

**МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ**

УДК 378.14

Doi: 10.26456/vtspyped/2024.4.222

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ

Е.В. Борисова

ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», г. Тверь

Рассмотрен аспект становления математического мышления, в его широком понимании, как условия повышения уровня образованности современного студента. Выделены типы математического мышления и его влияние на подготовку кадров для нового технологического уклада. Представлены результаты обработки данных исследования по теме «зачем нужна математика?» в группах инженерных направлений, с общим числом опрошенных 185 человек. Обсуждены особенности восприятия изучаемого вопроса студентами разных курсов. Подтверждена гипотеза, что имеет место превалирование прикладного восприятия в изучении математики. Отмечен потенциал организационных условий и методических подходов, как средств развития персонализированных типов математического мышления.

Ключевые слова: образованность, математическое мышление, цель обучения, задача образования, модальные значения.

Новейший виток цивилизационного развития нацелен на разработку и широкое внедрение высоких технологий: геновая инженерия; полимеры с заданными свойствами для медицины, строительства, экологии; искусственный интеллект; квантовые вычисления; рекуперация отходов и др. Без решения вопроса подготовки и переподготовки кадров нового технологического уклада нет смысла говорить об инновационном развитии страны. Влияние математики на повседневную жизнь обострилось с распространением цифровых технологий и инструментов, с помощью которых можно моделировать и управлять сложными процессами. Поэтому «общество заинтересовано в математике. Значит важно понять каким образом, и какой именно математике необходимо обучать школьников и студентов в условиях чрезвычайной дифференциации научных дисциплин» [6, с. 258].

В мировой практике, в аспекте повышения уровня образования, определяют приоритет математического мышления, в его широком понимании. Математическое образование проецируется на другие дисциплины, например, в рамках STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematic). Этот тренд заметен в международных исследованиях

уровня образования школьников PISA, TIMSS и др. Одновременно, психологи в области образования акцентируют необходимость формировать математическое мышление в контексте решения жизненных задач. Исследования в области искусственного интеллекта начались как попытки понять наш собственный интеллект, с перспективами его увеличения или усиления. «Если мы возьмем более скромную цель – использование моделей ИИ для описания процессов обучения более подробно и точно, они могут обеспечить ценные возможности для обратной связи, мотивации, осведомленности и вклада в теоретическое понимание» [11].

В процессе мыслительной деятельности человек определяет внутренний план действий. Это является проявлением фундаментальной способности, которая и определяется как математическое мышление, развитие которого «предусматривает способность к установлению новых связей, освоение общих приемов, позволяющих прийти к решению новых задач, к получению новых знаний» [1, с. 65]. Оно не тождественно умению быстро считать и легко выполнять математические действия. Те из людей, которые хорошо справляются с математикой, хороши в профессиях, где анализ информации, создание вариантов – доминирующий навык.

Традиционно математические задачи делятся на две группы: рутинные и творческие. Чтобы решить рутинную задачу, достаточно определить ее тип и действовать по заданному алгоритму. Творческая задача – это поиск без известного алгоритма. Математика (по Д. Гилберту) – наука логических построений и вычислений с помощью системы символов (знаков, обозначений) и знакомство с ней нужно не только математикам, причем «логические связи, которые существуют между суждениями и понятиями, находят свое выражение в формулах, толкование которых свободно от неясностей, которые легко могли бы возникнуть при словесном изложении» [5, с. 16].

В основе сформированного математического мышления лежит комплекс математических понятий. А что такое математическое понятие? Это не просто определение. Например, понятие «парабола» включает целый класс моделей: алгебраическое выражение, представление через графики, коническое сечение, квадратичную функцию. И чтобы использовать их, нужно освоить операции с этими моделями. Простые знания определений, свойств и правил ещё не обуславливают математическое мышление. Они являются пререквизитом для освоения более глубоких методов, моделей и новых понятий. Необходим уровень свободного владения численным материалом, алгебраическими формулами, визуализацией. Научиться этому, как, например, плаванию, нельзя без тренировки, регулярной практики.

Современному человеку все сложнее создавать мысленные конструкции, который могли бы отразить широту современного мира. Мы не овладели «многоканальным» восприятием, наше видение действительности ещё довольно линейно и инертно. Как следствие, расширяет свои горизонты концепция клипового мышления, особого вида ментальности, стремящейся увидеть и зафиксировать всё и сразу, в один момент. Клиповое мышление становится нормой восприятия, когда отсутствует необходимость обдумывать и размышлять – «надо продолжать смотреть, слушать, читать, но никак не взаимодействовать со смыслом всего увиденного, услышанного и прочитанного» [10].

Немецкий математик и физик Герман Вейль подчеркивал, что «в процессе мышления мы пытаемся постичь разумом истину, наш разум пытается просветить себя, исходя из своего опыта» [4, с. 69], и «главное отличие математического мышления от обычного состоит в том, что оно развивает у человека навык критического восприятия определяющих событий материального мира». [4, с. 125].

Математическое мышление состоит из нескольких пересекающихся подструктур, определяющих его тип. По классификации, предложенной И.Я. Каплуновичем [7], выделяют несколько типов. *Топологическое мышление*, от него зависит связность и целостность логических операций. *Порядковое мышление* дает возможность установить последовательность логических операций. *Метрическое мышление* отвечает за количественные запросы и оперирование цифрами. *Алгебраическое мышление* обеспечивает способность быстро выделить главное, упростить всё сложное. *Проективное мышление* – это умение смотреть на вещи с разных сторон, нестандартность в подходах, способность к быстрой оценке ситуаций. В повседневной деятельности доминирование одного из вышеназванных типов математического мышления определяет ситуационное поведение человека.

В зарубежном высшем образовании широко распространен курс «Calculus». Это упрощенная версия классического анализа без доказательств, но с большим количеством иллюстраций и алгоритмизированных методов. Он читается для того, чтобы студенты привыкли к тематике, определениям, терминам. Студенту такой курс действительно нужен, но ограничиваться только им нельзя. Решение рутинных задач – это упражнение на отработку многоходовых действий, освоение стандартных алгоритмов. Таким образом, создается база для дальнейшего изучения строгих доказательств на формальном языке.

Ректор СПбГУ Николай Кропачев на заседании Совета по науке и образованию, прошедшем в феврале 2024 года, отметил: «от знания математики зависит качество подготовки не только при обучении, относящемся к инженерной отрасли, но и при освоении общественных и

социальных наук». Более того, «для того чтобы быть хорошим юристом, надо хорошо знать математику, а не обществознание. Разделение на профили в старшей школе приводит к тому, что условный студент-гуманитарий не может понять вопрос, который ему задают, и не может чётко сформулировать ответ» [9].

Последние годы число выпускников, сдающих профильную математику, растет не только по причине популярности IT-профессий и отдельных инженерных направлений. Это связано с расширением перечня направлений подготовки и специальностей высшего образования, при поступлении на которые требуется сдавать ЕГЭ по математике профильного уровня. Однако, ждать серьезных изменений преждевременно. В 2023 году средний балл ЕГЭ по профильной математике составлял 52,6%. В текущем году произошел массовый рост баллов, связанный с изменением системы перевода первичных баллов в проценты. Так получить итоговые баллы 70% можно было, набрав всего 12 первичных баллов (из 32 возможных). То есть абитуриент поступает в вуз, выполнив лишь задания основного уровня.

Став студентом, в сложившихся условиях приемной кампании, молодые люди приносят с собой устоявшиеся стереотипы в отношении математики. Она им кажется трудной и скучной. Предмет воспринимается как набор абстрактных понятий, формул, сложных вычислений с неясной целью. Длительные усилия, порой приводящие к неверному ответу в поставленной задаче, отбивают желание изучать предмет. Одновременно у молодежи существует противоречие на уровне понятий: учиться и получать высшее образование. Большинство из них в вуз проходят учиться. Между тем, обучение и образование существенно различаются по целям и средствам их достижения. Цель обучения – приобретение различных умений и формирование навыков. Научить может кто-то, но образовать себя – дело личное. Образованность – это комплексные умения добывать знания в необходимом объеме и по нужному направлению, то есть изучать как сам мир, так и методы его изучения. Образованную личность, характеризует «способность человека использовать освоенные им продукты материального и духовного труда людей, т.е. их прошлого опыта и включать их в свой собственный опыт, руководствуясь действующими социальными нормами и духовными ценностями в обществе» [2]. Способность к точному самовыражению позволяет личности углублять представления о себе, и этот процесс самопознания своего «Я» неисчерпаем.

При решении конкретной задачи в процессе обработки информации мыслительная деятельность человека направлена на приобретение нового знания. Отсюда следует, что только оптимальное сочетание мыслительных операций (сравнение, анализ, синтез, обобщение) позволит получить желаемый результат. В своей статье Ю.Г.

Киреева, А.А. Червова отмечают, что «математика имеет большие возможности для развития творческих умений, формирования у студентов воображения средствами аналитической геометрии, математического анализа, матричного исчисления и других разделов, умения правильно понимать и анализировать варианты решения, а также выбирать из них наиболее оптимальные» [8, с. 105].

С целью изучения мнений об образовательных задачах курса математики в техническом вузе проведен анонимный опрос студентов инженерных направлений (специальностей) факультета Природопользования и инженерной экологии Тверского государственного технического университета. В опросе приняли участие студенты с первого по пятый курс, изучающие высшую математику на первом и втором курсах в течение 4 семестров с постоянным лектором. Общее число опрошенных 185 человек. Гендерный состав: юноши – 82%, девушки – 18%. Каждому студенту был предложен список из пяти утверждений, которые следовало расставить в порядке убывания: от наиболее отвечающего личным представлениям (первая позиция) до менее отражающего личные ориентиры (последняя позиция).

Предлагаемые утверждения. *Математику в вузе изучают:*

1. для успешного освоения специальных инженерных дисциплин;
2. чтобы развивать аналитические способности, гибкие навыки взаимодействия в коллективе;
3. чтобы создать основу для участия в учебно-исследовательской деятельности;
4. для развития личностных качеств, так как это достаточно сложный предмет. Он требует волевых усилий, воспитывает целеустремленность, закаляет характер;
5. для выполнения обязательной учебной программы и сдачи зачетов, экзаменов;
6. другое (не обязательно).

Пример ответа респондента, *группа НТС. ЧС-20.05, №п/п: порядок выборов – 1, 4, 3, 2, 5.* Сразу отметим, что дополнительное утверждение (позиция 6) указали лишь четверо студентов 2 курса. В обобщенном виде его можно сформулировать: «чтобы родители не ругали».

На факультет ПИЭ поступают выпускники по результатам экзаменов по профильной математике, физике, русскому языку. Если опираться на статистику, опубликованную на Официальном информационном портале Единого государственного экзамена, физику сдают выпускники, которые хотят с её результатами поступать в вузы. Процент таких выпускников за последние пять лет стабильно низкий. При этом, большая часть ориентирована на столичные вузы, а в регионах остаются выпускники с невысокими баллами. Хотя средний проходной балл абитуриентов, поступающих в тверские вузы, в последние годы

растет, основную лепту вносят результаты по русскому языку. В целом, контингент первокурсников на факультете достаточно слабый. Среди опрошенных средние баллы по профильной математике составили: 48% (4 и 5 курсы); 49,5% (2 и 3 курсы) и 57% (1 курс 2024 года), что обусловлено не столько повышением уровня знаний по математике, сколько новой шкалой перевода первичных баллов.

По итогам обработки опросных листов получены результаты, усредненные оценки которых представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты обработки опросных листов «Математику в вузе изучают для...»

Курс	Мода		Коэффициент вариации	
	M_1	M_2	M_1	M_2
1	Дальнейшее освоение специальных дисциплин	Сдать экзамен	0,5	0,5
2	Дальнейшее освоение специальных дисциплин	Сдать экзамен + создать основу для участия в учебно-исследовательской деятельности	0,46	0,53
3	Дальнейшее освоение специальных дисциплин + развитие аналитических способностей, гибких навыков	Сдать экзамен	0,55	0,22
4	Дальнейшее освоение специальных дисциплин	Сдать экзамен	0,73	0,71
5	Дальнейшее освоение специальных дисциплин	Сдать экзамен	0,11	0,22
Общее	Дальнейшее освоение специальных дисциплин	Сдать экзамен	0,22	0,11

Рассчитаны обобщающие модальные значения выбранных студентами утверждений по каждому курсу и по всей выборке. Мода M_1 отражает наиболее значимую позицию в выборах, мода M_2 – утверждения, отнесенные на последнюю (менее значимую) позицию.

С целью определения репрезентативности (типичности) выбора пункта опроса рассчитаны доли случаев, которые включает мода, через отношение модальных выборов к общему числу опрошиваемых, по формуле коэффициента вариации:

$$\gamma = 1 - \frac{M_0}{n}$$

Коэффициент вариации показывает долю, оставшуюся на признаки, не входящие в модальную категорию. Чем меньше коэффициент вариации, тем более точно мода отражает изучаемую выборку. Курсивом в таблице выделены значения коэффициента вариации, для которых найденные модальные значения с высокой долей достоверности отражают выборку.

Студенты 1-го курса, только приступившие к занятиям, в своем ранжировании утверждений, с очевидностью основывались на опыте,

полученном на предшествующих образовательных ступенях. Половиной опрошенных на первое место поставлено утверждение п.1 «для дальнейшего освоения специальных инженерных дисциплин», но говорить о высокой точности данного модального значения не приходится. В оставшейся половине в равных пропорциях на первой позиции встречались утверждения п. 2 и п. 5. На последнее место по значимости также в 50% выборов был поставлен п. 5.

Студенты 2-го курса, преимущественно имеющие невысокие вступительные баллы и академические задолженности по математике на момент проведения опроса, ставили на первое место п. 5. Группы этого курса отличает пассивная позиция в плане как аудиторных занятий, так и в участии во внеучебной предметной деятельности. Вполне успевающие студенты, имея возможность выбора уровня сложности заданий при дифференцированном подходе в проведении практических занятий, останавливались на базовом варианте с минимальным набором задач. Близкие по значению коэффициенты вариации для M_2 студентов второго курса получены вследствие их предыдущего негативного опыта проектной деятельности в школе, когда все сводилось к написанию (из сети Интернет) и чтению на уроке реферата. Они с интересом знакомились с проектами, выполненными студентами старших курсов (видеоролики «Зачем инженеру математика», «Женское лицо российской математики», презентациями по исследовательским работам «Экологический каркас города» и др.), но сами идей не предлагали. В личных беседах позицию аргументировали словами: «мне некогда, я работаю».

Студенты 3-го курса показали практически бимодальное распределение в выборе предпочтений (с разницей в одного опрашиваемого). Второе модальное значение в этих группах соответствует утверждению: «чтобы развивать аналитические способности, гибкие навыки взаимодействия в коллективе». Это те студенты, с которыми на первом и втором курсе во время занятий была реализована методика сторителлинга [3], значительная часть из них (56% от общего числа студентов) факультативно участвовали в работе клуба «ВышматиЯ», подготавливали вопросы и участвовали в интеллектуальной игре «Морской бой на математической волне». Кроме того, в этих группах 7 человек, с разной долей успешности, занимались исследовательской деятельностью. Пятеро получили дипломы 1 степени (двое – второй степени) нескольких международных конкурсов в области исследований по физико-математическим наукам.

В группах 4-го курса, большая часть обучаются по программе бакалавриата, то есть являются выпускниками, но на этом курсе обучаются и будущие специалисты. Из этих четверокурсников 12 студентов планируют далее продолжить обучение в магистратуре, имея

опыт успешной исследовательской работы в рамках изучения курса высшей математики. Они не повлияли на модальное значение приоритетного выбора, но существенно увеличили значение коэффициента вариации, отразив нерепрезентативность моды (см. табл.). Пятикурсники, озабоченные подготовкой дипломной работы и связанными с этим разнообразными техническими и экономическими расчетами, продемонстрировали практическое единодушие в своем выборе.

Количественные результаты согласуются с гипотезой о прикладном аспекте понимания студентами – зачем нужна математика. Среди опрошенных лишь незначительная доля студентов поставила на первую позицию утверждение *«для развития личностных качеств, так как это достаточно сложный предмет. Он требует волевых усилий, воспитывает целеустремленность, закаляет характер»*.

Восстановить у студентов любопытство, которое было убито скукой и непониманием на уроках прошлых лет, пробудить готовность преодолевать математические трудности – непростая методическая задача. «Формировать математическое мышление – значит мыслить логично, думать рационально, владеть чёткостью действий, понимать причинно-следственные связи, быстро делать выводы» [12]. Согласно программам технического бакалавриата, математика изучается в течение четырех семестров. Это определяет значимый потенциал дисциплины в образовательной траектории каждого студента. Результаты проведенного исследования ориентируют проектирование организационных условий и методического обеспечения проведения занятий по дисциплине «Математика» для инженерных направлений на развитие персонализированных типов математического мышления. Методическими приемами могут служить: лекции с элементами провокации, например, в модуле «Векторная алгебра» можно задать вопрос: Может ли объем пирамиды, построенной на векторах, иметь отрицательное значение? Используя методики Calculus можно формировать гибкие навыки, а не только набор алгоритмов. В частности, при изучении техники интегрирования функции одной переменной нужно показать, что существуют различные способы и формы получения результата. И так называемые «табличные интегралы» – только база, из которой можно выбрать наиболее удобный вариант для конкретной задачи. Важным элементом является подбор трансдисциплинарных задач для итоговых заданий в модуле (разделе), что обеспечит студентам возможность выполнять формализацию произвольных ситуаций. Дифференцированный подход ориентирует преподавателя на разработку аудиторных и контрольных материалов с разным уровнем абстракции моделей задач. Например, в модуле «Обыкновенные дифференциальные уравнения», более простым заданием является построение модели

геометрического содержания, более сложным – моделирование физического (экологического) явления. Факультативные занятия, внеурочная учебно-исследовательская деятельность, интеллектуальные игры как формы использования потенциала самостоятельной работы позволяют разбирать проблемы на части, комбинировать эти части, складывать в те или иные конфигурации в рамках целевой подготовки.

Вывод. Особенность математики в том, что она оперирует абстракциями высокой степени, а ее сила в способности создавать всё более высокие абстракции, оперировать ими и изучать особенности и закономерности. В широком смысле, математическое мышление помогает справиться не только с математическими заданиями, но с выбором наилучших решений в жизненных ситуациях (кредитования, совершения дорогих покупок, инвестирования и др.). Используя (явно или неявно) комбинации типов математического мышления, человек получает возможность проследить взаимосвязи; оперировать большим количеством информации; сознавать, что всякая проблема разрешима, не обязательно за один шаг; принимать ошибки и неудачи как шанс для саморазвития.

Традиционные подходы, в основе которых лежат процессы оттачивания рутинных знаний и умений, слабо мотивируют к развитию математического мышления, хотя и создают для него базу. Фундаментальным фактором является личная мотивация. Именно она способствует осознанию трудностей на пути добывания нового знания, готовности оценивать свои достижения и ошибки, стремиться к преодолению трудностей.

Анализ данных проведенного исследования (по группам, курсам и обобщенный) показал, что в своем большинстве изучение математики студенты рассматривают в формате Calculus. У студентов, не занимающихся исследовательскими проектами, не участвующих в факультативных формах самостоятельной работы, не заинтересованных в личностном росте превалирует восприятие математики как прикладного инструмента, а не способа повысить свою образованность, развить математическое мышление.

Список литературы

1. Атаханов Р.А. Уровни развития математического мышления / под ред. В.В. Давыдова. Душанбе, 1993. 174 с.
2. Биери П. Что значит быть образованным человеком? // Отечественные записки. 2008. № 1 (40). [Электронный ресурс] <https://strana-oz.ru/2008/1>
3. Борисова Е.В. Интеллектуальная игра в предметном обучении // Вестник ТвГУ. Серия: Педагогика и психология. 2022. №4. С. 111–119.
4. Вейль Г. Математическое мышление. М.: Наука, 1989. 400 с.
5. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1947. 157 с.

6. Казарян В.П. Волшебный мир математики обрел «земное лицо» // Российский гуманитарный журнал. 2013. № 2(3). С. 252–261.
7. Каплунович И.Я. О психологических различиях мышления двумерными и трехмерными образами // Вопросы психологии. 2003. №3. С. 66–78.
8. Киреева Ю.Г., Червова А.А. Математическое мышление как основа фундаментализации профессиональной подготовки специалиста // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. 2013. №4-3 (80). С. 104–109.
9. Совет по науке и образованию. Стенограммы. [Электронный ресурс] <http://science.gov.ru › events › sten>
10. Чем важно чтение в цифровую эпоху. [Электронный ресурс] // <https://dzen.ru/a/Zk5b5-9Eft1z6wu2>
11. Sukurova M. The Interplay of Learning, Analytics, and Artificial Intelligence in Education: A Vision for Hybrid Intelligence // British Journal of Educational Technology Special Section on Hybrid Intelligence. [Электронный ресурс] <https://arxiv.org/pdf/2403.16081>
12. Skillbox. Образование 4.0 [Электронный ресурс] <https://skillbox.ru/media/education>

Об авторе:

БОРИСОВА Елена Владимировна – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет» (170026, Тверь наб. Афанасия Никитина, 22), e-mail: elenborisov@mail.ru

MATHEMATICAL THINKING OF FUTURE ENGINEERS

E.V. Borisova

Tver State Technical University, Tver

The aspect of formation of mathematical thinking, in its broad sense, as a condition for increasing the level of education of modern students is considered. The types of mathematical thinking and its influence on personnel training for the new technological mode are highlighted. The results of processing the research data on «why do we need maths?» in engineering groups with a total number of 185 respondents are presented. The peculiarities of perception of the studied question by students of different courses are discussed. The hypothesis that there is a prevalence of applied perception in the study of mathematics is confirmed. The potential of organisational conditions and methodological approaches in the light of the development of personalised types of mathematical thinking is noted.

Keywords: *educability, mathematical thinking, learning goal, educational objective, modal values.*

Принято в редакцию: 02.10.2024 г.

Подписано в печать: 18.11.2024 г.