УДК 519.865.7

МОДЕЛЬ НАЛОГОВОЙ КОНКУРЕНЦИИ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ МОБИЛЬНОСТИ ИНВЕСТОРОВ

Леонова Н.А.[*], **Колесник Г.В.**[**]
[*] ЗАО НИИ Центрпрограммсистем, г. Тверь
[**] Кафедра математической статистики и системного анализа

Поступила в редакцию 05.10.2009, после переработки 20.11.2009.

В статье рассматриваются математические модели, описывающие региональную налоговую конкуренцию с учетом ограничения мобильности налогоплательщиков. Показывается, что при достаточно большом количестве инвесторов, в системе возможны равновесия Нэша, отличные от стандартного равновесия «гонки ко дну».

The paper considers mathematic model of interregional tax competition which takes into account taxpayers mobility constraint. It is shown that when the number of taxpayers is big enough the model allows Nash equilibrium with non-minimal tax rates existence, preventing thereby the race to the bottom.

Ключевые слова: налогообложение, инвестиции, налоговая конкуренция, налоговые льготы, региональная экономика, олигополия.
Keywords: taxation, investment, tax competition, tax privileges, regional economy, oligopoly.

Введение

В настоящее время распространенным подходом к исследованию явления налоговой конкуренции является применение моделей, аналогичных моделям ценовой конкуренции на товарных рынках [1]. Согласно классическому результату Бертрана, равновесная цена на таком рынке устанавливается на уровне предельных издержек [2], что в моделях налоговой конкуренции транслируется в равновесие «гонки ко дну», представляющее собой назначение властями минимально возможных ставок налогов [3]. В результате этого могут существенно снижаться налоговые поступления в бюджет, что приводит к ухудшению финансирования социальных программ и инфраструктурных проектов и, как следствие, к деградации социальной сферы в юрисдикции.

Поэтому актуальной является задача определения условий, при которых становится возможным возникновение равновесий, отличных от «гонки ко дну».

Одним из возможных механизмов, препятствующих излишнему снижению цен на товарных рынках, является ограничение мобильности потребителей. В теории олигополистических рынков это ограничение моделируется с использованием понятия локальной монополии [4, 5]. Под локальной монополией понимается специфический частный случай олигополистического рынка, когда потребители ограничены в выборе поставщика продукции, неся определенные издержки при переключении на другого поставщика. Результатом этого ограничения является возможность установления продавцами более высоких цен, нежели при конкуренции по Бертрану.

В статье рассматривается математическая модель, описывающая региональную налоговую конкуренцию с учетом ограничения мобильности налогоплательщиков. Показывается, что в этих условиях могут возникать равновесия, отличные от классической ситуации «гонки ко дну».

1. Модель с бесконечным числом инвесторов

Рассмотрим модель, в которой игроками являются 2 региона и множество инвесторов. Будем предполагать, что при выборе агентом региона для инвестирования, он учитывает не только налоговую политику регионов, но и дополнительные издержки, связанные с организацией бизнеса в каждом из регионов (например, транспортные издержки). Пусть $i-$му инвестору необходимо дополнительно затратить $G_i^{(1)}$ денежных единиц при реализации инвестиционного проекта в регионе 1 и $G_i^{(2)}$ денежных единиц – в регионе 2. Предположим, что на множестве инвесторов величина $G_i^{(1)}$ имеет равномерное распределение на $[0,\ \overline{G}]$ и $G_i^{(2)} = \overline{G} - G_i^{(1)}$.

Денежный поток $i-$го инвестора при условии, что он вкладывает средства в q-й регион, составит

$$V_i = \sum_{t=1}^{T} \frac{\pi_i(t)}{(1+\delta)^t} \cdot (1 - r_{np}^{(q)}) - G_i^{(q)} \tag{1}$$

где $\pi_i(t)$ – прибыль i-го инвестора, полученная им от инвестиционного проекта в году t; $r_{np}^{(q)}$ – ставка налога на прибыль в регионе q; δ – коэффициент дисконтирования денежного потока для инвестора; T – горизонт планирования.

Предположим, что деятельность всех инвесторов характеризуется одинаковой чистой прибылью: $\pi_i(t) = \pi(t)$. Тогда доналоговая прибыль у всех инвесторов будет одинакова. Обозначим чистую приведенную стоимость этой величины через

$$A = \sum_{t=1}^{T} \frac{\pi(t)}{(1+\delta)^t}.$$

В этих условиях максимизация функции (1) эквивалентна минимизации налоговых платежей и дополнительных расходов инвестора:

$$A \cdot r_{np}^{(q)} + G_i^{(q)} \to \min_q . \tag{2}$$

Решением задачи (2) является следующая стратегия: инвестор i выберет первый регион, если выполнено условие

$$A \cdot r_{np}^{(1)} + G_i^{(1)} < A \cdot r_{np}^{(2)} + G_i^{(2)}. \tag{3}$$

Если правая и левая части выражения (3) одинаковы, то инвестор безразличен к выбору региона. Будем предполагать, что в этом случае он с вероятностью $\frac{1}{2}$ выбирает любой из них.

Обозначим через $g_i = G_i^{(1)} - G_i^{(2)}$. При указанных выше предположениях величина g_i равномерно распределена на отрезке $[-\overline{G},\ \overline{G}]$. В терминах данной величины условие принятия решения (3) перепишется в виде:

$$g_i < A(r_{np}^{(2)} - r_{np}^{(1)}). \tag{4}$$

Обозначим через $M^{(q)}$ множество инвесторов, вкладывающих средства в регион q. Тогда неравенство (4) описывает множество инвесторов $M^{(1)}$, выбирающих для инвестирования регион 1.

Будем считать, что регион q максимизирует ожидаемые налоговые поступления на горизонте планирования, которые составят

$$C^{(q)} = \int\limits_{M^{(q)}} A r_{np}^{(q)} dF_{G^{(q)}}, \tag{5}$$

где $F_{G^{(q)}}$ – функция распределения случайной величины $G^{(q)}$.

Региональные власти могут устанавливать ставку налога на прибыль $r_{np}^{(q)} \in [r_{min}, r_{max}]$.

Используя выражение (4), критерий эффективности региона (5) для равномерно распределенной величины $G_i^{(1)}$ можно записать в следующем виде:

$$C^{(1)} = -\frac{A^2}{2\overline{G}}(r_{np}^{(1)})^2 + \frac{(A^2 r_{np}^{(2)} + \overline{G}A)}{2\overline{G}} r_{np}^{(1)} \to \max_{r_{np}^{(1)} \in [r_{min}, r_{max}]}; \tag{6}$$

$$C^{(2)} = -\frac{A^2}{2\overline{G}}(r_{np}^{(2)})^2 + \frac{(A^2 r_{np}^{(1)} + \overline{G}A)}{2\overline{G}} r_{np}^{(2)} \to \max_{r_{np}^{(2)} \in [r_{min}, r_{max}]}. \tag{7}$$

Таким образом, в условиях оптимального поведения инвесторов приведенная модель инвестиционного и налогового взаимодействия сводится к некооперативной игре («конкуренции») регионов (6) – (7). Возможные равновесия в ней описываются следующим утверждением.

Утверждение 1. *В игре (6) - (7) существует три типа равновесий Нэша: симметричное равновесие с минимальными ставками налогов («гонка ко дну»), симметричное равновесие с максимальными ставками налогов («гонка к поверхности») и промежуточное равновесие.*

Действительно, наилучшими ответами регионов в данной игре будут являться решения задач максимизации (6) и (7) при фиксированных стратегиях остальных участников. В силу того, что критерии $C^{(1)}$ и $C^{(2)}$ представляют собой квадратичные функции от управляемых переменных, оптимальная стратегия будет совпадать с вершиной параболы, если она находится на отрезке $[r_{min}, r_{max}]$ и с одной из границ в противном случае:

$$BR_1(r_{np}^{(2)}) = \begin{cases} r_{min}, & \frac{r_{np}^{(2)}}{2} + \frac{\overline{G}}{2A} < r_{min}, \\ \frac{r_{np}^{(2)}}{2} + \frac{\overline{G}}{2A}, & r_{min} < \frac{r_{np}^{(2)}}{2} + \frac{\overline{G}}{2A} < r_{max}, \\ r_{max}, & \frac{r_{np}^{(2)}}{2} + \frac{\overline{G}}{2A} > r_{max}. \end{cases} \tag{8}$$

$$BR_2(r_{np}^{(1)}) = \begin{cases} r_{min}, & \frac{r_{np}^{(1)}}{2} + \frac{\overline{G}}{2A} < r_{min}, \\ \frac{r_{np}^{(1)}}{2} + \frac{\overline{G}}{2A}, & r_{min} < \frac{r_{np}^{(1)}}{2} + \frac{\overline{G}}{2A} < r_{max}, \\ r_{max}, & \frac{r_{np}^{(1)}}{2} + \frac{\overline{G}}{2A} > r_{max}. \end{cases} \tag{9}$$

Рассматривая все возможные пересечения кривых $BR_1(r_{np}^{(2)})$ и $BR_2(r_{np}^{(1)})$, приходим к следующим равновесиям:

1) «гонка ко дну», представляющая собой равновесие при минимальных ставках налога (r_{min}, r_{min}), возникает, когда выполнено условие $\frac{\overline{G}}{A} < r_{min}$ (рис. 1).

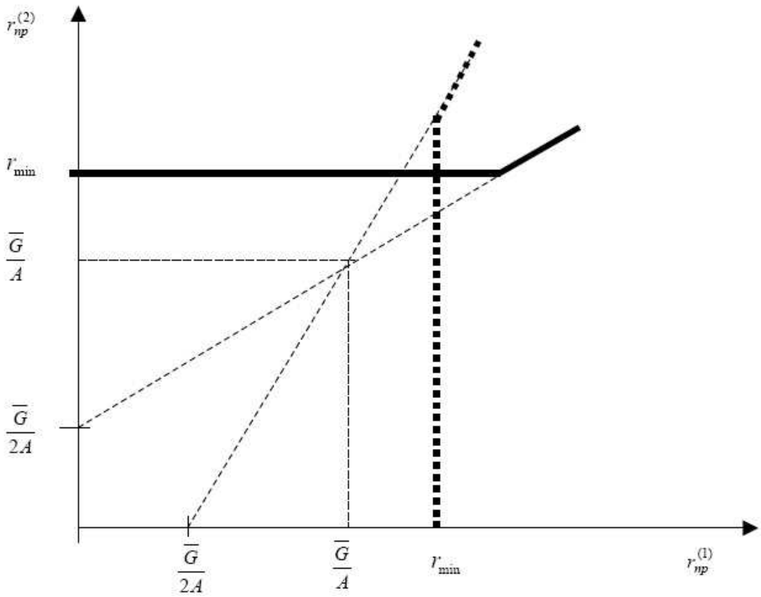

Рис. 1: Равновесие с минимальными ставками налога («гонка ко дну»)

2) «гонка к поверхности», соответствующая равновесию при максимальных ставках (r_{max}, r_{max}), реализуется, если $\frac{\overline{G}}{A} > r_{max}$ (рис.2).

3) симметричное равновесие при промежуточных ставках налога $r_{np}^{(1)} = r_{np}^{(2)} = \frac{\overline{G}}{A}$ возникает когда выполнено условие $r_{min} < \frac{\overline{G}}{A} < r_{max}$ (рис. 3).

Таким образом, в зависимости от ограничений на параметры модели $\overline{G}$, A, r_{min}, r_{max} может образоваться одно из трех равновесий: классическая ситуация «гонки

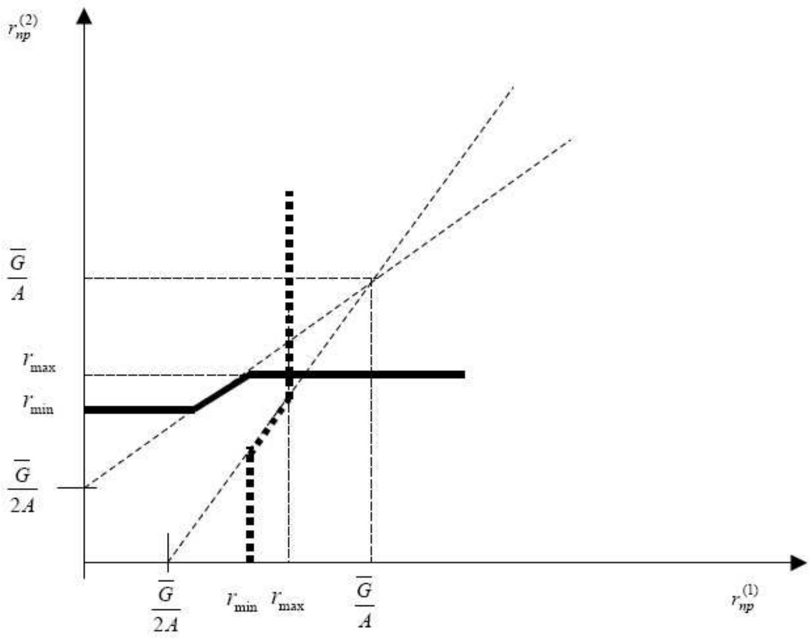

Рис. 2: Равновесие с максимальными ставками налога («гонка к поверхности»)

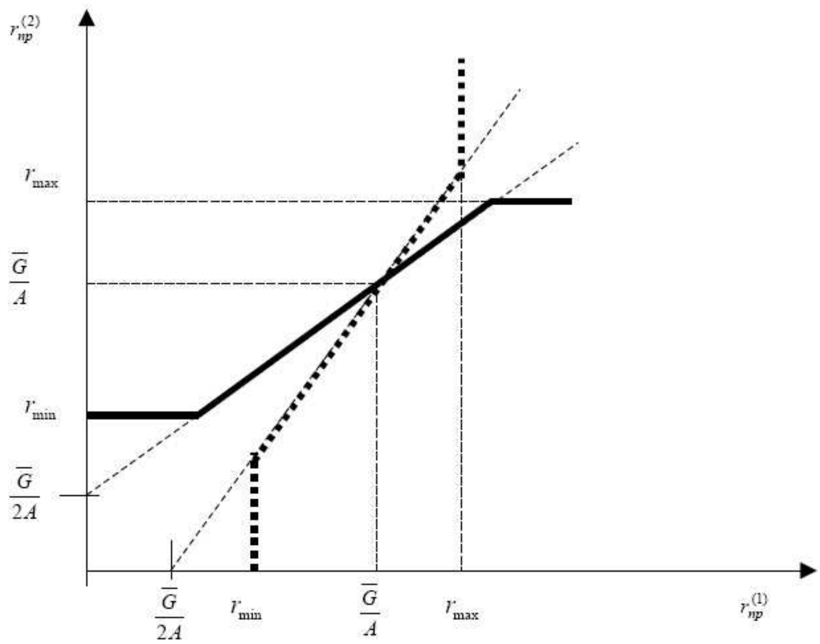

Рис. 3: Промежуточное равновесие

ко дну», «гонка к поверхности», а также промежуточное равновесие, характеризуемое нетривиальным поведением регионов.

Возможность возникновения того или иного типа равновесий в системе определяется величиной $\frac{\overline{G}}{A}$, представляющей собой некоторую «меру» важности отдельного инвестора для региона. Действительно, увеличение параметра $\overline{G}$ соответствует повышению неопределенности относительно параметров конкретного инвестора, что может быть интерпретировано как рост дифференциации потребителей на «рынке» общественных благ, на котором работают региональные власти. При больших значениях этой величины должно найтись достаточное количество инвесторов, предпочитающих остаться в регионе даже при установлении максимальной ставки налога r_{max}. Уменьшение $\overline{G}$ приводит к большей унификации инвесторов и, как следствие, к обострению конкурентной борьбы между регионами.

Уменьшение чистой приведенной стоимости налоговой базы A снижает предельную выгоду региона от привлечения отдельного инвестора, что также приводит к снижению конкурентной борьбы между регионами.

2. Модель с конечным числом инвесторов

В рассмотренной выше модели вклад отдельного инвестора в региональный бюджет пренебрежимо мал, в связи с чем его поведение не оказывает существенного влияния на вид оптимальных стратегий регионов.

В реальности власти заинтересованы прежде всего в привлечении в регион крупного бизнеса, приносящего значительный доход в бюджет. В этом случае даже небольшие изменения ставки налога могут приводить к существенному росту или снижению объема налоговых поступлений, связанному с изменением характера поведения инвесторов. При этом отображения наилучших ответов регионов теряют непрерывность, что может приводить к исчезновению промежуточного равновесия в системе.

В качестве примера рассмотрим экстремальный случай, когда количество инвесторов равно двум. Предположим, что инвестор 1 находится в первом регионе, инвестор 2 – во втором.

Будем по-прежнему предполагать, что при переезде в другой регион инвестор j несет затраты G_j. Величина затрат G_j у различных инвесторов неодинакова и имеет равномерное априорное распределение на отрезке $[0,\ \overline{G}]$. Инвестор знает величину своих затрат и максимизирует чистую приведенную стоимость денежного потока (1), выбирая регион для вложения средств. Как было показано выше, его оптимальная стратегия в этом случае заключается во вложении средств в первый регион, если выполнено условие (3) и во второй – в противном случае.

Региональные власти устанавливают ставку налога на прибыль

$$r_{np}^{(q)} \in [r_{min},\ r_{max}]$$

и ориентируются на ожидаемый денежный поток, который в данном случае запишется в виде

$$\overline{G}^{(q)} = E(C^{(q)}) = C_1^{(q)} \cdot P(G_j > \overline{g_1}) + C_2^{(q)} \cdot P(G_j < -\overline{g_2}) \to \max_{r_{np}^{(q)}}, \qquad (10)$$

где $\overline{g_j} = A_j \cdot (r_{np}^{(1)} - r_{np}^{(2)})$, $C_i^{(q)}$ – налоговые сборы q-го региона от i-го инвестора; $P(G_1 > \overline{g_1})$ – вероятность того, что первый инвестор не уйдет из первого региона; $P(G_2 < -\overline{g_2})$ – вероятность того, что второй инвестор перейдет в первый регион; $P(G_1 < \overline{g_1})$ – вероятность того, что первый инвестор перейдет во второй регион; $P(G_2 > -\overline{g_2})$ – вероятность того, что второй инвестор останется во втором регионе.

Равновесия Нэша в данной игре характеризуются следующим утверждением.

Утверждение 2. *В игре регионов с критериями эффективности (10) существуют симметричные равновесия Нэша с минимальными и максимальными ставками налогов.*

Заметим, что величины $\overline{g_1}$ и $\overline{g_2}$ имеют одинаковый знак, так как чистая приведенная стоимость налоговой базы $A_j > 0$. В связи с этим при любых ставках налогов $(r_{np}^{(1)},\ r_{np}^{(2)})$ могут возникать следующие случаи:

а)$r_{np}^{(1)} > r_{np}^{(2)}$, тогда $\overline{g_1} > 0$ и $\overline{g_2} > 0$. В этом случае первый инвестор с некоторой вероятностью выбирает один из регионов, а второй инвестор останется с вероятностью 1 во втором регионе;

б) $r_{np}^{(1)} < r_{np}^{(2)}$, тогда $\overline{g_1} < 0$ и $\overline{g_2} < 0$. Первый инвестор с вероятностью 1 останется в первом регионе, а второй с некоторой вероятностью выбирает один из регионов;

в) $r_{np}^{(1)} = r_{np}^{(2)}$, тогда $\overline{g_1} = \overline{g_2} = 0$ и оба инвестора остаются в своих первоначальных регионах.

Тогда критерии регионов будут иметь вид:

$$\overline{C^{(1)}}(r_{np}^{(1)}, r_{np}^{(2)}) = \begin{cases} \frac{A_1 r_{np}^{(1)} \cdot (\overline{G} - A_1 \cdot (r_{np}^{(1)} - r_{np}^{(2)}))}{\overline{G}}, & r_{np}^{(1)} > r_{np}^{(2)}, \\ A_1 r_{np}^{(1)}, & r_{np}^{(1)} = r_{np}^{(2)}, \\ A_1 r_{np}^{(1)} + \frac{A_2^2 r_{np}^{(1)} \cdot (r_{np}^{(1)} - r_{np}^{(2)})}{\overline{G}}, & r_{np}^{(1)} < r_{np}^{(2)}. \end{cases} \quad (11)$$

$$\overline{C^{(2)}}(r_{np}^{(1)}, r_{np}^{(2)}) = \begin{cases} A_2 r_{np}^{(2)} + \frac{A_1^2 r_{np}^{(2)} \cdot (r_{np}^{(1)} - r_{np}^{(2)})}{\overline{G}}, & r_{np}^{(1)} > r_{np}^{(2)}, \\ A_2 r_{np}^{(1)}, & r_{np}^{(1)} = r_{np}^{(2)}, \\ \frac{A_2 r_{np}^{(2)} \cdot (\overline{G} + A_2 \cdot (r_{np}^{(1)} - r_{np}^{(2)}))}{\overline{G}}, & r_{np}^{(1)} < r_{np}^{(2)}. \end{cases} \quad (12)$$

Рассмотрим случай $A_1 < A_2$(для случая $A_1 > A_2$ доказательство проводится аналогично). Максимизируя функции (11) и (12), получим наилучшие ответы регионов:

$$BR_1(r_{np}^{(2)}) = \begin{cases} \frac{r_{np}^{(2)}}{2} + \frac{\overline{G}}{2A_1}, & r_{np}^{(2)} < \frac{\overline{G}}{A_2}, \\ \frac{r_{np}^{(2)}}{2} + \frac{A_1\overline{G}}{2A_2^2}, & r_{np}^{(2)} > \frac{\overline{G}}{A_2}. \end{cases}$$

$$BR_2(r_{np}^{(1)}) = \begin{cases} \frac{r_{np}^{(1)}}{2} + \frac{\overline{G}}{2A_1}, & r_{np}^{(1)} > \frac{\overline{G}}{A_1}, \\ r_{np}^{(1)}, & \frac{A_1\overline{G}}{A_2^2} < r_{np}^{(1)} < \frac{\overline{G}}{A_1}, \\ \frac{r_{np}^{(1)}}{2} + \frac{A_1\overline{G}}{2A_2^2}, & r_{np}^{(1)} < \frac{A_1\overline{G}}{A_2^2}. \end{cases}$$

Графическое представление наилучших ответов приведено на рисунках 4 – 6.

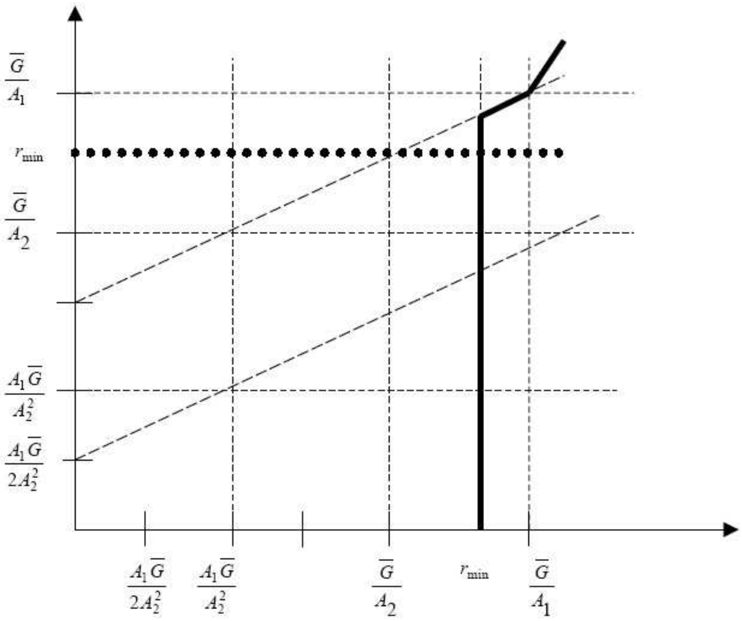

Рис. 4: Равновесие с минимальными ставками налога («гонка ко дну»)

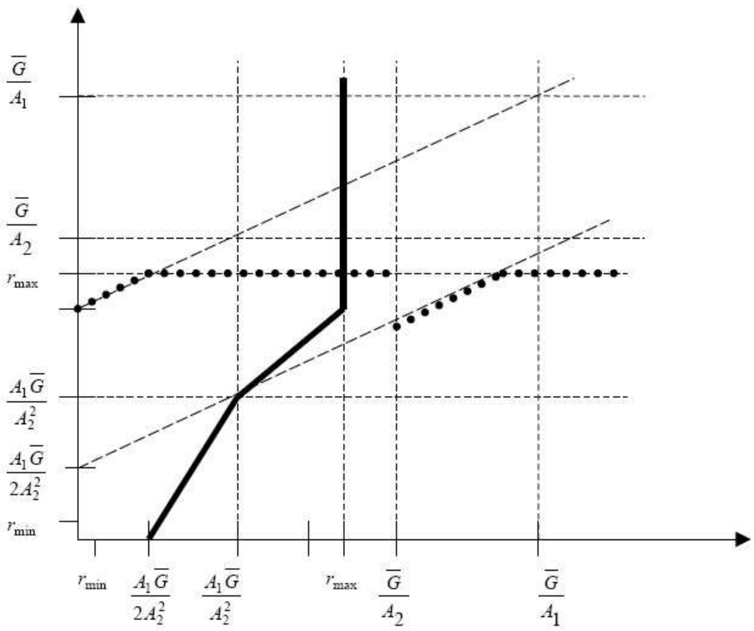

Рис. 5: Равновесие с максимальными ставками налога («гонка к поверхности»)

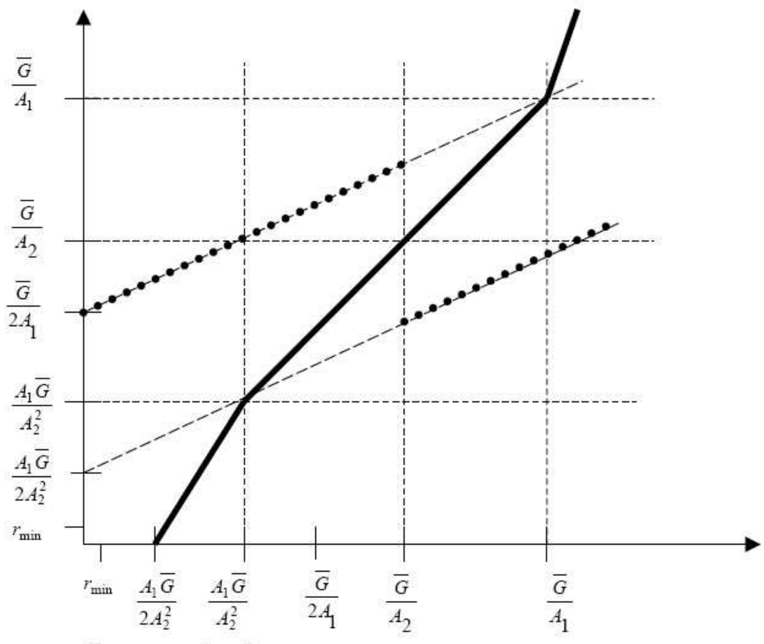

Рис. 6: Отсутствие промежуточного равновесия

Перебирая все возможные варианты пересечения кривых BR_1 и BR_2 аналогично тому, как это сделано в доказательстве утверждения 1, получим равновесия, указанные в формулировке.

На рисунках 4, 5 показано возникновение равновесий «гонки ко дну» и «гонки к поверхности». Ситуация, соответствующая возникновению промежуточного равновесия в модели с бесконечным числом инвесторов, показана на рисунке 6. Видно, что в этом случае кривые наилучших ответов регионов не пересекаются, т.е. промежуточного равновесия в данной модели не существует.

Таким образом, сокращение количества агентов в системе может приводить к исчезновению в ней равновесия с промежуточными ставками налога на прибыль. К сожалению, точного аналитического вида условий на параметры системы, при которых происходит этот качественный переход, пока не установлено.

Заключение

Для получения равновесий, отличных от классического результата «гонки ко дну», в статье рассмотрена модель налоговой конкуренции с учетом дополнительных издержек инвесторов. Она основана на известной модели локальной монополии на товарных рынках.

Анализ данной модели позволил установить наличие в ней трех типов равновесий: известные равновесия «гонки ко дну» и «гонки к поверхности», характеризуемые, соответственно, минимальными и максимальными ставками налогов, а также симметричное промежуточное равновесие, ставки налогов в котором зависят от предельной величины дополнительных издержек инвестора и налоговой базы.

Промежуточное равновесие возникает только при достаточно большом количестве инвесторов в системе, когда вклад одного из них в региональный бюджет незначителен. Показано, что при малом числе инвесторов равновесие данного типа может отсутствовать.

Список литературы

[1] Леонова Н. А., Колесник Г. В. Математическая модель оценки воздействия межбюджетных отношений на процесс налоговой конкуренции // Вестник ТвГУ, сер. «Прикладная математика». – 2008. – No 35(95). – С. 83 – 92.

[2] Bertrand J. Book review of theorie mathematique de la richesse sociale and of recherches sur les principles mathematiques de la theorie des richesses // Journal de Savants. – 1883. – v.67. – P. 499 – 508.

[3] Goodspeed T. J. Tax Competition, Benefit Taxes, and Fiscal Federalism // National Tax Journal. – 1998. – Vol. 51 – No 3. – P. 581.

[4] Hotelling H. Stability in Competition // Economic Journal. – 1929. – Vol. 39. – P. 41 – 57.

[5] Fershtman C., Judd K. Equilibrium incentives in oligopoly // American Economic Review. – 1987. – Vol. 77. – No 5. – P. 927 – 940.