_p) - координаты УР.

Набор фазовых координат УР и связи между ними в математической модели, описывающий взаимное перемещение УР относительно ВЦ, должен обеспечить:

- диапазон возможных изменений собственных фазовых координат УР и ВЦ;
- выполнение условий управляемости и наблюдаемости;
- возможность декомпозиции для упрощения синтезируемого алгоритма.

С учетом этих требований и рисунка 1 математическая модель, описывающая взаимное перемещение УР и ВЦ, должна включать дифференциальное уравнение, описывающее изменение управляемого параметра – угловой скорости линии визирования «УР-ВЦ» в зависимости от параметра управления – бокового ускорения j_p ракеты в горизонтальной плоскости, которое имеет следующий вид [6]

$$\dot{\omega} = -\frac{2\dot{D}}{D}\omega + \frac{1}{D}(j_c - j_p) + \xi_\omega, \omega(0) = \omega_0, \quad (1)$$

где, кроме ранее обозначенных, \dot{D} скорость изменения расстояния между ракетой и целью; ξ_ω - центрированный белый гаусовский шум с известной односторонней спектральной плотностью.

В интересах последующего синтеза оптимальных алгоритмов управления боковым ускорением ракеты необходимо дополнить математическую модель взаимного перемещения УР и ВЦ (1) дифференциальными уравнениями, учитывающими непосредственное траекторное управление ракетой

$$\dot{\omega}_T = 0; \omega_T(0) = \frac{\lambda F_d}{2}, \quad (2)$$

где, λ - длина волны АРГС ракеты; F_d - частота Доплера, обусловленная взаимным перемещением УР и ВЦ.

Для обеспечения в АРГС УР условий радиолокационного наблюдения сигналов вторичной модуляции в интересах дальнейшего распознавания ВЦ необходимо, чтобы ракета находилась в так называемом конусе распознавания ВЦ [7], который характеризуется углом между вектором скорости ВЦ и линией визирования «УР-ВЦ» в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно (угол q на рисунке 1).

Из анализа рисунка 1 можно найти выражение для угловой скорости вращения ЛВ «УР-ВЦ» следующим образом

$$\omega = \frac{V_p \sin(\varphi - \varphi_T) - V_u \sin q}{D}, \quad (3)$$

Выразим из формулы (3) угол q как

$$q = \arcsin \left(\frac{V_p \sin(\varphi - \varphi_T) - \omega D}{V_u} \right) \approx \arcsin \left(\frac{V_p(\varphi - \varphi_T) - \omega D}{V_u} \right), \quad (4)$$

Продифференцируем (4) по времени, при допущениях, что $V_p, V_u = const$

$$\dot{q} = \frac{V_p \dot{\varphi} - V_p \dot{\varphi}_T - \dot{\omega} D - \omega \dot{D}}{\sqrt{V_u^2 - (V_p \varphi - V_p \varphi_T - \omega D)^2}}, \quad (5)$$

Подставим выражение (1) в выражение (5) без шумовой составляющей

$$\dot{q} = \frac{V_p \dot{\varphi} - V_p \dot{\varphi}_T + \dot{D} \omega + j_p - j_u}{\sqrt{V_u^2 - (V_p \varphi - V_p \varphi_T - \omega D)^2}}, \quad (6)$$

Из формул (1) и (6) следует, что посредством управления угловой скоростью вращения ω линии визирования «УР-ВЦ» имеется возможность измерения ракурса радиолокационного наблюдения, который характеризуется значением угла q

Из рисунка 1 и формул (1) и (6) может быть получена следующая математическая модель, описывающая взаимное перемещение управляемой ракеты и воздушной цели класса «вертолет»

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{V_p \dot{\varphi} - V_p \dot{\varphi}_T + \dot{D} \omega + j_p - j_u}{\sqrt{V_u^2 - (V_p \varphi - V_p \varphi_T - \omega D)^2}}; & q(0) = q_0 \\ \dot{\omega} = -\frac{2\dot{D}}{D} \omega + \frac{1}{D} (j_u - j_p) + \xi_\omega; & \omega(0) = \omega_0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \omega + \frac{1}{D} (j_p - j_u); & \varphi(0) = \varphi_0 \\ \dot{D} = V_{pц}; & D(0) = D_0 \\ \dot{V}_{pц} = j_{прод}; & V_{pц} = V_{pц0} \\ \dot{j}_{прод} = -\alpha j_{прод} + \xi_{j_{прод}}; & j_{прод}(0) = j_{прод0} \end{cases} \quad (8)$$

где ω - угловая скорость линии визирования «УР-ВЦ», ξ_ω , $\xi_{j\text{прод}}$ - центрированные гаусовские шумы, характеризующие случайные возмущения системы «УР-ВЦ», φ - требуемый пеленг цели с ракетой; $\dot{D} = V_{pц}$ - скорость изменения расстояния между ракетой и целью; α - коэффициент, характеризующий маневренные свойства ракеты.

Данная математическая модель взаимного перемещения ракеты и воздушной цели класса «вертолет» в процессе наведения показывает динамику изменения основных параметров во времени.

Для самонаведения ракеты на вертолет, выполняющий полет в стационарном режиме, уравнениям (7) и (8) должна соответствовать следующая модель измерений, формируемых в АРГС ракеты

$$\begin{cases} z_\phi = \varphi + \xi_\phi; \\ z_D = D + \xi_D; \\ z_V = V_{pц} + \xi_{V_{pц}}; \end{cases} \quad (9)$$

где ξ_ϕ , ξ_D , $\xi_{V_{pц}}$ - центрированные гаусовские шумы измерений в угломерном, дальномерном и скоростном каналах.

Условие наблюдаемости [7] системы (7), (8) измерениями (9) выполняется, поскольку в каждой группе функционально связанных координат модели состояния измеряются как минимум нулевые производные.

Заключение

В статье разработана математическая модель взаимного перемещения управляемой ракеты класса «воздух-воздух» с АРГС и воздушной цели класса «вертолет». Данная модель представляет собой совокупность дифференциальных уравнений, описывающих динамику изменения основных параметров взаимного перемещения вертолета, как воздушной цели, и авиационной управляемой ракеты при её наведении на вертолет. Особенностью данной модели, отличающей её от известных, является учёт особенностей характера изменения основных параметров движения вертолета в стационарном режиме его полета. Полученная динамическая модель в соответствии с положениями статистической теории оптимального управления в пространстве состояний может быть основой для синтеза алгоритмов наведения авиационных управляемых ракет на воздушные цели класса «вертолет» при различном характере их полета.

Список литературы

- [1] Будник А.С. Опыт применения вертолетов армейской авиации в локальных войнах и вооруженных конфликтах // Военная мысль. 2016. № 4. С. 320–331.
- [2] Пивоваров, Ю.Ф., Первов О.А. Армейская авиация в локальных войнах и вооруженных конфликтах современности // Военно-исторический журнал. 2007. № 1. С. 11–15.
- [3] Шпортко С.А., Кучин А.А., Закомолдин Д.В. Методы наведения летательных аппаратов на воздушные цели. Тверь, 2015.

- [4] Меркулов В.И., Верба В.С., Ильчук А.Р. Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов / под ред. В.С. Вербы. Теоретические основы. РЛС в составе интегрированного авиационного комплекса. Т. 1. М.: Радиотехника, 2018.
- [5] Меркулов В.И., Дрогалин В.В., Канащенков А.И., Лепин В.Н., Самарин О.Ф., Соловьев А.А. Авиационные системы радиоправления. Принципы построения систем радиоправления. Основы синтеза и анализа. Т. 1. 2003.
- [6] Меркулов В.И., Дрогалин В.В., Канащенков А.И., Лепин В.Н., Самарин О.Ф., Соловьев А.А. Авиационные системы радиоправления. Радиоэлектронные системы самонаведения. Т. 2. 2003.
- [7] Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Теоретические основы. М.: Радиотехника, 2012.

Образец цитирования

Богданов А.В., Гамов М.В., Горбунов С.А., Кучин А.А., Лобанов А.А., Филонова П.А. Математическая модель наведения ракеты класса «воздух-воздух» на воздушную цель класса «вертолет» при стационарном режиме его полета // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 4. С. 88–97. <https://doi.org/10.26456/vtprmk548>

Сведения об авторах

- 1. Богданов Александр Викторович**
старший научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории Военной академии воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова.
Россия, 170100, г. Тверь, ул. Жигарева, д. 50, ВА ВКО им. Г.К. Жукова.
- 2. Гамов Максим Викторович**
профессор кафедры оценки эффективности боевых действий Военной академии воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова.
Россия, 170100, г. Тверь, ул. Жигарева, д. 50, ВА ВКО им. Г.К. Жукова.
- 3. Горбунов Сергей Александрович**
адъюнкт кафедры основ построения радиоэлектронных средств и систем Военной академии воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова.
Россия, 170100, г. Тверь, ул. Жигарева, д. 50, ВА ВКО им. Г.К. Жукова.
- 4. Кучин Александр Александрович**
заместитель начальника кафедры основ построения радиоэлектронных средств

и систем Военной академии воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Жигарева, д. 50, ВА ВКО им. Г.К. Жукова.

5. Лобанов Александр Александрович

адъюнкт кафедры автоматизированных систем управления (и связи) военной академии воздушно-космической обороны имени Маршала Советского Союза Г.К. Жукова.

Россия, 170100, г. Тверь, ул. Жигарева, д. 50, ВА ВКО им. Г.К. Жукова.

6. Филонова Полина Андреевна

студентка факультета «Оптико-электронное приборостроение» Московского государственного технического университета имени Н. Э. Баумана.

Россия, 143402, Московская область, г. Красногорск, ул. Речная, д. 7А.

**A MATHEMATICAL MODEL OF POINTING AN AIR-TO-AIR
MISSILE AT AN AIR TARGET OF A HELICOPTER CLASS
IN A STATIONARY MODE OF ITS FLIGHT**

Bogdanov Alexander Viktorovich

Senior Researcher at Research Laboratory, Military Aerospace Defense Academy
named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov
Russia, 170100, Tver, 50 Zhigareva str., MADA.

Gamov Maksim Viktorovich

Professor of the Department for Evaluating the Effectiveness of Military Operations,
Military Aerospace Defense Academy named after Marshal of the Soviet Union G.K.
Zhukov
Russia, 170100, Tver, 50 Zhigareva str., MADA.

Gorbunov Sergey Alexandrovich

Adjunct of the Department of Fundamentals of Building Electronic Equipment and
Systems, Military Aerospace Defense Academy named after Marshal of the Soviet
Union G.K. Zhukov
Russia, 170100, Tver, 50 Zhigareva str., MADA.

Kuchin Alexander Alexandrovich

Deputy Head of the Department of Fundamentals of the Construction of Radio
Electronic Equipment and Systems, Military Aerospace Defense Academy named
after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov
Russia, 170100, Tver, 50 Zhigareva str., MADA.

Lobanov Alexander Alexandrovich

Adjunct of the Department of Automated Control Systems (and Communications),
Military Aerospace Defense Academy
named after Marshal of the Soviet Union G.K. Zhukov
Russia, 170100, Tver, 50 Zhigareva str., MADA.

Filonova Polina Andreyevna

Student of the faculty "Optoelectronic Instrumentation Bauman Moscow State
Technical University
Russia, 143402, Moscow region, Krasnogorsk, 7A Rechnaya str.

Received 10.09.2019, revised 24.11.2019.

The expansion of the functions and applications of helicopters of various purposes determines the demand for and relevance of the development of new methods and means of their destruction. One promising way to combat helicopter-class aerial targets is to use air-to-air guided missiles. Guided missiles are guided to aerial targets due to implementation of appropriate guidance algorithms in missile computer. Analysis of existing algorithms of guided aircraft missiles guidance to aerial targets showed their insufficient efficiency when guided to a helicopter with different nature of its flight. Therefore, there is an objective need to develop new algorithms that take into account the peculiarities of helicopter flight and ensure optimal control

of missile flight when it is directed to the helicopter. As an approach for obtaining optimal algorithms of missile control when pointing on a helicopter, it is proposed to use a mathematical apparatus of statistical theory of optimal control in the space of states. According to this approach, the synthesis of algorithms is based on a mathematical model of mutual movement of a missile and a helicopter during guidance. The existing models do not take into account the peculiarities of dynamics of change of the main parameters of helicopter movement at different nature of its flight. In this connection, the purpose of this article is to develop a mathematical model of mutual movement of the guided missile and the air target of the "helicopter" class. For certainty in this work one of helicopter flight modes - stationary - is considered. The obtained model will be the basis for further development of optimal algorithms of guided missile guidance when guided on a helicopter.

Keywords: helicopter, guided missile, active homing head, radioelectronic system, state area.

Citation

Bogdanov A.V., Gamov M.V., Gorbunov S.A., Kuchin A.A., Lobanov A.A., Filonova P.A., "A mathematical model of pointing an air-to-air missile at an air target of a helicopter class in a stationary mode of its flight", *Vestnik TverGU. Seriya: Prikladnaya Matematika [Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics]*, 2019, № 4, 88–97 (in Russian). <https://doi.org/10.26456/vtpmk548>

References

- [1] Budnik A.S., "The experience of using army aviation helicopters in local wars and armed conflicts", *Voennaya Mysl [Military Thought]*, 2016, № 4, 320–331 (in Russian).
- [2] Pivovarov, Yu.F., Pervov O.A., "Army aviation in local wars and armed conflicts of our time", *Voенно-istoricheskij zhurnal [Military History Journal]*, 2007, № 1, 11–15 (in Russian).
- [3] Shportko S.A., Kuchin A.A., Zakomoldin D.V., *Metody navedeniya letatelnykh apparatov na vozdushnye tseli [Aircraft Aiming Methods]*, Tver, 2015 (in Russian).
- [4] Merkulov V.I., Verba V.S., Ilchuk A.R., *Avtomaticheskoe soprovozhdenie tselej v RLS integrirovannykh aviatsionnykh kompleksov [Automatic tracking of targets in radar integrated aircraft systems]*, Theoretical basis. Radar as part of an integrated aviation complex. V. 1, ed. V.S. Verba, Radiotekhnika Publ., Moscow, 2018 (in Russian).
- [5] Merkulov V.I., Drogalin V.V., Kanashchenkov A.I., Lepin V.N., Samarin O.F., Solov'ev A.A., *Aviatsionnye sistemy radioupravleniya [Aircraft Radio Control Systems]*, The principles of building radio control systems. Basics of synthesis and analysis. V. 1, 2003 (in Russian).

-
- [6] Merkulov V.I., Drogalin V.V., Kanashchenkov A.I., Lepin V.N., Samarin O.F., Solovev A.A., *Aviatsionnye sistemy radioupravleniya [Aircraft Radio Control Systems]*, Electronic homing systems. V. 2, 2003 (in Russian).
- [7] Yarlykov M.S., Bogachev A.S., Merkulov V.I., Drogalin V.V., *Radioelektronnye komplekсы navigatsii, pritselivaniya i upravleniya voozuzheniem letatelnykh apparatov. Teoreticheskie osnovy [Radio-electronic systems for navigation, aiming and armament control of aircraft. Theoretical basis]*, Radiotekhnika Publ., Moscow, 2012 (in Russian).